

缪子反常磁矩与格点量子色动力学

冯旭¹ 靳路昶² 刘朝峰³

(1. 北京大学 100871; 2. 美国康乃迪格大学; 3. 中国科学院高能物理研究所 100049)

一、 $g=2$ 的历史意义——奠定量子电动力学的基石

早在1820年,法国物理学家安培(A.-M. Ampère)通过实验发现,载流线圈在磁场中会像一个小磁铁一样转动起来。这种规律被称为安培定律。物理学上,把电流强度与电流回路面积的乘积定义为磁矩的大小。磁矩越大,载流导线所感受的磁场力就越显著。我们可以把载流线圈等效为电子在做环形运动,圆环半径为 R ,电子速度为 v ,质量为 m 。那么对于环形电流,每个周期 $T=2\pi R/v$ 时间内通过线圈的电量为 e ,电流强度可表示为 $I=e/T$,回路面积为 $S=\pi R^2$,于是磁矩大小为 $\mu=IS=\frac{1}{2}eRv$ 。这种载流线圈的磁矩是由于电子作轨道运动引起的,也被称为轨道磁矩,它正比于电子的轨道角动量 $L=mRv$ 。我们可以用一个简单的数学式子描述磁矩与轨道角动量之间的关系,即 $\mu_L=g\frac{e}{2m}L$ 。这里的比例系数 g 是无量纲的量,最早由德国物理学家朗德(A. Landé)于1921年提出,被称为朗德因子。对于载流线圈

(环形电流),根据前面的描述,我们容易得出 $g=1$ 。

人们通过实验发现,除了轨道运动所产生的磁矩,像电子这样的微观粒子还带有确定的内禀磁矩。(也就是说,即使电子不做任何轨道运动,其本身也是一个小磁铁。)这种内禀磁矩正比于微观粒子的自旋 s ,也被称为自旋磁矩,可以由关系式 $\mu_s=g\frac{e}{2m}s$ 给出。自旋磁矩与经典物理中的磁矩不同,必须用量子力学来解释它。1928年,英国物理学家狄拉克(P. Dirac)提出了关于电子运动的相对论性量子力学方程,即著名的狄拉克方程。从这一方程出发,可以很自然地推出对于电子自旋磁矩,朗德因子 $g=2$ 。一个物体的总磁矩,其实表征的是其内部轨道磁矩和自旋磁矩的总和。

国际数据委员会(CODATA)给出了几种微观粒子的朗德因子的实验测量值^①。

电子 $g=2.002\ 319\ 304\ 362\ 56(35)$

缪子 $g=2.002\ 331\ 8418(13)$

质子 $g=5.585\ 694\ 6893(16)$

中子 $g=-3.826\ 085\ 45(90)$

可以看到电子、缪子(μ 子)、质子和中子这四种自旋为 $1/2$ 的粒子所对应的朗德因子都不严格等于2。人们把偏离狄拉克方程预言的这部分磁矩,叫做反常磁矩,记为 $a=(g-2)/2$ 。其中电子和缪子是点粒子,反常磁矩很小,完全由真空量子涨落引起。通俗的说法就是像电子、缪子这样的带电粒子可以产生电磁场并与自身发生作用从而导致自旋磁矩有一个微小的改变。而质子和中子的反常磁

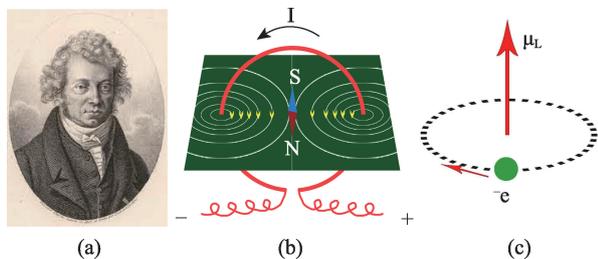


图1 (a)法国物理学家安培(1775年~1836年);
(b)载流线圈具有磁性;(c)电子做环形运动

矩很大,这主要是因为质子和中子并非点粒子,内部由夸克和胶子构成,除了真空涨落的影响,夸克和胶子还会通过复杂的相互作用贡献磁矩。

虽然电子的反常磁矩很小,但在物理学史上,它却是奠定量子电动力学的基石。对于反常磁矩的理论计算,在量子电动力学中可以按照描述电磁相互作用强度的精细结构常数 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}$ 进行微扰展开。随着高阶贡献的计算和引入,理论预言会变得越来越精确。电子反常磁矩的 $O(\alpha)$ 领头阶的计算结果最早由美国物理学家施温格(J. Schwinger)在1948年给出, $a_e \approx \frac{\alpha}{2\pi} = 0.001\ 161\ 4$,这一漂亮的结果后来作为施温格一生当中最重要的工作被铭刻在他的墓碑上。目前,电子反常磁矩的最新计算结果已达到 α^5 阶^②,在考虑了电弱相互作用与强相互作用的贡献以后,从粒子物理标准模型得到反常磁矩的理论值为

理论值 $a_e = 1\ 159\ 652\ 181.61(23) \times 10^{-12}$ 。

而实验值为

实验值 $a_e = 1\ 159\ 652\ 181.28(18) \times 10^{-12}$ 。

理论和实验值能符合到10位有效数字的精度。这样高精度的匹配,使得量子电动力学作为描述电磁相互作用的基本理论为物理学界广泛接受。施温格、朝永振一郎、费曼(R. Feynman)也因为建立量子电动力学,获得1965年的诺贝尔物理学奖。

二、三代轻子的同与不同

缪子最早是在宇宙射线中被发现的,它的质量

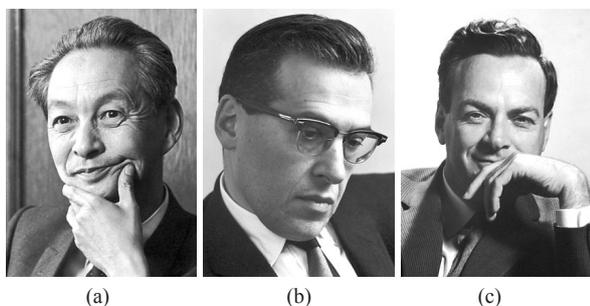


图2 朝永振一郎(a)、施温格(b)、费曼(c)因建立量子电动力学,获得1965年诺贝尔物理学奖

正好和理论物理学家所预言的一种传递强相互作用的粒子符合,因此被认为就是那种粒子。可是人们接下来发现这是一个误会,缪子并不直接参与强相互作用。它参与各种相互作用的性质都和电子很类似,只是质量是电子的两百多倍。当时物理学界很困惑,不知道为什么会有这么一个粒子。美国物理学家、诺贝尔奖获得者拉比(I. I. Rabi)当时说了一句很有名的话:“谁订购了它?”(“Who ordered that?”)现在人们知道,像缪子这样类似电子的粒子还有一种,被称为陶子(τ 子)。陶子的质量又是缪子的十多倍。这三种粒子都是粒子物理标准模型中的基本粒子,统称为轻子。缪子和陶子并不稳定,会衰变成为更轻的粒子。在高能物理中,只要符合一些守恒定律,各种粒子通常都可以变来变去。因为能量守恒的缘故,重的粒子具有更高的能量,因此可以衰变为一些更轻的粒子。反过来,轻的粒子只有在和其他粒子对撞中才能获得足够的能量转变为更重的粒子。电子作为最轻的带电粒子,因此是稳定的。缪子和陶子则可以衰变为电子加上其他的一些粒子。缪子的平均寿命是2.2微秒(2.2×10^{-6} 秒)。陶子由于更重,可能衰变的产物更多,衰变得比缪子快700多万倍。

人们对缪子磁矩的测量早在20世纪60年代就开始了。测量的结果也是缪子被认为是一种类似电子的粒子的一个决定性证据。之后对缪子磁矩的测量精度就如同摩尔定律般提高。缪子磁矩是目前人类测量精度最高的几个物理量之一。

粒子物理标准模型认为三代轻子(电子、缪子、陶子)除了质量不一样,其他性质都一样。这就是所谓的轻子普适性。那么为什么缪子会从三代轻

Authors	Lab	Muon Anomaly
Garwin et al. '60	CERN	0.001 13(14)
Charpak et al. '61	CERN	0.001 145(22)
Charpak et al. '62	CERN	0.001 162(5)
Farley et al. '66	CERN	0.001 165(3)
Bailey et al. '68	CERN	0.001 166 16(31)
Bailey et al. '79	CERN	0.001 165 923 0(84)
Brown et al. '00	BNL	0.001 165 919 1(59) (μ^+)
Brown et al. '01	BNL	0.001 165 920 2(14)(6) (μ^+)
Bennett et al. '02	BNL	0.001 165 920 4(7)(5) (μ^+)
Bennett et al. '04	BNL	0.001 165 921 4(8)(3) (μ^-)

图3 缪子反常磁矩的实验测量精度如同摩尔定律般提高

子当中脱颖而出,成为本文的主角呢?这是因为轻子反常磁矩对标准模型以外新物理的敏感程度正比于轻子质量平方。虽然人们对电子反常磁矩的测量更加精确,但由于电子太轻,对可能的未知高能相互作用不敏感,在现有精度下,电子磁矩的理论计算和实验符合得比较好。陶子虽然对于新物理最为敏感,但它实在太重了,导致寿命过于短暂,使得实验上难以对它的磁矩做精确的测量。所以缪子反常磁矩成了寻找新物理的最重要突破口。目前最新的标准模型理论预言^③和实验测量平均值^④也确实存在着4.2个标准差的分歧:

标准模型: $a_\mu = 116\,591\,810(43) \times 10^{-11}$,

实验平均: $a_\mu = 116\,592\,061(41) \times 10^{-11}$ 。

如同电子反常磁矩揭示了量子电动力学与狄拉克理论之间的差别,人们希望缪子反常磁矩也能够揭示出标准模型与新物理的差别。这对于我们探索宇宙的奥秘、了解未知的相互作用的基本相互作用的性质,都太重要了。

实验上精确测量得到的是总的缪子反常磁矩,既包括目前已知理论的贡献,也包括可能的未知相互作用的影响。为了从实验和理论的对比中捕捉到未知相互作用的蛛丝马迹,我们必须精确计算目前理论中所有的相互作用的贡献。已知的有四种基本相互作用。引力相互作用太弱,对缪子磁矩的

影响可以忽略。电磁相互作用是最主要的。弱相互作用的贡献较小。这两部分的贡献都可以非常精确地得到。目前理论上计算最困难的部分就是两种强相互作用的贡献——强真空极化(hadronic vacuum polarization, HVP)和强光子-光子散射(hadronic light-by-light scattering, HLbL)。那么强相互作用为什么在理论上处理起来如此棘手呢?这就不得不提到强相互作用的两种特殊性质——渐进自由和色禁闭。

三、强相互作用与量子色动力学

自1918年卢瑟福(E. Rutherford)发现质子、1932年查德威克(J. Chadwick)发现中子,人们已经知道原子核是由核子(质子和中子)构成的。核子之间的相互作用是核弹爆炸的能量来源,其强度远超过电磁相互作用,这也是强相互作用名称的来源。20世纪30年代,根据当时已有的一些实验结果,人们已经认识到核子之间的相互作用在距离很近的时候非常强,但是在距离稍微增加之后,很快就变得很小了。这一性质使得强相互作用力能紧紧地吧核子绑在一起,构成一个很小的带正电的原子核。但是不同的原子核之间,除非它们高速碰撞到一起,否则就只有电磁相互作用所导致的排斥力了。强相互作用的力程很短这一事实让大家猜测,传递强相互作用的粒子具有非零的质量。1934年,日本物理学家汤川秀树提出核子之间的短程相互作用由一种假想的粒子——介子来传递,介子质量大约是质子的十分之一、电子的两百倍左右。接下来,很快就由实验物理学家在宇宙射线中发现了满足这一条件的粒子——缪子。相信读者看了本文之前的介绍之后,知道这只是一个美丽的误会。当时很快就发现缪子并不是传递强相互作用的粒子。人们并没有气馁,继续寻找,果真1947年英国物理学家鲍威尔(C. Powell)又在宇宙射线中找到了一种参与强相互作用的、质量仅比缪子重一点的粒子—— π 介子。至此,汤川的介子理论得到公认。汤川和鲍威尔也相继获得1949年和1950年的诺贝尔

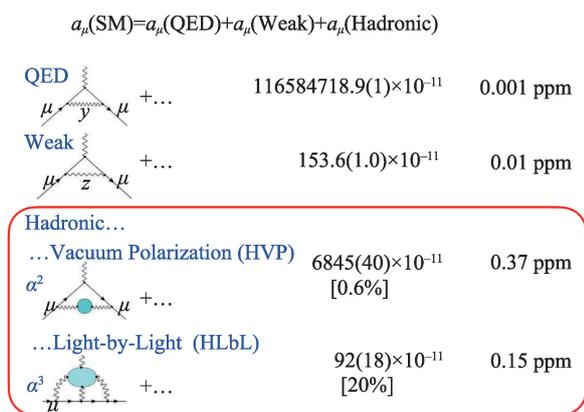


图4 粒子物理标准模型(SM)给出的电磁相互作用(QED)、弱相互作用(Weak)和强相互作用(Hadronic)对缪子反常磁矩的贡献。其中理论上最大的误差来源于强真空极化(HVP)和强光子-光子散射(HLbL)的贡献

尔物理学奖。

故事并没有结束,随着加速器技术的提高,实验物理学家在粒子加速对撞的产物中发现了一个又一个参与强相互作用的粒子。大家把这些粒子,包括质子、中子和 π 介子在内,统称为强子。新粒子的数量不断增加,人们渐渐认识到这些粒子不应该是基本的。对大量强子性质的研究,物理学家认为强子也有它们自己的组成部分。1964年,盖尔曼(M. Gell-Mann)等人把强子的基本组分命名为夸克,并且按照夸克的构成形式来归类强子。例如质子和中子,似乎就可以看作由三个夸克构成。当时的物理学界对夸克的本质有争议,有人认为夸克是物理实体,也有人(包括盖尔曼本人)认为这只是一抽象概念。同样在1964年,格林伯格(O. Greenberg)引入色荷的概念。如同带电荷的电子和质子通过电磁相互作用结合成氢原子,带色荷的夸克也可以通过强相互作用结合成质子、中子等强子。色荷的数目是3个,对应于日常生活中的红、绿、蓝三原色。三原色叠加在一起得到白色,恰好可以对应于带三种色荷的夸克组合在一起,构成色中性的质子和中子。1968年,斯坦福直线加速中心从深度非弹实验中发现核子内部具有点状物,但当时的物理学家把这些物体叫做部分子,而不是夸克。单个的夸克迄今还不能在实验中被分离出来。换句话说,在加速器上人们并没有直接发现理论上猜测的夸克。另一方面,随着对量子电动力学的进一步研究,人们发现量子场论中的相互作用强度会随着对撞粒子能量增加而增加的。对于量子电动力学,在某一极高的能量下,相互作用强度会变成无穷大——这标志着建立在微扰展开基础上的理论失效了。对于强相互作用,由于相互作用一开始就很大,人们猜测一个描述强相互作用的量子场论可能很快就失效了。对量子场论的失望使得人们开始探索很多其他的可能性。例如弦理论最早就是为了描述强子的性质而提出的。

理论发展的另一个突破口来自于人们对具有规范对称性的量子场论的研究。其实电磁场就是

一种规范场,只是它比较简单,传递电磁相互作用的媒介粒子——光子本身并不带电,不会发生自相互作用。1954年,杨振宁和米尔斯(R. Mills)引入非阿贝尔规范场论。如同带电粒子需要通过电磁场发生相互作用,夸克之间也通过一种规范场——胶子场来传递强相互作用。不同的地方在于胶子场是非阿贝尔规范场,胶子本身就带有色荷,会直接参与强相互作用。这使得满足SU(3)色规范对称性的量子场论表现出与量子电动力学截然不同的特性。1973年,美国物理学家格罗斯(D. Gross)、波利茨(H. Politzer)和威尔茨克(F. Wilczek)发现SU(3)规范场论具有渐进自由的性质,也即相互作用强度会随着对撞粒子能量增加而减少。而这一点,正好和当时的强子对撞实验得到的结果一致!描述强相互作用的理论,很大程度上是依据色规范对称性建立的,后来被命名为量子色动力学(Quantum Chromodynamics, QCD)。格罗斯等三人也因为发现渐进自由获得2004年的诺贝尔物理学奖。

渐进自由意味着强相互作用的强度不是一成不变的,能量越高相互作用越小,能量越低相互作用越强。人们称这种情况为强相互作用耦合常数(α_s)跑动。这使得量子色动力学在不同的能量区域表现出完全不同的性质。在高能量区域,可以对 α_s 做微扰展开,逐阶计算。这一做法,和人们处理电磁相互作用的做法如出一辙。如前所述,缪子反常磁矩的最大贡献来源于电磁相互作用,正因为微扰计算取得的巨大成功,才使得标准模型的理论预言能达到将近10位有效数字的精度。大部分量子

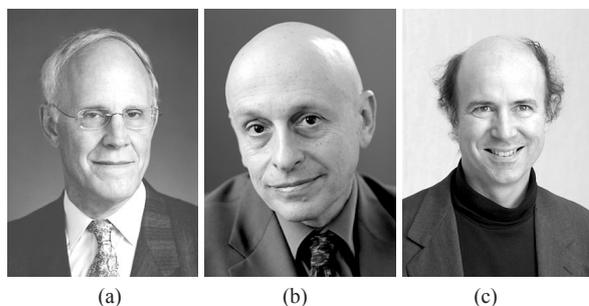


图5 格罗斯(a)、波利茨(b)、威尔茨克(c)因为发现强相互作用理论具有渐进自由的性质,获得2004年的诺贝尔物理学奖

场论的教科书,也都是从微扰论出发进行介绍的,可见其深入人心。如果说高能区由于微扰计算的成功,理论上很干净;那么非微扰的低能区就成了一块难啃的骨头。在不对 α_s 做微扰展开的情况下,如何把低能强相互作用的贡献计算出来,成了摆在理论物理学家面前的一个难题。20世纪70年代,英国的阿蒂亚爵士(M. Atiyah)提出了寻找杨-米尔斯方程数学解的计划。这一计划后来成为美国克雷数学研究所悬赏的千禧年世界七大数学难题之一,迄今尚未得到解决。而缪子反常磁矩理论预言精度的提高,恰恰就卡在了量子色动力学低能区——无论是强真空极化还是强光子-光子散射的贡献,都是非微扰强相互作用占主导。

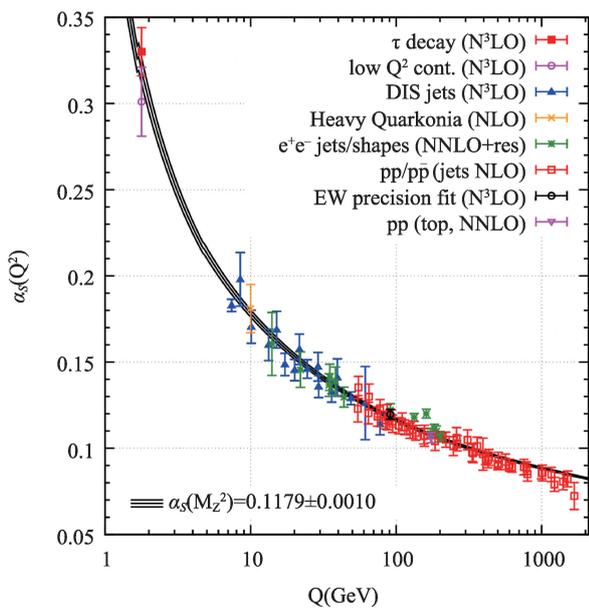


图6 强相互作用耦合常数 α_s 随着能量跑动^⑧。在低能区(大约20亿~30亿电子伏特及以下能区), α_s 越来越大,微扰论开始失效。在高能区, α_s 变得很小,是为渐进自由

除了在低能区非微扰这一困难外,量子色动力学还遇到了一个难题:如前所述,实验上找不到带有单个色荷的基本粒子——夸克和胶子,只能看到各种形形色色的强子——它们都不带有色荷。为了解释这一点,人们提出了色禁闭(也称夸克禁闭)假说。由于能量越低相互作用越强,人们猜测在高速对撞后产生大量粒子,每个粒子能量不断降低,

色荷之间的吸引不断增强,不同色荷强大的吸引力使得碰撞的最终产物都是色中性的。我们可以认为胶子-胶子相互作用像粘合剂一样把夸克粘在一起,构成强子。如果外加能量、试图把夸克拉开,那么随着粘合剂的拉长,能量会不断增加。当夸克被分离的时候,所加入的能量已足够从真空中再产生一对正-反夸克,它们会与刚分离出来的夸克形成新的强子,自由的夸克依然无法得到。色禁闭的性质给人们深入研究核子内部结构造成了极大的困难。我国科学家正在积极推进的极化电子离子对撞机(EicC)通过高速电子撞击离子,可以深度解析核子以及原子核的内部结构。^⑨

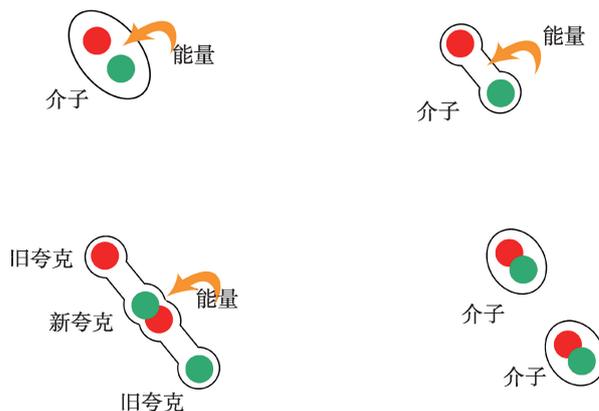


图7 夸克禁闭——实验上无法分离出带单个色荷的夸克

四、用实验结果来进行理论预言

由于低能区的强非微扰效应,直接从量子色动力学出发按照强相互作用耦合常数 α_s 进行微扰展开的计算方法失效了。取而代之的是,人们发现正负电子对撞产生强子的过程具有和强真空极化相同的物理机制,因此可以通过实验测量正负电子对撞过程的R值,来给出强真空极化效应的大小。这里的R值定义为

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

也即正负电子湮灭产生强子的概率比上正负电子湮灭产生正负缪子的概率。由于后者可以通过量子电动力学微扰论精确计算,所以R值测量实际上

就是强子产生概率的测量。

$e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ 的过程本质上是正负电子湮灭产生正反夸克对的过程,因此产率正比于夸克的种类。通过高能区的 R 值测量,与理论计算进行对比,发现夸克的种类是预期的3倍。另外,从中性 π 介子到双光子的衰变宽度测量中,也得到相同的结论。于是,物理学家确认了夸克带3种不同的色荷,并且基于色自由度满足SU(3)规范对称性,进一步发展出了量子色动力学。

R 值测量不光在量子色动力学的发展史上写下了浓墨重彩的一笔,它也是我国大科学装置北京正负电子对撞机(BEPC)/北京谱仪(BES)所肩负的重要科学目标之一。BEPC/BES是在邓小平同志和周恩来总理的亲切关怀下建设的国家大科学装置,始建于1984年,1989年开始正式实验运行。在20亿~50亿电子伏特能区对 R 值的精确测量是北京谱仪取得的在国际高能物理界有影响的重要研究成果之一。

结合 BES 等多个实验的 R 值测量结果,目前得到的强真空极化效应对缪子反常磁矩的领头阶

(α^2)贡献为

$$a_{\mu}^{\text{LO,HVP}} = 6845(40) \times 10^{-11},$$

误差为0.6%。高精度的实验测量为缪子反常磁矩的理论预言提供了目前最为精确的强真空极化输入,但对比于费米实验室缪子g-2实验的目标精度 16×10^{-11} , R 值测量精度的进一步提高仍具有重要的意义。除此之外, R 值测量中不同的实验结果也存在着一定的分歧。比如说正负电子湮灭产生正负 π 介子过程对应的 R 值测量在 $a_{\mu}^{\text{LO,HVP}}$ 中占70%的贡献,但在6亿~9亿电子伏特能区, KLOE 和 BABAR 实验的结果就存在着2.9个标准差的偏差。除了正负电子对撞之外,陶子衰变产生强子的实验测量也可以用来计算强真空极化的大小。在考虑了同位旋破缺的修正效应以后,陶子衰变的实验测量结果与正负电子对撞的结果在6亿~9亿电子伏特能区依然存在明显的偏差。在更好地了解偏差的来源之前,2020年发布的理论白皮书^③给出的缪子反常磁矩的理论预言仅以 R 值测量的结果为输入。

R 值测量属于高精度测量,需要经过严苛的检



图8 国家大科学装置——北京正负电子对撞机鸟瞰图

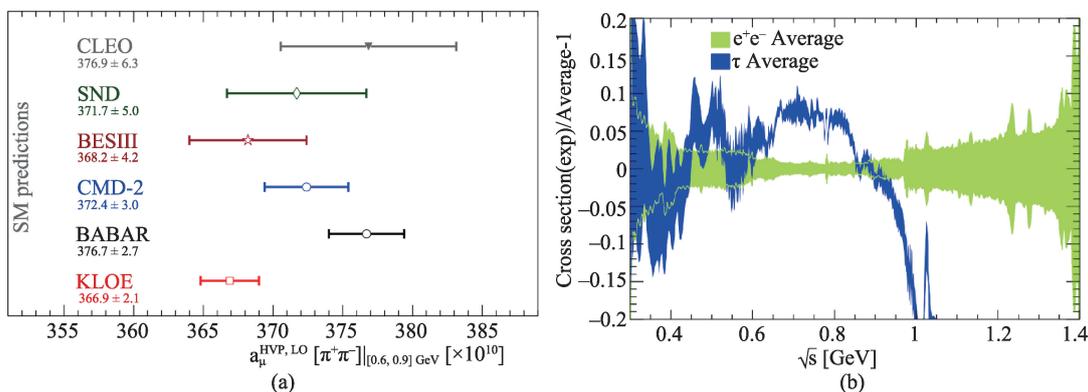


图9 (a)不同实验组给出的 R 值测量(6亿~9亿电子伏特能区)对缪子反常磁矩的贡献,其中KLOE和BABAR实验存在明显偏差^③; (b)陶子衰变与正负电子对撞实验测量的比较,在6亿~9亿电子伏特能区,存在明显偏差^③

查和审核,结果得来非常不易。BESIII最近关于 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 的测量结果发表于2016年,于2020年做了更新^⑦,并计划到2024年将实验数据积累到现有数据量的7倍,预期误差将会降低到 2.2×10^{-10} 。BESIII实验测量精度的提升,将有望对KLOE和BABAR的实验分歧做出甄别,对于精确预言缪子反常磁矩具有重要意义。此外,BES实验对 $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0, \eta, \eta', \pi\pi$ 等过程的测量,也能为强光子-光子散射的理论计算提供重要的低能强相互作用输入。我们期待中国的高能实验物理学家在缪子反常磁矩的预言中取得新的成果,也期待中国未来可能的新一代正负电子对撞机——超级陶粲装置顺利建设,并提供更为精确的实验测量结果。

五、从第一性原理出发进行理论预言

虽然微扰论没办法有效地处理低能区的强相互作用,杨-米尔斯方程的纯数学解到目前为止也仍然是一个未解之难题,但是借助超级计算机,科学家依然有办法直接从量子色动力学第一性原理出发,对低能强相互作用进行精确的预言。这要归功于1974年美国物理学家、诺贝尔奖得主威尔逊(K. Wilson)给出了量子场论的非微扰定义。在定义中人们需要将看似连续的时空离散化,分成小格子。夸克场定义在小格子的顶点上,传递夸克之间相互作用的胶子场定义在联结夸克的连线上。连续的量子场论对应格子间距趋于零的极限。值得

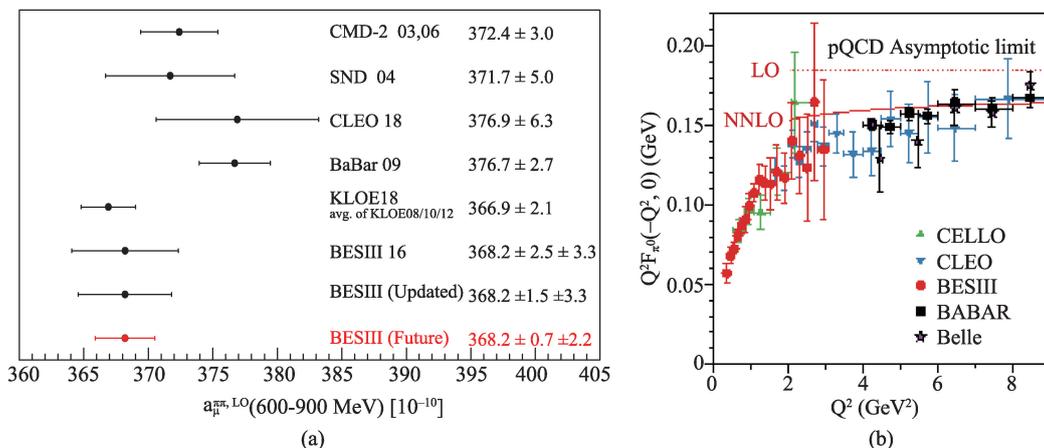


图10 (a)BESIII实验预期:2024年将 R 值(6亿~9亿电子伏特能区)对缪子反常磁矩的贡献的误差降到 2.2×10^{-10} , 这对于理论精确预言缪子反常磁矩具有十分重要的意义;(b)BESIII实验测量 $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ 过程的形状因子。相比较其他实验,BESIII可以为强光子-光子散射的理论计算提供了更为精确的低能区数据

一提的是,威尔逊开创格点量子色动力学的时候,超级计算机的计算能力还比不上现在一台普通的笔记本电脑。但通过格点离散化,威尔逊发现当强相互作用耦合常数 α_s 趋于无穷时,量子色动力学是可以进行解析计算的,并且可以推导出夸克禁闭这一结果^⑧。当然,真实的世界对应的 α_s 并非是无穷大,这个时候,物理学家需要借助超级计算机的帮助。1979年,美国布鲁克海文国家实验室的克劳兹(M. Creutz)在计算机上实现了量子场论的首个格点计算。

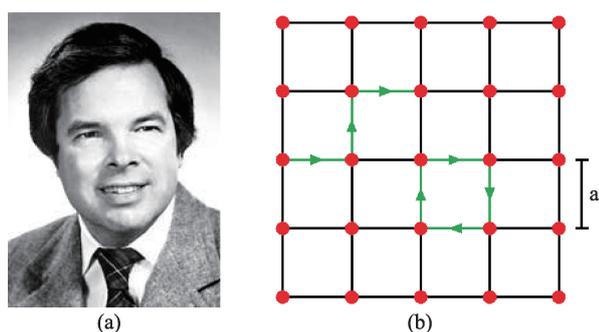


图11 (a)美国物理学家、诺贝尔奖得主威尔逊于1974年创立格点场论;(b)在格点量子场论中,夸克场定义在小格子的顶点上(红点表示),胶子场定义在联结夸克的连线上(绿线表示),格点之间的距离不为零

格点量子色动力学计算是在费曼路径积分量子化的框架下实现的。这一框架是对经典力学中最小作用量原理的推广。对于现代物理学而言,作用量的概念已遍及电磁学、狭义和广义相对论、粒子物理学等众多分支,而不仅仅停留在力学。量子色动力学也可以用作用量来描述。在经典世界中,最小作用量原理告诉我们:粒子运动的真实路径,是使作用量取极小值的那条路径。而在量子的世界中,粒子运动时如同使用了分身术一般,采取了所有可能的路径。只是粒子从不同的路径走,概率不一样;概率最大的那条路径,对应的依然是作用量最小的路径。这听起来貌似不可思议,却是量子力学的关键洞见。它告诉我们,粒子演化过程中所有可能的路径都会经历,只不过它们是有概率地发生,具有随机性。但由于这个概率的大小,完全由作用量决定,因此粒子从初始状态演化到最终状态所产生的任何物理可观测效果,依然具有确定性。

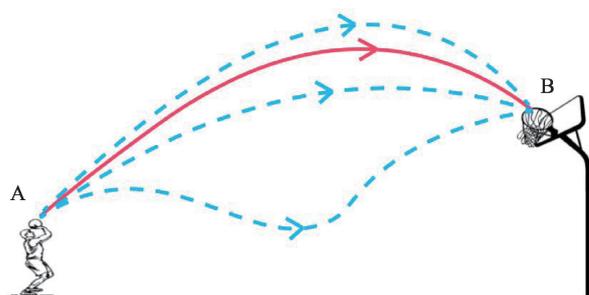


图12 在经典世界中,篮球的运动轨迹遵循最小作用量原理(由红线描述)。在量子世界中,微观粒子具有波动性,它的演化过程可以尝试各种路径

由于在路径积分中,所有的时空路径都是被允许的,对于连续场论而言,路径积分对应于一个无穷高维度的积分,这件事情让大家束手无策。但在格点场论下,由于时空被离散化了,夸克场和胶子场的自由度是有限的。比如说,我们取每个时空维度上的格点数为32个(取成 2^n 比较易于大规模数值并行计算),那么路径积分就变成了一个百万维($32^4 \approx 10^6$)的积分。这听起来虽然依旧很吓人,但已经把一件不可能做到的事变成了可能。由于不同的路径发生的概率随着作用量的增大指数下降,对于一个百万维的积分,人们只需要把作用量最小值附近的那些路径的贡献重点抽样出来就行,这件事情可以通过蒙特卡洛模拟来完成。

从研究手段上看,格点量子色动力学是实验物理、理论物理和计算物理这三架马车后两架的结合体。它一方面要借助超级计算机来实现物理目标的精确计算;另一方面,也需要对考察的物理体系展开深入的理论研究,才能设计出最佳的计算方案。我们也可以把格点量子色动力学与之前提到的高能实验放到一起,会发现它们很有几分相似的地方。首先,它们都依赖基础设施,高能实验需要加速器的助力,而格点计算利用的是超级计算机。其次,在研究对象的产生方面,高能实验直接通过粒子对撞,从真空中产生新的粒子和各种事例。这里所谓的“真空”并非空无一物,它切实包含了现实世界中各种相互作用的信息,只是所有粒子都处于基态而已。对于格点量子色动力学来讲,计算机并不知道何为强相互作用,当人们利用计算机进行蒙

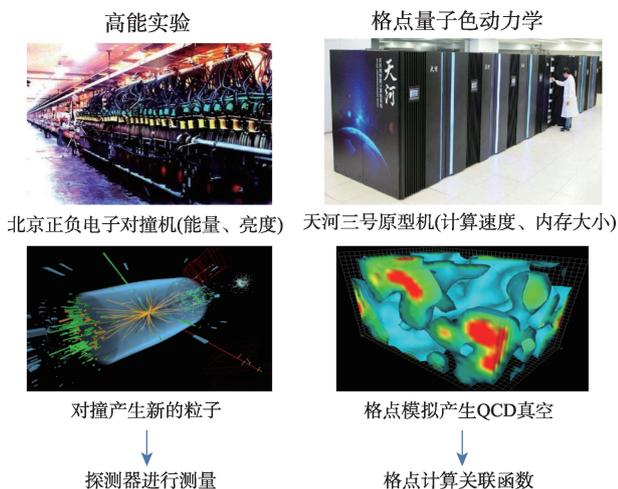


图13 格点量子色动力学与高能物理实验的相似性

特卡洛模拟来得到规范场组态的时候,实际上是在制备一个量子色动力学的真空。最后,实验通过探测器来选择感兴趣的事例进行研究,而格点则是通过构建具有确定量子数的关联函数来提取物理信息。由于以上几方面的相似性,也有人把格点量子色动力学形象比作是超级计算机上的虚拟实验室。

从第一个格点计算到现在,40多年来,随着超级计算机的迅猛发展,目前已经可以从格点量子色动力学的计算中非常精确地得到很多涉及强相互作用的物理量。比如,格点计算得到的各种轻强子质量就与实验测量的结果符合得很好。如果说高能区的各种实验与微扰QCD的相互印证确定了QCD是强相互作用背后最基本的理论,那么低能区的实验测量与非微扰格点QCD的印证实际上也起到了异曲同工的作用。像 π 和 K 介子衰变常数以及 K 介子半轻衰变形状因子这些物理量,格点计算的精度甚至达到了0.1%~0.2%。此外,格点QCD也给出了目前最为精确的强相互作用耦合常数 α_s 的值。在未来几年,超级计算机即将要进入Exaflop时代,也即计算能力达到每秒 10^{18} 的浮点运算。这样的计算机运行1分钟,相当于一台普通的笔记本电脑(假设速度为每秒5亿次浮点运算)运行近4千年。此外,格点界也在积极探索量子计算的可能性。可以说,计算机帮助我们实现了超越自我力量的延伸,未来更加可期。

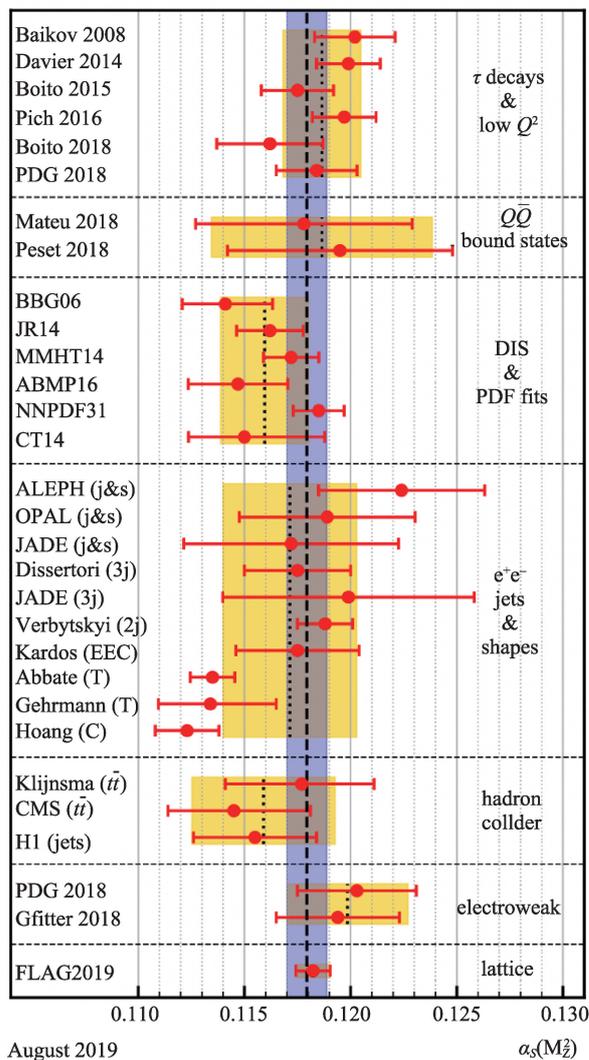


图14 格点量子色动力学给出了目前最为精确的强相互作用耦合常数 α_s 。

回到缪子反常磁矩,格点场论计算目前已经得到了关于缪子反常磁矩的两种强相互作用贡献的大小,但精度仍然低于实验的输入。2020年理论白皮书平均了多个格点组的计算结果,最后给出强真空极化贡献的精度是2.6%。2021年,BMW格点组给出了目前唯一一个误差小于1%的计算结果^⑨。要达到甚至超过0.6%的实验输入精度,靠的是格点场论方面的专家对计算的精益求精,并没有捷径。在1%甚至更高的精度下,带电夸克造成的电磁修正就成为不可忽视的因素。同样的,由于上夸克、下夸克质量的细小差别带来的影响也必须被考虑到格点计算中去。此外,还要根据物理系统的特点

来设计优化的计算方案以减小统计误差,并且采用多个不同格距、不同尺寸的格点系统来进行连续极限和无穷体积外推。所有的这些努力,都为了推动理论预言值往更高的精度迈进。

正如国际上由粒子物理学的专家组成了粒子数据组(Particle Data Group, PDG)对实验数据进行评估,把平均以后的结果以《粒子物理回顾》(Review of particle physics)的形式发表,格点量子色动力学方面也由专家组成了味物理格点平均组(Flavor Lattice Averaging Group, FLAG),对格点计算得到的高精度味物理方面的结果进行评估,并以FLAG review的形式发表。像前面提到的衰变常数、形状因子和强相互作用耦合常数的最新格点结果,都可以在FLAG review中查到。而缪子反常磁矩方面的评估和平均工作,也由格点场论、微扰场论、唯象学以及实验方面的专家组成的Muon g-2 Theory Initiative工作组来完成。之前提到的理论白皮书,就是由Theory Initiative发布。值得注意的是,BMW合作组的结果比目前理论白皮书中通过R值测量方法得到的结果更大。如果采用BMW合作组的结果,那么标准模型理论预言和费米实验室的最新测量结果的偏差会相应减小。这一结果在各个格点组引起了极大的关注和讨论。正如希格斯粒子的发现需要由Atlas和CMS两大实验组来共同寻找和确定,像缪子反常磁矩这样高精度的计算结果要得到最终确认,也需要由多个格点组的计算结果来相互验证。BMW合作组在他们的文章中也提到:“Our lattice result shows some tension with the R-ratio determinations of refs.3- 6. Obviously, our findings should be confirmed - or refuted - by other studies using different discretizations of QCD. Those investigations are underway.”虽然现在还未达到这一目标,但我们可以期待在未来几年,格点计算可以帮助我们得到一个非常精确的、完全从现有第一性原理出发的缪子反常磁矩的理论预言值。

六、结束语

科学上的重大发现,得来往往不易。过去,电子反常磁矩的高精度计算和测量,为量子电动力学的发展奠定了牢固的基石。今天,我们渴望缪子反常磁矩能够带给我们关于标准模型以外新物理的启示。大道至简,其行惟艰。无论是实验上对强相互作用过程的测量,还是格点量子色动力学对于非微扰过程的计算,我们都希望精益求精,期望有一天它们能带给我们对于未知世界的更深层次的理解。

致谢

在本文的撰写过程中,中科院高能物理研究所的李海波研究员、北京大学物理学院的刘川教授、马滢青研究员阅读了本文的初稿,给予了我们很好的建议和帮助。李海波研究员还将BESIII实验的一些资料分享给我们。在此,向以上几位老师致以诚挚的谢意!

参考文献

- ① <http://physics.nist.gov/constants>
- ② Theory of the anomalous magnetic moment of the electron, T. Aoyama, T. Kinoshita, M. Nio, *Atoms* 7 (2019) 1, 28
- ③ The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model, T. Aoyama, et al. *Phys.Rept.* 887 (2020) 1-166
- ④ Measurement of the positive muon anomalous magnetic moment to 0.46 ppm, Muon g-2 Collaboration, *Phys.Rev.Lett.* 126 (2021) 14, 141801
- ⑤ Review of particle physics, Particle Data Group, *PTEP* 2020 (2020) 8, 083C01
- ⑥ Electron-Ion collider in China, D. P. Anderle et al. *Front.Phys.* 16 (2021)6, 64701
- ⑦ Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross section between 600 and 900 MeV using initial state radiation, BESIII Collaboration, *Phys. Lett.B* 753 (2016) 629-638, *Phys.Lett.B* 812 (2021) 135982 (erratum)
- ⑧ Confinement of quarks, K. Wilson, *Phys. Rev. D* 10 (1974) 2445-2459
- ⑨ Leading hadronic contribution to the muon magnetic moment from lattice QCD, BMW Collaboration, *Nature* (2021).