



热声热机

房 颐¹ 宋 峰²

(1. 南京师范大学附属中学 210003; 2. 南开大学物理科学学院 300071)

热声热机(Thermoacoustic Engine)是一种把热能转换成声能或者说声波等形式的机械功的装置。像其他许多热机一样,它可以逆向运行而作为制冷机,即利用声能将热量从低温热库输向高温热库。热声热机的高运行频率减少了热传导并且无需任何气室。与许多其他热机不同,除了工作流体本身,热声热机没有任何活动部件。

热声热机的效率通常比其他类型的热机低,但它们在建造和维护成本上具有优势。这为可再生能源的应用创造了机会,例如太阳能热电厂和废热利用等。2019年国际物理奥林匹克竞赛理论第三题就是关于热声热机,我们的分析将集中于系统内部产生声能,而忽略给外部设备供能时需要的提取或转换。

A 部分:封闭管中的声波

如图1所示,有一个长度为 L ,横截面积为 S 的绝热管,其轴线沿 x 方向。管的两端坐标分别为 $x=0$ 和 $x=L$ 。管两端封闭,内部充满理想气体。平衡时,气体温度为 T_0 、压强为 p_0 、密度为 ρ_0 。假设气体黏性可以忽略不计,气体只能沿着 x 方向运动,而在垂直的 y 和 z 方向气体性质都是均匀的。

A.1 当声在管中形成驻波时,气体微团以圆频

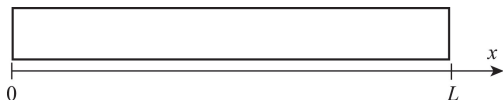


图1

率 ω 沿 x 方向振动,振幅与每个微团的平衡位置坐标 x 有关。每个气体微团相对其平衡位置 x 的纵向位移为:

$$u(x, t) = a \sin kx \cos \omega t = u_1(x) \cos \omega t \quad (1)$$

(请注意这里 u 描述气体微团的位移)

其中 a 是正常数,且 $a \ll L$, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, λ 是波长。试问这个系统中可能的最大波长 λ_{\max} 是多少?

下面假设在本道大题中一直是波长 $\lambda = \lambda_{\max}$ 的振荡模式。

现在,考虑一个狭窄的气体微团,静止位于 x 和 $x + \Delta x$ 之间($\Delta x \ll L$)。由A.1中的位移波的结果,气体微团沿 x 轴振荡并经历体积以及其他热力学性质的变化。

在以下所有问题中,假设所有这些热力学性质的变化与未受扰动时的值相比都是小量。

A.2 气体微团体积 $V(x, t)$ 在其平衡值 $V_0 = S\Delta x$ 附近振荡,并满足

$$V(x, t) = V_0 + V_1(x) \cos \omega t \quad (2)$$

试求出 $V_1(x)$ 的表达式,用 V_0 、 a 、 k 和 x 表示。

A.3 假设由于声波的原因,气体总压强近似取如下形式:

$$p(x, t) = p_0 - p_1(x) \cos \omega t \quad (3)$$

通过考虑作用于气体微团的力,试求出压强振荡的振幅 $p_1(x)$ (保留主要项),用其位置 x 、平衡密度 ρ_0 、位移振幅 a 以及波的参量 k 和 ω 表示。

在声波频率下,可忽略气体的热传导。我们将气体微团的膨胀和收缩当作纯粹的绝热过程,满足关系 $pV^\gamma = \text{常数}$,其中 γ 是绝热指数。

A.4 使用上述关系和先前问题所求得的结果,试求在管中声波的速度表达式 $c = \omega/k$,取一级近似。答案用 p_0 、 ρ_0 和绝热指数 γ 表示。

A.5 在声波的影响下,由于绝热膨胀和收缩导致气体温度变化,温度满足:

$$T(x, t) = T_0 - T_1(x) \cos \omega t \quad (4)$$

试求出温度振荡的振幅 $T_1(x)$,用 T_0 、 γ 、 a 、 k 和 x 表示。

A.6 假设管与气体之间有弱的热相互作用(该假设仅用于求解A.6问),其结果是声波驻波几乎保

持不变,但气体可以与管交换少量的热量。由于黏性引起的发热可以忽略不计。

对于图2中的每个点(A、C在管边缘,B在中心),长时间看来,判断其上温度是增加、减少还是保持不变。

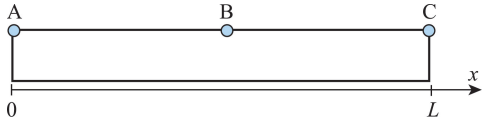


图2

B 部分:外部热接触引起的声波放大

如图3所示,将多个薄的固体板彼此分隔,叠放于管内。薄固体板堆栈的板面与管轴线方向平行,以便不阻碍沿着管流动的气流。堆栈板的中心位于 $x_0 = L/4$,其沿管轴线的延展宽度 $l \ll L$,并填充整个横截面(板间间隔空隙还保留着)。堆栈板的右和左边缘保持温度差 τ 。堆栈板的左边缘位于 $x_H = x_0 - l/2$ 处,通过外部热库将温度维持在 $T_H = T_0 + \tau/2$,与此同时,位于 $x_C = x_0 + l/2$ 处的堆栈板右边缘,温度维持在 $T_C = T_0 - \tau/2$ 。

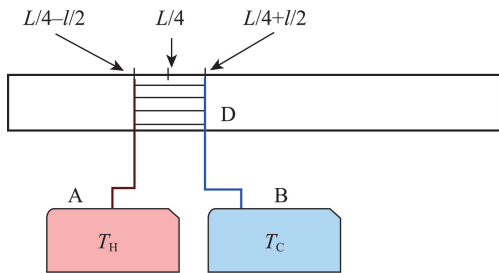


图3 系统的草图。A和B分别表示高温和低温热库,D表示堆栈板

堆栈板内允许有轻微的纵向热流以保持其左右两边缘间恒定的温度梯度,使得

$$T_{\text{plate}}(x) = T_0 - \frac{x - x_0}{l} \tau。$$

为了分析堆栈板与气体之间的热接触对管内声波造成的效应,做出以下假设:

- 与前部分相同,所有热力学性质的变化与没受扰动时的值相比是小量。
- 系统在可能的最长波长的基频驻波模式下工作,它只是由于堆栈板的存在而略微改变。
- 堆栈板比波长要短得多, $l \ll \lambda_{\text{max}}$,因此可放置

于既足够远离位移的节点也足够远离压强的节点处,以使得堆栈板内的气体位移 u 和压强 p 在整个堆栈板的长度方向(x 轴方向)可以视为是均匀的,即 $u(x, t) \approx u(x_0, t)$ 、 $p(x, t) \approx p(x_0, t)$ 。

•我们可以忽略由于气体微团移入和移出堆栈板而导致的任何边缘效应。

•堆栈板两端之间的温差,即高温和低温热库之间的温度差异,相比于绝对温度是很小的: $\tau \ll T_0$ 。

•通过堆栈板、气体和沿着管的热传导可以忽略不计。相对显著的传热原因,是气体运动引起的对流和气体与堆栈板之间的热传导。

B.1 考虑堆栈板区域内的特定气体微团,初始位于 $x_0 = L/4$ 处。当气体微团在堆栈板内移动时,气体微元附近堆栈板的温度变化如下:

$$T_{\text{env}}(t) = T_0 - T_{\text{st}} \cos \omega t \quad (5)$$

将 T_{st} 用 a 、 τ 和 l 表示。

B.2 温度差高于什么临界值 τ_{cr} 时,气体将从高温热库向低温热库传热? 答案用 T_0 、 γ 、 k 和 l 表示。

B.3 试求出流入小气体微团的热流 dQ/dt 作为其体积变化率和压强变化率的线性函数的一般近似表达式。用体积变化率 dV/dt 和压强变化率 dp/dt 、未受扰动时气体元的压强和体积的平衡值 p_0 和 V_0 以及绝热指数 γ 表示答案。(已知等容摩尔热容 $C_{V,m} = \frac{R}{\gamma - 1}$, 其中 R 是普适气体常量)

气体微团和堆栈板之间的有限热流率导致了气体微团的压强和体积的振动相位的差异。我们将分析这个现象如何做功。

令从堆栈板进入气体微团的热通量正比于气体微团和相邻堆栈板单元之间的温度差,近似由 $\frac{dQ}{dt} = -\beta V_0 (T_1 - T_{\text{st}}) \cos \omega t$ 给出。这里 T_1 和 T_{st} 分别是问题 A.5 和 B.1 中的气体元和相邻堆栈板的温度振幅, β 是常数,且 $\beta > 0$ 。假设以机器的运行频率,由于这种热流动引起的气体温度变化相比于 T_1 和 T_{st} 都是微小的。

B.4 为了计算功,我们将考虑由于与堆栈板的热接触而运动的气体微团的体积变化。把气体微团受到堆栈板影响后的压强和体积写成如下形式:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p_a \sin \omega t - p_b \cos \omega t \\ V &= V_0 + V_a \sin \omega t + V_b \cos \omega t \end{aligned} \quad (6)$$

已知 p_a 和 p_b , 试求出 V_a 和 V_b 。答案用 $p_a, p_b, p_0, V_0, \gamma, \tau, \tau_{cr}, \beta, \omega, a$ 和 l 表示。

B.5 试求出在一个周期内由气体微团产生的每单位体积的声学功 w 的近似表达式。对堆栈板区域的体积做积分以得到一个周期内气体产生的总功 W_{tot} 。 W_{tot} 用 $\gamma, \tau, \tau_{cr}, \beta, \omega, a, k$ 和 S 表示。

B.6 试求出在一个周期内从 $x = x_0$ 截面左侧传输到右侧的热量 Q_{tot} 的近似表达式, 用 $\tau, \tau_{cr}, \beta, \omega, a, S, l$ 表示。

B.7 试求出热声热机的效率 η 。效率定义为产生的声能与从高温热库吸取的热量之比。答案用高温热库和低温热库之间的温度差 τ 、临界温度差 τ_{cr} 和卡诺热机效率 $\eta_c = 1 - T_c/T_H$ 表示。

背景知识

热声热机是一种热声设备, 它利用热声效应, 实现热能到声能转化从而实现声能输出。系统中除了振荡气体以外, 没有任何其他运动部件。

1979年 Ceperley 发现行波在通过回热器时经历了同理想斯特林循环类似的热力学过程, 虽然由

于损耗太大, 他在实验中没有得到放大的声能, 但是他首先提出了行波型热声热机的概念。日本的 Yazaki 率先实现了环形管路行波热声热机实验。在 20 世纪 80 年代早期, 一个由 Jone wheatley 领导的研究小组, 在 Los Alamos 国家实验室工作, 开始尝试利用热声效应来制造驻波型热机或制冷机^①。这些声学器件和谐振器取代了 18 世纪早期生产的传统热机中使用的活塞、飞轮和连杆, 因此不需要动态密封和润滑, 具有光明的应用前景。

参考文献

① Garrett S L. Resource Letter: TA-1: Thermoacoustic engines and refrigerators[J]. Physics Today, 2004, 72(1): 11-17

* * * * *

欢迎读者朋友参与“物理奥赛”系列专题的有奖竞答活动, 并在答案公布前将您的解答同时发送至 aosai@ihep.ac.cn 邮箱。对于参与并答对每期题目的前 20 名读者, 编辑部将赠阅 1 年《现代物理知识》杂志。



科苑快讯

不同植物的根如何争夺地下空间

对于植物来说, 隐藏在地下的根并非不如地表部分那样重要。现在, 研究人员已经弄清楚, 不同植物的根是如何划分它们之间的领地的。因为隐藏在土壤中的根很难监测, 所以研究人员首先开发了一个数学模型, 来预测在与相邻植物有无竞争的两种情况下是如何生长的。然后, 他们通过单独种植胡椒或与其他植物相邻种植, 来验证他们的预测。

为了观察根是如何生长的, 他们将红色染料注入一种植物, 将蓝色染料注入另一种植物, 并检查根在周围土壤中的分布。正如视频所示, 一株植物会在其扎根处生根发芽, 同时在地面向四面八方延伸。研究人员在《科学》(Science) 期刊上报告, 如果附近有另一



株植物, 根系就倾向于在其附近生长, 避免与竞争对手的根系重叠, 从而最大限度地吸取营养。

(高凌云编译自 2020 年 11 月 11 日 www.sciencemag.org)