

相速度和群速度超光速 问题再辨析

费兆宇¹ 马宇翰¹ 孙昌璞^{1,2}

(1. 中国工程物理研究院研究生院 100193; 2. 北京计算科学研究中心 100193)

波是物理学中的基本概念之一。作为描述波传播的物理量,相速度和群速度在物理学的科研与教学中扮演十分重要的角色。物理及相关专业的本科生最早会在力学部分的振动与波章节中接触到这两个概念,此后还会在光学、电磁学、电动力学、固体物理等专业课程中进一步学习与讨论它们。

在自然界中,光的相速度和群速度在某些条件下可以超过真空中的光速 c (以下简称光速)。然而这种超光速现象并不能传递信息,因而不会破坏狭义相对论所要求的因果律。具体来说,相速度和群速度能否超光速,取决于波传播的介质的色散关系。例如,在折射率小于1的介质中,波的相速度可以超过光速;而在反常色散介质中波的群速度也可以超过光速。这一事实在此前的一些教材^[1,2]和文献中^[3,4]已经有明确的说明。

然而,在日常科研和教学中,笔者发现仍然有不少人认为波的相速度或群速度是不可能超过光速的。最近,我们调查了本课题组的学生(包括正在实习的本科生)和博士后共计23人对此问题的理解。结果显示,17.4%的人认为群速度和相速度都可以超光速;60.9%的人认为相速度可以超光速而群速度不能超光速,因为他们认为群速度代表信息传播的速度;还有21.7%的人认为群速度和相速度都不能超光速。我们小范围抽样的结果意味着,大多数物理专业的学生对这一问题的认知可能仍然存在误区。本文将从几个具体例子出发,讨论波的相速度和群速度在什么条件下可以超光速,旨在厘清在物理教学中可能存在的关于相速度和群速度

能否超光速问题的误区。

1. 相速度超光速

根据麦克斯韦方程组(Maxwell's equations),在均匀稳态非耗散介质中传播的电磁波满足波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

其中, \mathbf{E} 为电场强度, \mathbf{B} 为磁感应强度, n 为介质的折射率^[5]。考虑沿 x 方向传播的圆频率为 ω ,波数为 k 的单色平面波解 $u(x,t) = u_0 e^{ikx - i\omega t}$ ($u(x,t)$ 的实部为 \mathbf{E} 或 \mathbf{B} 沿垂直于波传播方向的分量),代入上述波动方程后得

$$\omega = \frac{c}{n} k. \quad (3)$$

$u(x,t)$ 的等相位点满足 $kx - \omega t = \text{常数}$,这样可以定义等相位点的速度 v_p ,即相速度为

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}. \quad (4)$$

在有色散的介质中,折射率 n 和圆频率 ω 都是波数 k 的函数,且通常 $n > 1$ 。因此,相速度 $v_p < c$ 。而相速度超光速常见于以下两种情形。

(1) 折射率小于1介质中的超光速

当电磁波的频率接近介质的共振频率时,会发生共振吸收。此时,介质的折射率可以小于1(见图1)。另外,当电磁波的频率超过介质的最高共振频率时,折射率也会小于1。例如,北京玻璃研究所提供

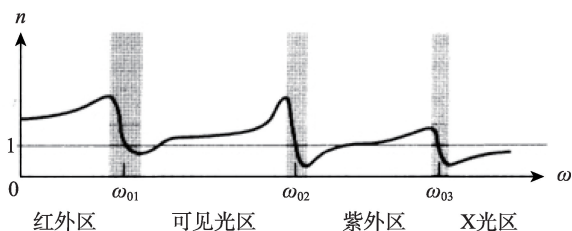


图1 介质中的折射率示意图(图摘自文献②)

的一种单管材料对波长为 1.238 nm 的 X 光的折射率为 0.9995358^④。这种超光速并不违反因果律(即信息的传播不会超过光速)。具体来说,由于单色平面波必须是无限延展的,且波的频率和振幅为常数,因此它不能携带信息。

(2) 波导中的超光速

由于边界条件的限制,即使是在真空中传播的电磁波仍然能够超光速。考虑在中空金属柱体内传播的电磁波(即波导,见图2),其色散关系如下^⑥

$$\omega = \sqrt{\omega_c^2 + c^2 k^2}, \quad (5)$$

其中 ω_c 是波导内传播的波的最低频率,称为截止频率。

根据式(4),波的相速度为

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}} \quad (6)$$

必定大于 c ,并且当 $\omega \rightarrow \omega_c$ 时,相速度会趋于无穷大。这种超光速并不违反因果律,这是因为在波导中信息传递的速度是群速度 v_g (见下节)。可以证明,在无介质波导中波的相速度和群速度满足的关系为^①

$$v_p v_g = c. \quad (7)$$

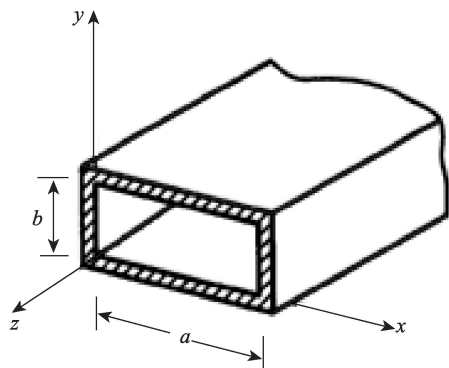


图2 矩形波导示意图(图摘自文献⑥)

因此相速度超光速必然导致群速度小于光速。

2. 群速度超光速

为了使电磁波能够携带信息,在实际应用中,总会对波的频率和振幅进行调制。此时的电磁波是各种单色波的线性组合,即^①

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ikx - i\omega(k)t} dk, \quad (8)$$

其中 $A(k)$ 是展开系数。如果 $A(k)$ 是以波数 k_0 为中心的相当尖锐的峰形曲线(如图3),那么可以把圆频率 $\omega(k)$ 在 k_0 附近做微扰展开

$$\omega(k) \approx \omega_0 + \frac{d\omega_0}{dk_0}(k - k_0), \quad (9)$$

其中 $\omega_0 = \omega(k_0)$ 。

将式(9)代入式(8)后,我们得到

$$\begin{aligned} u(x, t) &\approx e^{i[k_0(d\omega_0/dk_0) - \omega_0]t} \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ik[x - (d\omega_0/dk_0)t]} dk \\ &= u\left(x - \frac{d\omega_0}{dk_0}t\right) e^{i[k_0(d\omega_0/dk_0) - \omega_0]t}. \end{aligned} \quad (10)$$

上式表明,除了一个总相位之外,波的包络以群速度 v_g 行进

$$v_g = \frac{d\omega_0}{dk_0}, \quad (11)$$

并且其形状不发生畸变。如果波的包络在行进过程中发生了畸变,那么就需要考虑式(9)中高阶项的贡献。此时,群速度 v_g 只是由式(11)定义的速度,而不能被认为是信息的传播速度。

根据式(4),群速度 v_g 还可以用折射率 $n(\omega)$ 来表示

$$v_g = \frac{c}{n(\omega) + \omega(dn/d\omega)}. \quad (12)$$

对于正常色散来说, $(dn/d\omega) > 0$,且通常 $n > 1$,这时群速度小于相速度,并且也小于 c 。但是,在反常色散区域中, $dn/d\omega$ 为负值,且绝对值可以很大。这时群速度就可以大于 c ,甚至可以为负值。

需要注意的是,这种超光速并不违反因果律。由于 $(dn/d\omega)$ 很大, ω 随 k 的变化很快,因此式(9)的近似不再成立,波的包络在行进中会发生畸变^①。

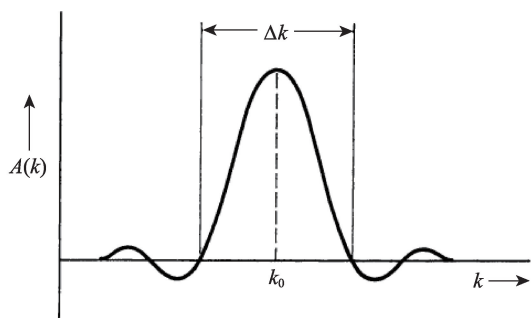


图3 $A(k)$ 的峰形曲线示意图^①

这样一来,群速度在这里不再是一个有意义的概念。在下一节关于实验“增益超光速光脉冲传播”^⑦的讨论中,我们会更具体地解释群速度超光速和负群速度的物理现象。事实上,光信号的传播速度与相速度和群速度都没有必然的联系。A. Sommerfeld 和 L. Brillouin 曾对信号的传播速度进行过细致的讨论。他们的结论是信号的传播速度不能超过 c ^⑧。

3. 实验中观测到负群速度和超光速现象

2000年,普林斯顿高等研究院的王力军(现为清华大学物理系、精密仪器与机械学系双聘教授)等人在英国《自然》杂志上发表了文章“增益超光速光脉冲传播”^⑦,报道了他们的测量结果:铯原子气体在反常色散区域的群速度是 $-c/310$,进入铯原子气体的光脉冲比真空中的光脉冲超前 62 ns 通过气体池。

在这项实验中,研究人员利用泵浦光技术,使得实验中的铯原子气体表现出了如下的光学特性:不同频率的光在其中会有不同的增益和不同的速度。图4是实验中测得的铯原子气体中光的振幅的增益系数以及折射指数(即折射率)随光波频率的变化曲线。利用折射率反常色散区域的测量结果(对应图4中增益系数双峰之间的区域),根据式(11)计算出群速度为 $-c/(330 \pm 30)$ 。该计算结果与实验测量结果在误差范围内一致。图5是两个高斯光脉冲通过气体池后的强度随时间的变化。其中,曲线A为以光速 c 行进的光束,曲线B为探测光束。可

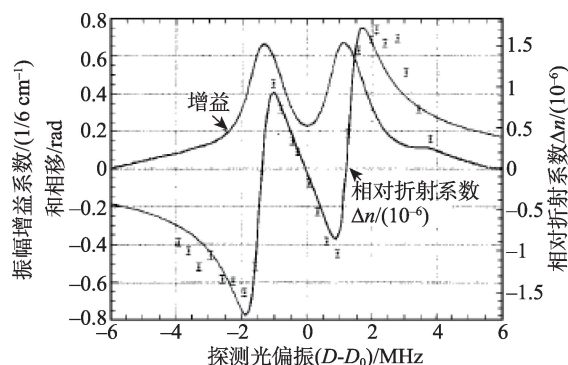


图4 光的振幅的增益系数以及折射指数随光波频率的变化曲线(图摘自文献^⑨)

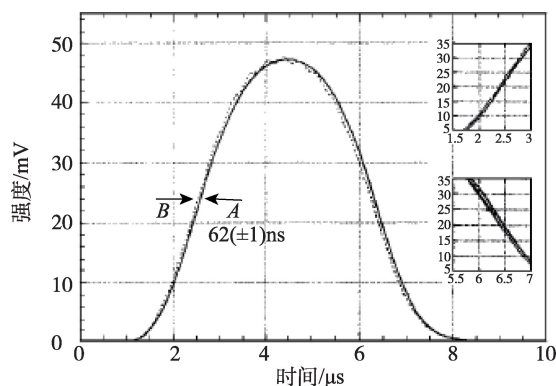


图5 两个光脉冲通过气体池后的强度随时间的变化(图摘自文献^⑨)

见探测光束比真空中的光束超前 62 (± 1) ns 通过气体池,即发生了超光速现象。

实验中的负群速度和超光速现象一经发现就引起了众多物理学家的研究兴趣^{⑨-⑩}。虽然大家分析这些现象的角度各不相同,但是结论都表明上述超光速现象并不会导致光信号超光速。我们接下来介绍文献^⑩对该实验现象的理论解释。图6左侧是对负群速度现象的模拟示意图,模拟时取 $v_g = -c/2$ 和 $c = 1$, $t = 0$ 为高斯光束的峰值到达气体池左边界时刻。从图中可以看出,由于增益介质的性质,虽然探测光束还没有到达气体池左边界,但是在气体池的右边界处已经出现了两束光脉冲。其中气体池内部的光束以群速度 $c/2$ 向左运动,并在气体池左边界处与探测光相干相消。而气体池外部的光束,则以群速度 c 向右运动。如果将测量仪器放在气体池右侧,那么就可以探测到超光速的光脉冲。

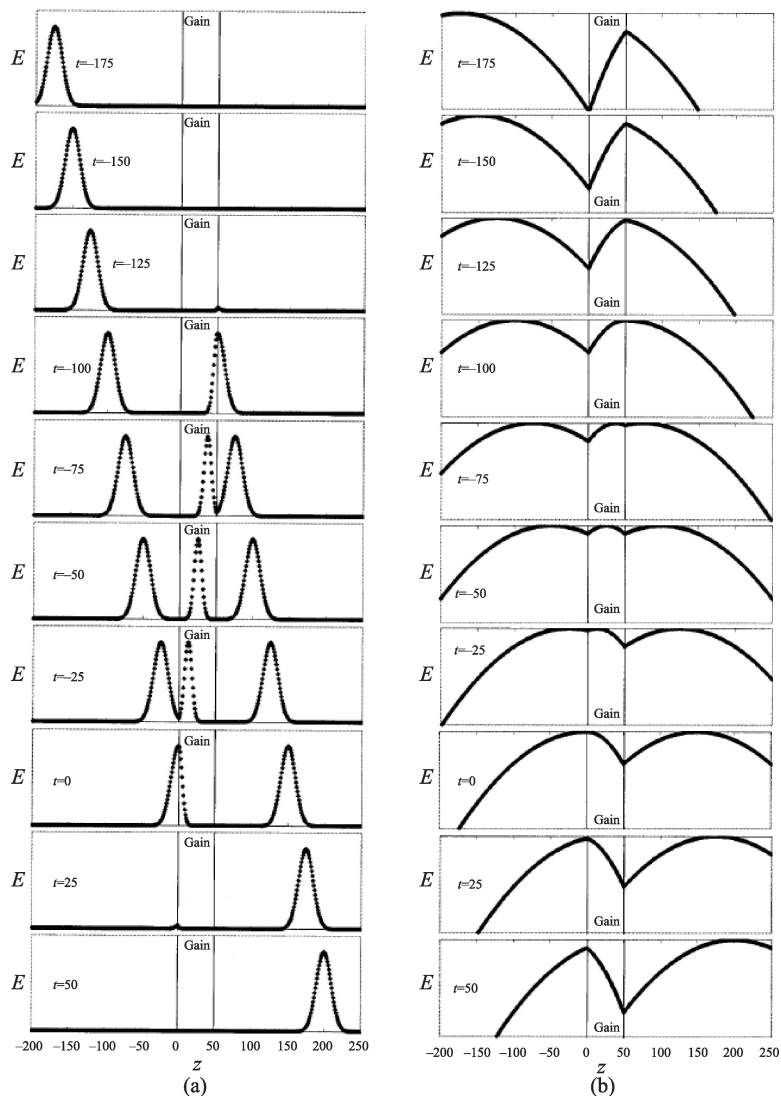


图6 (a)负群速度现象的模拟示意图。 z 为空间位置, E 为光束的电场强度。模拟时取 $v_g = -c/2$ 和 $c = 1$;
(b) (a)图中电场强度取对数后的结果(图摘取自文献⑩)

这种超光速现象之所以不违反因果律,是因为将0时刻视为光信号到达气体池左边界的时刻实际上是一种误解。将图6(a)中的数据取对数(即图6(b))后就能发现,早在0时刻之前,光束的前端就已经穿过了气体池。因为此时,探测光束已经发生了明显的变形,存在多个峰值,这就是第二节中所讨论的波包畸变现象。此时将峰值的运动速度(即群速度)视为光信号的传播速度显然是错误的,进而该超光速现象也不能被视为光信号的超光速传播。

4. 小结

本文从几个具体例子出发,详细讨论了电磁波的相速度和群速度的超光速问题。例如,在以下两种情况中相速度可以超光速:a)介质的折射率小于1;b)在波导中传播的电磁波。另外,在介质的反常色散区域, $dn/d\omega$ 为负值,且绝对值很大时,群速度可以超光速,甚至可以为负值。需要注意的是,由于电磁波信号的传播速度与相速度和群速度都没有必然的联系,因此这些超光速现象并不违反因果律。

通过整理、介绍和分析几个相速度和群速度超光速的示例,笔者希望本文的论述能纠正广泛存在的关于相速度或群速度不能超光速这一错误认知,并对相关物理课程的教学起到一定的启发作用。

致谢:感谢课题组成员田西城同学对本文的仔细阅读与建议。本研究受国家自然科学基金(批准号:12088101),NSAF基金-科学研究中心项目(批准号:U1930403; U1930402),中国博士后科学基金(批准号:BX2021030; 2021M700359)的资助。

参考文献

- ① J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, (1999).
- ② E. Hecht, *Optics*, (2002).
- ③ 钟采池. 相速度、群速度与超光速问题[J]. 1985, 1(10): 16-18.
- ④ 谭业武. 关于X光折射率小于1的讨论[J]. 1994, 13(11): 22-23.
- ⑤ 当介质存在耗散时,折射率为复数。此时,折射率的实部决定了电磁波的相速度(即式(4)中的 n),折射率的虚部决定了电磁波传播时的衰减。
- ⑥ 郭硕鸿. 电动力学[M], 高等教育出版社, 2008.
- ⑦ L. J. Wang, A. Kuzmich and A. Dogariu, *Nature* 406, 277 (2000).
- ⑧ L. Brillouin, *Wave Propagation and Group Velocity*, (Academic press, 2013).
- ⑨ 张元仲. 反常色散介质“超光速”现象研究的新进展[J]. 物理, 2001, 30(8): 456-460.
- ⑩ K. T. McDonald, *American Journal of Physics* 69, 607 (2001).
- ⑪ P. Sprangle, J.R. Penano, B. Hafizi, arXiv:physics/0010033 (2000).
- ⑫ A. Dogariu, A. Kuzmich and L. J. Wang, *Phys. Rev. A* 63, 053806 (2001).
- ⑬ A. Kuzmich, A. Dogariu, L. J. Wang, P. W. Milonni, and R. Y. Chiao, *Phys. Rev. Lett.* 86, 3925 (2001).
- ⑭ C. G. Huang, and Y. Z. Zhang, *Phys. Rev. A*, 65, 015802 (2001).
- ⑮ C. G. Huang, and Y. Z. Zhang, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 4, 263 (2002).
- ⑯ 黄超光, 张元仲. 反常色散介质中信息的传递[J]. 中国科学G辑: 物理学、力学、天文学, 2003(02): 110-116.
- ⑰ K. Chen, L. A. Wu, and Y. H. Shi, *Chin. Phys. Lett.* 21, 770 (2004).
- ⑱ 郭奇志, 谭维翰, 超光速群速度与信息传输的有效速度[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 344-349.

封面说明

詹姆斯·韦伯太空望远镜升空

北京时间2021年12月25日,美国宇航局的詹姆斯·韦伯太空望远镜在法属圭亚那库鲁基地成功发射升空。执行这次运载任务的是阿丽亚娜5号火箭,詹姆斯·韦伯太空望远镜最终将进入离地球大约150多万公里的轨道上,是地月距离的四倍。詹姆斯·韦伯太空望远镜是由美国航空航天局、欧洲航天局和加拿大航空航天局共同研发的,是一台红外线观测太空望远镜。该望远镜体型巨大,重达6.2吨,主反射镜口径6.5米,由18片巨大的六边形镜面共同拼接而成,同时还携带了用以屏蔽干扰光的可折叠遮光板。詹姆斯·韦伯太空望远镜的主要任务是探测作为大爆炸理论的证据(宇宙微波背景辐射),即探测今天可见宇宙的初期状态。该项目启动于1996年,预计2007年发射至太空,但由于詹姆斯·韦伯太空望远镜距离地球太过遥远,使得如发生故障便不能派人前去维修,所以在设计制造上力争精益求精。同时还有技术和天气

等原因使得该项目发射计划一拖再拖。由于发射计划一再延期,被人们称为“鸽王”。同时其经费也逐渐增加,最后总费用高达90亿美元。说起太空望远镜,人们自然会想到在1990年发射至太空的哈勃太空望远镜,哈勃望远镜曾经给人们提供了大量珍贵的太空图片,为人类探索宇宙发挥了重要的作用。哈勃望远镜至今已经30多年过去了,作为继任者,詹姆斯·韦伯太空望远镜的升空无疑更上了一个台阶。詹姆斯·韦伯太空望远镜有着更大的望远镜直径,更强的灵敏度,更加先进的技术支持与保障。相信随着詹姆斯·韦伯太空望远镜的到达预定位置,并经过一系列的调试,会有许多精彩的图片传回,让我们拭目以待。面对浩瀚的宇宙,人类从没有停止探索的脚步,随着号称史上最强大的空间望远镜詹姆斯·韦伯太空望远镜的升空,宇宙学必将翻开新的篇章。