



# 维德曼-夫兰兹定律的实验验证

## ——第50届国际物理奥林匹克竞赛实验试题第二题解答

惠王伟 宋峰

(南开大学物理科学学院 300071)

第50届国际物理奥林匹克竞赛实验试题第二题是关于维德曼-夫兰兹定律的,试题分为五个部分,主要内容是测量几种金属的热学和电学参量。本文在大赛提供的答案的基础上对本题进行了重新解答。

维德曼-夫兰兹定理:19世纪50年代,德国物理学家古斯塔夫·海因里希·维德曼(Gustav Heinrich Wiedemann)和鲁道夫·夫兰兹(Rudolph Franz)通过大量实验事实发现了金属电导率 $\sigma$ 和热导率 $\kappa$ 之间的关系,即维德曼-夫兰兹定律:

$$\kappa/\sigma = LT$$

式中, $T$ 为温度, $L$ 是与温度无关的一个系数,称为洛伦茨系数,理论上,

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2.44 \times 10^{-8} \text{W}\Omega\text{K}^{-2}.$$

### A部分:紫铜、铝、黄铜的电导率 (1.5分)

#### A.1(1.0分)

利用数显表的秒表模式,测得磁铁从铝、紫铜和黄铜制成的空心管中掉落的时间如表1所示。

#### A.2(0.5分)

利用题目中给出的公式:

表1 A.1测量数据

次数	紫铜管[s]	铝管[s]	黄铜管[s]
1	17.77	9.23	6.1
2	17.96	9.39	5.83
3	18.16	9.22	6.04
4	18.15	9.37	5.86
5	17.76	9.36	6.16
6	18.2	9.44	5.92
7	17.67	9.65	5.9
8	17.9	9.18	6.08
9	17.67	9.41	5.86
10	18.36	8.96	5.99
平均值	17.96	9.32	5.97

$t = 0.22 \frac{\pi r_m^2 (\mu_0 M)^2 w L_0}{mg} \sigma$ , 计算得到三种材料的电导率如表2所示。

表2 三种材料的电导率

	紫铜	铝	黄铜
电导率 $\left[ \frac{1}{\Omega m} \right]$	$5.97 \times 10^7$	$2.98 \times 10^7$	$1.60 \times 10^7$

### A部分评述

A部分主要研究紫铜、铝、黄铜的电导率。本题需要利用数显表的秒表模式测量磁铁穿过三种空心管的时间,假设磁铁下落后立即达到终极速度,利用题目中给出的磁铁通过空心管所需时间公

式就可以计算出各个材料的电导率。注意,在测量数据时,为了获得更高的测量精度,需要重复测量,并满足一定的测量次数。

### B 部分:紫铜的热导率(3.0分)

B.1(0.1分)

杆 # 1 放置在桌上时,初始温度为 22.76°C。

B.2(0.5分)

加热器供电的电路图如图 1 所示,并测量其功率。

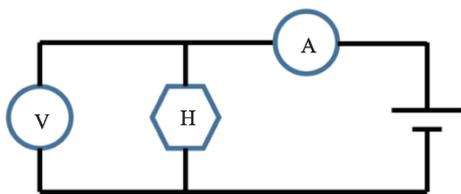


图 1 加热器电路图

图中 H 为加热器, V 为电压表, A 为电流表。

B.3(0.1分)

按照图 1 所示电路图连接电路,测得加热功率为  $P = I \cdot V = 5.51 \text{ W}$ 。

B.4(0.5分)

在加热 15 分钟后,在 15 分钟,17.5 分钟,20 分钟记录的温度数据如表 3 所示。

B.5(1.0分)

根据 B.4 中的测量数据,画出不同时间温度传感器的读数与位置的关系图如图 2 所示。

B.6(0.5分)

根据题目中给出的公式:  $P(x) = -\kappa A \frac{\Delta T(x)}{\Delta x}$ ,

可以推导出热导率的值:

$$\kappa = -\frac{P}{A \frac{\Delta T}{\Delta x}} = \frac{5.51[\text{W}]}{\pi \cdot (10^{-2}[\text{m}])^2 \cdot (-41.8 \frac{[\text{K}]}{[\text{m}]})} = 420 \frac{[\text{W}]}{[\text{mK}]}$$

17.5 分钟时杆的平均温度变化速率可以由杆的中点位置处的温度变化求得:

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{31.04(^{\circ}\text{C}) - 30.62(^{\circ}\text{C})}{5.60(\text{s})} = 1.4 \cdot 10^{-3} \frac{[\text{K}]}{[\text{S}]}$$

B.7(0.3分)

求得的紫铜的热导率  $\kappa_0$  比真实的要高,这是因为加热器的部分热量通过侧壁损耗了,所以沿着杆传递的实际热量要小于加热器产生的热量。此外,由于系统不是处于稳态,所以需要一部分功率用于对杆加热。

### B 部分评述

B 部分主要研究的是紫铜的热导率。测量的方法是利用加热器对样品的一端加热,另一端保持与储水罐几乎相同的温度,在所有温度传感器都接近稳定状态时进行测量。利用流过样品横截面积的功率和温度梯度,以及题目中提供的公式就可以计算出紫铜的热导率。在实验过程中,要注意合理的利用等待时间,在加热的等待时间,阅读和构思后面的实验方案,提高时间的利用率。

### C 部分:测量紫铜的热损耗和热容(4.0分)

C.1(1.0分)

对杆 # 1 执行一次冷却-加热-冷却的程序,测量结果如表 4 所示。

C.2(1.0分)

平均温度与时间的关系曲线如图 3 所示。

C.3(1.0分)

本部分的目的是对 B 部分得到的结果在一级近似下进行修正。修正有两种方法:

表 3 B.4 温度测量数据

Time[s]	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]	T7[°C]	T8[°C]
900	26.98	27.96	28.95	29.96	30.98	32.03	33.10	34.20
1050	27.16	28.16	29.17	30.20	31.24	32.30	33.38	34.48
1200	27.29	28.30	29.33	30.37	31.42	32.49	33.58	34.68

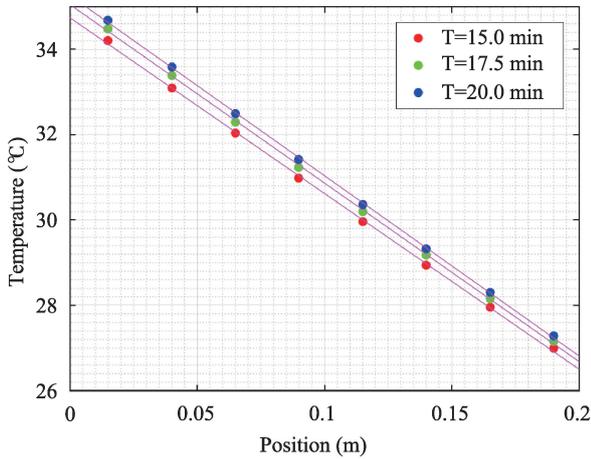


图2 温度传感器的读数与位置的关系图

方法一:利用斜率

利用降温阶段的斜率可以得到紫铜杆的热损耗为:

$$P_{loss} = c_p \cdot m \cdot \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling},$$

$$P_{in} = c_p \cdot m \cdot \left( \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Heating} - \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling} \right).$$

其中,  $c_p$  是定压比热容,  $m$  是质量,  $\left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling} = 1.6 \times 10^{-3} \text{K/s}$  是2次降温过程的平均斜率,  $\left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Heating} = 2.27 \times 10^{-2} \text{K/s}$  是升温过程的斜率。利用上面两个公式可以得到:  $c_p = 390 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , 热损耗  $P_{loss} = 0.32 \text{W}$ 。

方法二:利用跳变

利用图3中降温曲线在加热阶段的延长线的中点的温度跳变计算比热容, 温度跳变  $\Delta T = 2.94 \text{K}$ 。得到:

$$P_{in} \cdot \Delta t = c_p \cdot m \cdot \Delta T.$$

利用上面公式, 可以求得比热容:

$$c_p = 386 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}),$$

热损耗:

$$P_{loss} = 0.31 \text{W}.$$

C.4(1.0分)

杆 # 1 的温度梯度与局部热流成正比。作为一

表4 C.1 温度测量数据

Time[s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_3$ [°C]	$T_4$ [°C]	$T_5$ [°C]	$T_6$ [°C]	$T_7$ [°C]	$T_8$ [°C]	$T_{av}$ [°C]
20				30.67	30.67				30.67
80				30.59	30.59				30.59
140				30.50	30.50				30.50
200				30.42	30.42				30.42
260				30.34	30.34				30.34
320				30.26	30.26				30.26
380				30.18	30.18				30.18
400				30.38	30.25				30.31
420				30.87	30.56				30.72
440				31.37	30.96				31.16
460				31.85	31.38				31.61
480				32.32	31.82				32.07
500				32.78	32.26				32.52
560				32.88	32.75				32.81
620				32.73	32.70				32.72
680				32.61	32.61				32.61
740				32.51	32.51				32.51
800				32.40	32.40				32.40
860				32.30	32.30				32.30

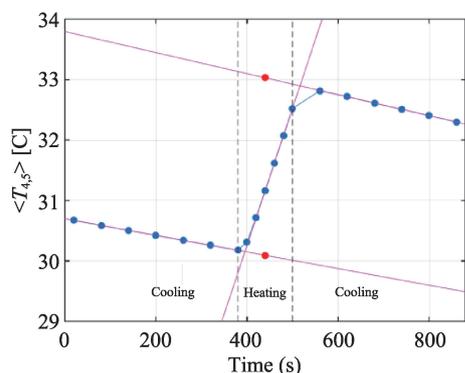


图3 温度与时间的关系曲线

级近似,平均温度梯度正比于平均热流。因此,温度梯度正比于  $P_{in} - \frac{1}{2}P_{losses}$  :

$$\kappa = -\frac{P_{in} - \frac{1}{2}c_p \cdot m \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} - \frac{1}{2}P_{loss}}{A \frac{\Delta T}{\Delta x}} = 396 \left[ \frac{W}{mK} \right].$$

### C 部分评述

C 部分主要研究的是紫铜的热损耗和热容,目的是对B部分得到的结果在一级近似下进行修正。实验过程中要将样品经过冷却-加热-再冷却一系列过程,利用两次降温过程中的斜率和温度的跳变两种方法都可以得到紫铜的热损耗和热容。在解题过程中需要利用示意图和公式来描述所使用的方法。实验过程中,要注意控制整个过程的时间,以实现实验所需的测量精度。

### D 部分: 黄铜和铝的热导率(1.0分)

D.1(0.1分)

杆 # 2 放置在桌上时,初始温度为 22.65°C。

D.2(0.2分)

加热器加热 1041s 后,杆 # 2 中的 8 个传感器读数及每个部分的  $\frac{\Delta T}{\Delta x}$  如表 5 所示。

D.3(0.7分)

杆 # 2 示意图如图 4 所示:

根据示意图可以求得:

$$\kappa_{Brass} = \kappa_{Copper} \cdot \frac{\frac{2}{3} \left( \frac{\Delta T_{cu1}}{\Delta x} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\Delta T_{cu2}}{\Delta x} \right)}{\frac{\Delta T_{Br}}{\Delta x}} = 115 \left[ \frac{W}{mK} \right],$$

$$\kappa_{Aluminum} = \kappa_{Copper} \cdot \frac{\frac{1}{3} \left( \frac{\Delta T_{cu1}}{\Delta x} \right) + \frac{2}{3} \left( \frac{\Delta T_{cu2}}{\Delta x} \right)}{\frac{\Delta T_{Al}}{\Delta x}} = 239 \left[ \frac{W}{mK} \right].$$

### D 部分评述

D 部分主要研究的是黄铜和铝的热导率。本题对杆 # 2 重复 B 部分的操作步骤,通过分析其结构示意图,可以推导出黄铜和铝的热导率公式,利用前面求得的紫铜的热导率就可以计算出黄铜和铝的热导率大小。

表 5 D.2 测量数据

$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_3$ [°C]	$T_4$ [°C]	$T_5$ [°C]	$T_6$ [°C]	$T_7$ [°C]	$T_8$ [°C]
41.68	40.51	38.51	34.65	32.47	30.71	29.63	28.62
$\Delta T_{cu1}/\Delta x$		$\Delta T_{Br}/\Delta x$		$\Delta T_{Al}/\Delta x$		$\Delta T_{cu2}/\Delta x$	
41.68 $\left[ \frac{K}{m} \right]$		137.86 $\left[ \frac{K}{m} \right]$		62.86 $\left[ \frac{K}{m} \right]$		36.07 $\left[ \frac{K}{m} \right]$	

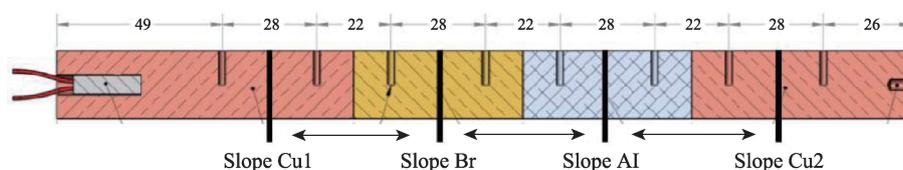


图4 杆 # 2 示意图

## E部分:维德曼-夫兰兹定律(0.5分)

### E.1(0.5分)

根据前面求得的热导率和电导率可以计算出斜率  $L = \frac{\kappa}{\sigma T}$ , 数据表如表6所示。

表6 E.1数据表

	紫铜	铝	黄铜
$\sigma[\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	$5.97 \times 10^7$	$2.98 \times 10^7$	$1.60 \times 10^7$
$\kappa \left[ \frac{\text{W}}{\text{Km}} \right]$	396	239	115
$L \left[ \frac{\text{W}\Omega}{\text{K}^2} \right]$	$2.21 \times 10^{-8}$	$2.67 \times 10^{-8}$	$2.40 \times 10^{-8}$

## E部分评述

E部分主要研究的是维德曼-夫兰兹定律。本

题利用实验求得的各种材料的电导率和热导率,计算出斜率 $L$ ,通过对斜率 $L$ 的分析来验证维德曼-夫兰兹定律的普适性。

实验表明,对于所有材料, $L$ 的值大致恒定,但并不完全相同,其值在  $2.23 \times 10^{-8} \text{W}\Omega\text{K}^{-2} \sim 3.2 \times 10^{-8} \text{W}\Omega\text{K}^{-2}$ 。而且,在特定温度范围内,是依赖于温度的,比如在许多高纯度金属中,电导率和导热率都随着温度的降低而升高,不过在银或铝等材料中, $L$ 的值也可能随温度而降低,在最纯净的银样品和非常低的温度下, $L$ 甚至可以下降10倍。

一般来说,维德曼-夫兰兹定律通常适用于高温和低温(即几K)温度,但可能不适用于中等温度。

## 科苑快讯

### 日本研发出可用于人工韧带的超强高分子凝胶

日本东京大学的研究组,研发出一种高分子“自我强化”凝胶,一拉紧就坚韧无比、一放开就恢复原状。其强度达到世界最高水平,有望广泛用于反复发挥强力作用的人工韧带、关节之类的人工运动器官等。

高分子凝胶,是在长条状高分子链连接成的网状构造中,加入水等溶剂制成的材料。高强度凝胶不断被开发出来,被用于各种各样的产业和工业领域,但是它们在使用中都面临同样的困境,就是会在反复的强力作用下逐渐变得很难恢复原状。

为了开发用途广泛、复原力(恢复性)强的高分子凝胶,东京大学物性研究所的真弓皓一副教授和该校研究生院新领域创成科学研究科的伊藤耕三教授等人组成了研究组。

研究组认为,韧性强的天然橡胶有这样的性质,就是它们一旦伸展后,高分子链会因伸展而断裂,再

互相聚集出现结晶化(伸展诱发结晶化),拉伸力消失后,结晶也会立即消失。

他们研究了高分子凝胶伸展诱发结晶化的发生机制。真弓等人采用由高分子链连接成的“滑动环凝胶”结构。滑动环凝胶的特点是,高分子链上均匀分散的张力使其具有出色的韧性。他们在研究过程中发现,如果调整滑动环凝胶分子数及分子链的长度、高分子浓度,高分子链就会结晶化。利用这一成果,他们成功开发出高韧性和复原性二者兼备的自我强化凝胶。

据研究组称,自我强化凝胶的韧性达到世界最高水平,立即复原的比率几乎达100%,可广泛用于反复使用较大力量、复原性要求高的人工运动器械等常见工业产品。

(高凌云编译自2021年6月10日 Science Portal)