

物理学史中的七月

1654年7月 帕斯卡给费马有关
点数分配问题的信
(译自 *APS News* 2009年7月)

萧如珀¹ 杨信男² 译

(1. 自由业; 2. 台湾大学物理系 10617)



博弈游戏和人类历史一样古老,考古学家挖掘出土的史前时代物品即是证明。赌博也因为玩家想更进一步了解投注的赔率,间接促成概率论的产生。在17世纪中叶,两位杰出的数学家帕斯卡(Blaise Pascal)和费马(Pierre de Fermat)在互通信件的过程中,奠定了概率论的基础,改变了科学家和数学家看待不确定性和风险的方式。



帕斯卡(图片来源:Wikimedia Commons)

1623年,帕斯卡出生在法国中南部的克莱蒙-费朗(Clermont-Ferrand),是位天才儿童,主要由任职地方法官的父亲耶提耶尼(Etienne)教育他,耶提耶尼和当时一些最有名的知识分子,包括笛卡儿和费马都维持着良好交情。因此,年轻的帕斯卡有特权出席欧洲一些最有才智的人所主办的沙龙式聚会。帕斯卡11岁时写了一篇文章论物体振动所发出的声音;次年,他自己证明了三角形的内角和等于两个直角。

帕斯卡16岁时对数学的研究有很大的进展,写了一篇圆锥曲线的论文,给出我们现今所知的帕斯卡定理,说明圆锥曲线的内接六边形,其三条对边的交点形成一条直线。当笛卡儿看到此论文时,起先无法相信是由年轻的青少年所写的,足可说明此成就有多令人惊羨。

当帕斯卡的父亲在鲁昂(Rouen)担任国王的税务委员时,他一直苦于无止尽的计算和重算,当时

帕斯卡尚未满19岁,即发明一个机械式的计算器,可以做加法和减法,减轻了他父亲的工作,也就是知名的帕斯卡计算器(Pascaline)。到了1646年,他对托里拆利气压计的实验深感兴趣,做了确切的实验证明真空的存在。为了纪念他,压力的国际单位以帕斯卡(pascal, Pa)命名。

1654年,一位法国散文家,也是业余数学家贡博(Antoine Gombaud)因喜爱博奕,陷入思考所谓的

“点数分配问题”。它最早于1494年由一位意大利的修士帕西奥利(Luca Paccioli)在他的专著《算数、几何和比例总论》(*Summa de Arithmetica, Geometrica, Proportioni et Proportionalita*)中提出。例如在balla球赛中,要投进6球才算赢得比赛,而帕西奥利的的问题是,若当一个球员投进5球,另一个球员投进3球,这时球赛中断了,要如何分奖品? 投进5球的球员应该分得比较多,但要多分多少?

贡博找上帕斯卡讨论,帕斯卡正因健康因素接受医生的建议,放弃过度使用脑力,而开始喜欢上博奕。在前一年,帕斯卡解出了“帕斯卡三角形”原理,此方法可以决定二项式 $(a + b)^n$ 展开的系数,类似中国早400多年南宋数学家杨辉所设计的方法。

被这问题迷住的帕斯卡知道他需要发明一个新的分析方法来解决这难题,而这解决方案需要依照每位球员在球赛中断时的比数,推断他们获得胜利的

机会。因此他和数学家同行费马开始著名的通信讨论,这短暂数星期的通信就奠定了现代概率论的基础。他们各自的方法包括列举所有的可能性,然后决定出每位球员可能获胜的次数比例,藉以找出答案。

费马的方法是将所有可能的结果完整列举出来,例如,在一个掷硬币5次,赢较多次的是赢家的话,若在比赛中断时,一方以2比1领先,费马推算出如果比赛继续的话,会有4种可能结果,其中3种结果有利于领先的一方;所以,领先的一方应该赢得赌金的3/4。症结是另一个反对的意见使用不同的计数方法,只得到3个可能的结果,而非4个。

帕斯卡的方法跳过这个问题,他设计一种算法,使用现在所知的归纳和全递归(implicit recursion)法。此方法包括从赛局中断后开始推理出每个接续回合各个可能的结果,一旦有了结局,之后就可经由中间步骤回推,定出赛局中断时每个参赛者获胜的机率,赌金即可依此分配。

帕斯卡的分析并未考虑较不理想的情况,像无法列出结果相同可能的有限次数的情况,例如天气

或股市。在18世纪初,白努利(Jakob Bernoulli)曾想出大量的法则,企图提供正式的证明说,当问题的样本数增加,而致结果数极大时,不确定性会减少。之后又有重要的科学家和数学家提出其他的发展,最终改变了经济、精算科学和社会科学。

在帕斯卡和费马最后一次通信的几星期后,帕斯卡坐马车摔下桥,和死亡擦肩而过,导致他皈依宗教。他将重心从数学和科学转移至哲学和宗教的著作,还宣布放弃博奕。不过,他还是偶尔会算一点数学:例如,在1658年和1659年间,他探讨摆线,看怎么使用它来计算固体的体积。

帕斯卡早期对概率的研究也融入他的哲学研究中,尤其他有名的“帕斯卡赌注”,在那里他推论说,虽然无法确实证明上帝的存在,但信仰上帝会赢得赌注。帕斯卡于1662年8月19日,就在他39岁生日前因脑出血病逝。历史等着记录他赌注的结局。

(本文转载自台湾大学科学教育发展中心,网址<http://case.ntu.edu.tw/blog/>)



科苑快讯

人工智能帮助生物学家对微小生物进行分类

随着全球生物多样性的减少,研究人员迫切需要将地球上所有昆虫和其他无脊椎动物编入目录,这些微小动物代表了尚未命名的900万个物种中的90%。因此,科学家通常要在实验室里花很长时间,对收集到的标本进行分类。

输入多样性扫描仪(DiversityScanner),这种方法需要一个机器人,它可以从系统托盘中一次采集单个昆虫和其他小生物,并对它们拍照。一台计算机再利用一种被称为机器学习的人工智能,将每个样本的腿、触角和其他特征与已知样本进行比较。

然后该技术在图像上加一个颜色代码或热图。颜色越暖,比如红色,计算机程序就越依赖身体部位来判断昆虫的种类。这张热图让研究人员更容易检查识别,以了解程序的“思考”过程。

机器人随后将每只昆虫移动到一个有96个小孔的盘子里,为这些样本的DNA测序做好准备。由此产生的物种识别序列片断(DNA条码)与所有在编标本数据库的图像相连接。

尽管没有人类专家做得那么好,但这种方法能准确分类91%的昆虫,技术开发者在预印本服务器bioRxiv发布了论文。他们指出,随着更多的样本被添加到数据库中,准确性将会提高。

研究人员公开了这项技术的软件和3D打印计划。正如科学家们在第二份预印本中描述的那样,他们简化了测序步骤和软件,以便于发展中国家和小型组织加以利用,每次可以对96只昆虫进行分类。

(高凌云编译自2021年6月22日www.sciencemag.org)