



微波炉的物理学

——2019 国际物理奥林匹克竞赛 理论第二题试题

李 璠¹ 宋 峰²

(1. 西安市铁一中学 710054; 2. 南开大学物理科学学院 300071)

本题讨论微波炉中微波辐射的产生以及用它加热食物的原理。微波辐射是由一种叫做“磁控管”的装置产生的。本题分两部分:A部分涉及磁控管的工作,B部分涉及微波辐射在食物中的吸收。

A 部分:磁控管的结构和运转(6.6分)

磁控管是一种产生微波辐射的装置,可以产生脉冲电磁波(应用于雷达),也可以产生连续电磁波(例如,应用在微波炉中)。磁控管具有自放大振荡模式,为磁控管提供稳恒(而非交变)电压可快速激发此模式,磁控管就是用这种方式产生并发射微波辐射的。

典型的微波炉磁控管是由一个铜制的固体圆柱形的阴极(半径为 a)和一圈阳极(半径为 b)组成的。阳极是一个厚壁圆筒的形状,筒壁上钻出一些圆柱形空腔,这些腔被称为“谐振器”。只要其中一个谐振器与天线耦合,天线就会将微波能量传送出去,我们后面的讨论中会忽略天线。所有的内部空腔都是真空的。如图 1(a)所示,我们将考虑一个典型的磁控管带有八个谐振器的情形。单个谐振器的三维结构如图 1(b)所示。八个腔中的每一个都表现为电感电容(LC)谐振器,工作频率 $f=2.45\text{ GHz}$ 。

沿磁控管纵轴施加均匀稳恒磁场,方向指向图 1(a)中所示纸面之外。此外,在阳极(正电势)和阴极

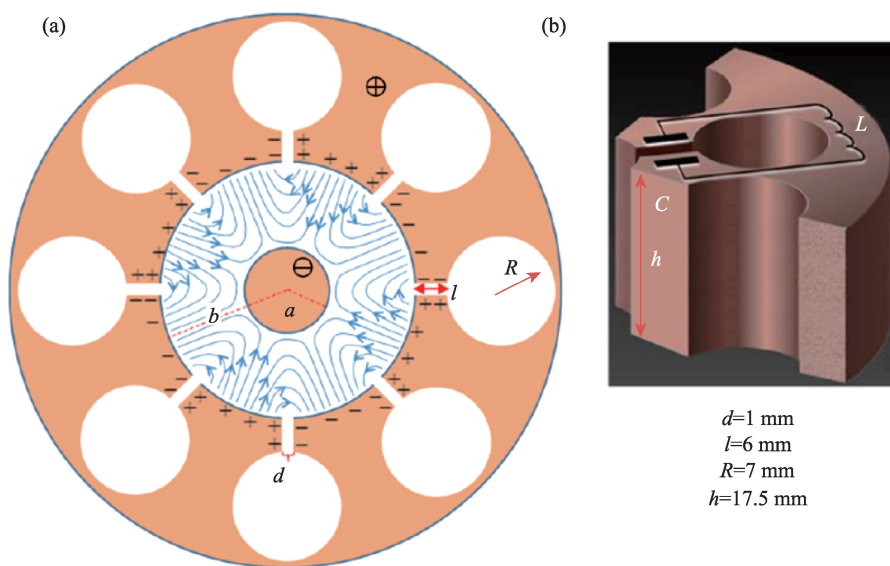


图 1

(负电势)之间施加一个恒定电压。电子从阴极发射后到达阳极并对其充电,从而激发出一种振荡模式,在这种模式下,每两个相邻的谐振器之间的电荷符号是相反的。空腔的振荡进一步放大了这种振荡模式。

在阴极和阳极之间的空间内,除了恒定电压引起的静电场外,还会产生交变电场,前面提到它的频率 $f=2.45\text{ GHz}$ (图1(a)中的蓝线描绘了这种交变电场;静电场未绘出)。在稳态下,阳极和阴极之间的交变电场的典型振幅约为静态电场的13倍。在阴极和阳极之间的空间中,电子的运动受到电场的静态部分和交变部分的影响。这使得到达阳极的电子将从静电场所获得能量的大约80%转移到交变电场中。少数被射出的电子返回阴极,释放出额外的电荷,进一步放大了交变电场。

每个谐振器可以看作是一个电容和一个电感,见图1(b)。电容主要来自于谐振器表面的平面部分,而电感则来自于圆柱形部分。假设谐振器中的电流在非常接近其圆柱腔的表面均匀地流动,并且由该电流产生的磁场强度是理想无线螺线管的0.6倍。谐振器几何结构的各种长度如图1(b)所示。真空介电常数和磁导率分别为 $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\text{ H/m}$ 和 $\epsilon_0=8.85\times 10^{-12}\text{ F/m}$ 。

A.1 使用上述数据估算单个谐振器的频率 f_{est} 。(你的结果可能与实际值不同,实际值为 $f=2.45\text{ GHz}$ 。在问题的其余部分中请使用实际值。)(0.4分)

下面的题目A.2不涉及磁控管本身,却有助于了解与其相关的物理学知识。假设一个电子在自由空间中运动,受到沿 y 轴负方向的均匀电场 $\vec{E}=E_0\hat{y}$ 和 z 轴正方向的匀强磁场 $\vec{B}=B_0\hat{z}$ (E_0 和 B_0 是正值, \hat{x} 、 \hat{y} 、 \hat{z} 是以传统方式定义的单位向量)。我们用 $\vec{u}(t)$ 来表示电子速度随时间的变化关系。电子的漂移速度 \vec{u}_d 被定义为其平均速度。分别用 m 和 $-e$ 来表示电子的质量和电荷。

A.2 在以下两种情况中,求 \vec{u}_d 。另外,在答题纸上画出在 $0 < t < \frac{4\pi m}{eB_0}$ 时段中电子的轨迹(在实验

室参考系):(1.5分)

1. 当 $t=0$ 时,电子速度为 $\vec{u}(0)=(3E_0/B_0)\hat{x}$,
2. 当 $t=0$ 时,电子速度为 $\vec{u}(0)=-(3E_0/B_0)\hat{x}$ 。

我们现在继续讨论磁控管。阴极和阳极之间的距离是15 mm。假设由于前面提到的转化为交变电场而产生的能量损失,每个电子的最大动能不超过 $K_{\text{max}}=800\text{ eV}$ 。静态磁感应强度为 $B_0=0.3\text{ T}$,电子质量和电荷分别为 $m=9.1\times 10^{-31}\text{ kg}$ 和 $-e=-1.6\times 10^{-19}\text{ C}$ 。

A.3 选择一个参考系,在该参考系中的电子运动近似为圆形,并将该参考系近似视为惯性系,在此参考系中计算电子运动轨迹最大半径 r 的数值。(0.4分)

A.4 图2描绘了某一给定时刻阳极和阴极之间的交变电场线(静电场未绘出)。请在答题纸上指出,位于A、B、C、D和E点的电子中,哪些将朝着阳极漂移,哪些将朝着阴极漂移,哪些将朝着垂直于该时刻半径的方向漂移。(1.2分)

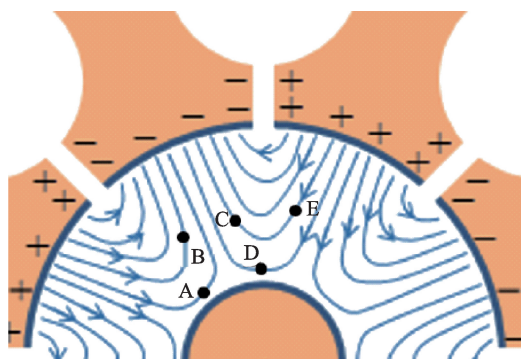


图2

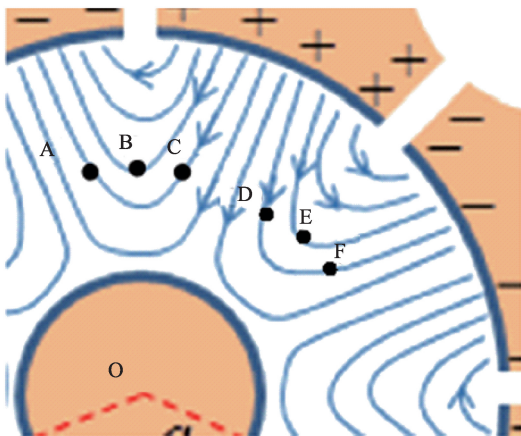


图3

图3描绘了给定时刻阳极和阴极之间的交变电场线(静态场未绘制出)。此时六个电子的位置用A、B、C、D、E和F表示。所有电子与阴极的距离相同。

A.5 考虑图3所示的情况。对于六个电子对AB、AC、BC、DE、DF、EF中的每一个电子对,指出它们的漂移会使得它们的位置矢量(从阴极的中心O测量)之间的夹角在该时刻是增大还是减小。(1.2分)

在问题A.5中发现的模式起着聚焦机制的作用,将阴极和阳极之间的电子集中成辐条状。图4描绘了一个这样的辐条,用S表示。

A.6 请在答题纸上描绘此时的其他辐条。用箭头指示它们的旋转方向,并计算它们的平均角速度 ω_s 。(0.8分)

做一个近似,阴极和阳极之间中点处的电场大致上可近似等于电场沿阴极到阳极的径向的平均静电场,并且在该区域内这些辐条也近似为径向。阴极和阳极半径(分别为 a 和 b)如图4所示。

A.7 用上述方法求出磁控管所需静态电压的近似表达式。(所求得的表情式将近似给出磁控管工作所需电压的最小值;实际使用时的最佳电压会略高一些。)(1.1分)

B 部分:微波辐射与水分子的相互作用(3.4分)

本部分讨论微波辐射(由磁控管的天线将微波辐

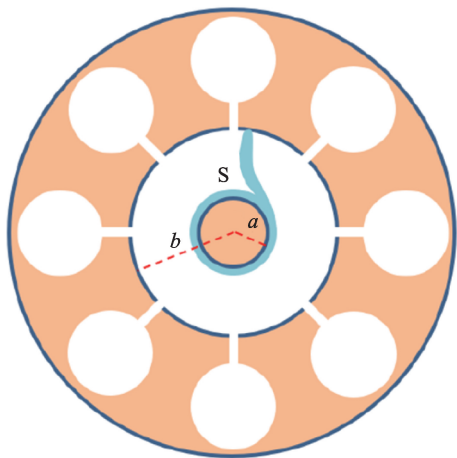


图4

射到食品室)在烹饪上的应用,即加热有耗散的电介质材料,如水,无论是纯的还是咸的(比如说,汤)。

电偶极子是由两个相距很小(距离为 d)的等量异号电荷(电量为 q 和 $-q$)构成的。电偶极矩矢量的方向从负电荷指向正电荷,其大小为 $p=qd$ 。

一个随时间变化的电场 $\vec{E}(t)=E(t)\hat{x}$ 作用在一个孤立的瞬态电偶极子 $\vec{p}(t)$ 上,其偶极矩的大小为常量,即 $p_0=|\vec{p}(t)|$,偶极矩与电场的夹角为 $\theta(t)$ 。

B.1 写出电场作用在偶极子上的力矩大小 $\tau(t)$ 的表达式,以及电场对偶极子的功率 $H(t)$ 的表达式,用 p_0 、 $E(t)$ 、 $\theta(t)$ 及其导数表示。(0.5分)

水分子是有极分子,因此可以看作电偶极子。由于液态水中的水分子之间有很强的氢键,人们不能把它们看作独立的偶极子。相反,我们应该考虑极化强度矢量 $\vec{P}(t)$,就是偶极矩密度(即单位体积内的水分子偶极矩的总和)。极化强度 $\vec{P}(t)$ 平行于所在位置外加的(微波辐射的)交变电场, $\vec{E}(t)$,并与其与该位置交变电场振幅成比例的振幅随时间振荡,但是相位滞后 δ 。

水中给定位置的交变电场为 $\vec{E}(t)=E_0 \sin(\omega t)\hat{x}$,其中 $\omega=2\pi f$,产生极化强度 $\vec{P}(t)=\beta\epsilon_0 E_0 \sin(\omega t - \delta)\hat{x}$,其中无量纲常数 β 由水的性质决定。

B.2 求单位体积的水吸收的功率对时间的平均值 $\langle H(t) \rangle$ 的表达式。随时间周期性变量 $f(t)$ 在其周期 T 上对时间的平均值定义为:(0.2分)

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

现在让我们来考虑辐射在水中的传播。水在电磁场频率下的相对介电常数为 ϵ_r ,相应的折射率为 $n = \sqrt{\epsilon_r}$,电场的瞬时能量密度由 $\frac{1}{2}\epsilon_r\epsilon_0 E^2$ 给出,电场和磁场的能量密度对时间的平均值相等。

B.3 用 $I(z)$ 表示辐射能流密度对时间的平均值(单位面积平均辐射功率流)。这里 z 是穿透水的深度,辐射在 z 方向传播。求流量密度 $I(z)$ 与 z 的关系表达式。水面处的流量密度 $I(0)$ 可以出现在你所给

出的结果中。(1.1分)

相位滞后 δ 是水分子相互作用的结果。它依赖于无量纲电介质耗散系数 ϵ_i 和相对介电常数 ϵ_r (两者都依赖于辐射角频率 ω 和温度),其关系式为 $\tan\delta=\epsilon_i/\epsilon_r$ 。当 δ 足够小时,穿透深度 z 处的电场由下式给出:

$$\vec{E}(z,t)=\vec{E}_0 e^{-\frac{1}{2}nk_0 z \tan\delta} \sin(nk_0 z - \omega t)$$

其中, $k_0=\omega/c$, $c=3.0\times 10^8\text{m/s}$ 是真空光速。

B.4 采用近似 $\tan\delta\approx\sin\delta$,并根据其他参数求出问题B.2中定义的系数 β 的表达式。(0.4分)

图5描述了纯净水(实线)和稀盐溶液(虚线)在不同温度下的 ϵ_r (蓝色)和 ϵ_i (红色)与波长或频率的函数关系。角频率 $\omega=2\pi\times 2.45\times 10^9\text{s}^{-1}$ 由粗体垂直线表示。下面我们只考虑这个频率的微波辐射。

B.5 使用图5求解以下问题:(0.7分)

1. 对于 20°C 的水,求出穿透深度 $z_{1/2}$,此深度是指单位体积的功率减小到在 $z=0$ 时大小的一半处的深度。

2. 在答题纸上注明微波辐射进入水中的穿透深度是随温度增加而增加、减少,还是保持不变。

3. 在答题纸上注明微波辐射进入汤(稀盐溶液)中的穿透深度是随温度增加而增加、减少,还是保持不变。

本题背景补充:

微波炉(microwave oven),是我们常用的加热食品的烹调灶具。食物在微波场中吸收微波能量而使自身加热。1945年,美国雷达工程师斯彭塞在做雷达实验时偶然发现口袋里的巧克力块融化发粘,经过连续多次的实验,发现了微波的热效应。1947年美国的雷声公司研制成世界上第1个微波炉——雷达炉,1955年家用微波炉在西欧诞生,60年代开始进入家庭,进入80年代、90年代,随着传感技术、控制技术的升级,微波炉得到普及。

微波(microwave),是指频率从300 MHz至3000 GHz范围的高频率电磁波,其相应的波长从1 m至0.1 mm。可以细分为分米波(频率从300 MHz至3 GHz)、厘米波(频率从3 GHz至30 GHz)、毫米波(频率从30 GHz至300 GHz)和亚毫米波(频率从300 GHz至3000 GHz)四个波段。

与其他波段的电磁波相比,微波有以下特点:1、似光性和似声性。微波的波长很短,比飞机、轮船、汽车、一般建筑物要小很多,或在同一量级,这使微波的特点与几何光学相似,即所谓似光性。微波的波长与无线电设备的尺寸具有相同的量级,又具有所谓似声性;2、穿透性。微波照射于物体介质

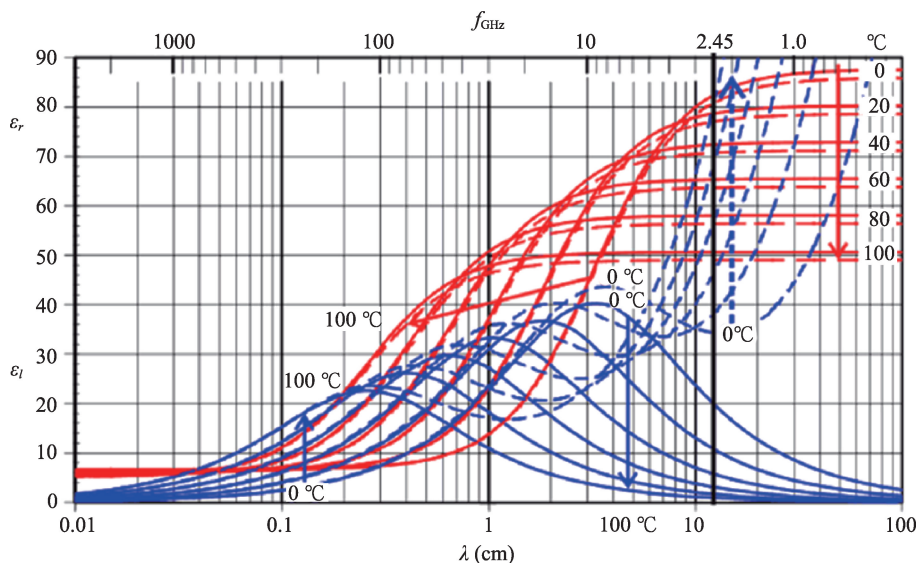


图5 箭头表示从 0°C 到 100°C 的曲线随温度的变化

体时,能深入物质内部;3、非电离性。微波的量子能量还不够大,不足以改变物质分子的内部结构或破坏分子间的键,可作为探索物质的内部结构和基本特性的有效的研究手段。4、信息性。微波频率很高,在不太大的相对带宽下,其可用频带宽达数百甚至上千兆赫,也就是说微波的信息容量很大,这是低频无线电波无法比拟的。

微波炉其实是利用的微波的似光性和穿透性,来加热食品的。在自然界中到处都有微波,但是因为分散,并不能加热食品。微波炉一般由电源、磁控管、控制电路和食品腔等部分组成。磁控管在4000伏高压电源激励下,产生连续微波(如2450MHz的频率),并深入食物5cm,当微波被食物吸收时,食物内的极性分子(如水、脂肪、蛋白质、糖等)以每秒钟24亿5千万次的速度快速振荡,由于食品中

极性分子的这种运动,以及相邻分子间的相互作用,使得水温升高,因此,食品的温度也随之上升。用微波加热的食品,因其内部也同时被加热,使整个物体受热均匀,升温速度也快。它以每秒24.5亿次的频率,进行加热,加速分子运转。

本题介绍了微波炉中微波的产生和加热食品的工作原理。

* * * * *

欢迎读者朋友参与“物理奥赛”系列专题的有奖竞答活动,并在答案公布前将您的解答发送至aosai@ihep.ac.cn邮箱。对于参与并答对每期题目的前20名读者,编辑部将赠阅1年《现代物理知识》杂志。



科苑快讯

利用人工智能读懂商品畅销趋势

“可爱”这个词很好用,凡是“可爱”的商品都让人爱不释手。北海道大学的川村秀宪与日本东京的IT企业INSIGHT LAB合作,通过将“可爱”数值化,开发出了读懂商品畅销趋势的人工智能(AI),使商品设计不再基于经验和潮流直觉等非科学根据。

INSIGHT LAB是一家接受服装公司咨询的企业,希望将该技术用于品牌战略和商品开发,解决企业的难题。处理积压库存令整个服装业界都很头疼,而且也危害环境,或许可以通过分析“可爱”来解决。

AI使用“深度学习”技术,通过看服装照片自己学习,虽然没有教师,但是却有写有例题和答案的问题集,被称为“教师数据”。如果7成的人回答一个设计是“可爱”的,AI就会认为这是“可爱”,从而定为正确答案。

收集所有人的回答是不可能的,因此川村请50名服饰专业学生分析2万件衣服的图像,用可爱、华丽、休闲、轻薄、约会等148个词语给这些图像贴标签,将

其作为教师数据,供AI学习。

即使不是所有人都感觉一致,也会从衣服上感受到“某种共同的东西”,因为被判断为轻便的衣服很难让人联想到职场和派对。当然,轻便和可爱也并非完全对立,休闲也不是完全不适合办公。结束学习的AI,居然连这种细微差别都能明白。

虽然AI不能理解“可爱”的意思,但是却能衡量“可爱”的程度。顾客的喜好可通过该工具实现可视化,从而制定有效的策略。不仅不用大量销毁没有销路的库存,还能提前预测销量。

川村认为,随着AI的不断进化,最终能够与人类共享无法用语言表达的感觉和形象,甚至会理解语言的含义;但是,AI只是社会生活的工具,而不会取代人类的角色和作用。

(高凌云编译自2020年7月29日 scienceportal.jst.go.jp)