



零长度弹簧和细线圈

王立超¹ 宋峰²

(1. 浙江省东阳中学 322104; 2. 南开大学物理科学学院 300071)

生活中的一些仪器、玩具往往蕴含着很多物理的知识。弹簧玩具slinky(机灵鬼)就是其中的一种,它是一种螺旋弹簧玩具,简化模型后可视为零长度弹簧,而零长度弹簧在地震仪、重力仪、无线电天线中都有广泛的应用。我们对于一些生活中常见物理器件进行模型化探究和原理分析,既可以加深巩固原有的物理知识,也可以开拓创新。2019年国际物理奥林匹克竞赛理论的第一题就是基于零长度弹簧的模型进行力和能量的分析。本文翻译了大赛提供的题目,参考答案将于下一期给出。

题目:零长度弹簧和细线圈

零有效长度弹簧(简称ZLS)是指力 F 和长度 L 成正比的弹簧, $F=kL, L>L_0$, L_0 是弹簧的最小长度,即自然状态下的原长。图1展示了力和弹簧长度之间的关系,斜率为 k 。

ZLS在地震学里也有较好的应用,它可以对重力加速度 g 的变化作非常精确的测量。这里,我们考虑一个均质的ZLS,它的重力 Mg 比 kL_0 要大。我们定义一个相应的无量纲比例, $\alpha = \frac{kL_0}{Mg} < 1$ 来描绘弹簧的相对柔度。有种流行的软弹簧玩具别名机灵鬼可以视为(但不一定)一种ZLS。

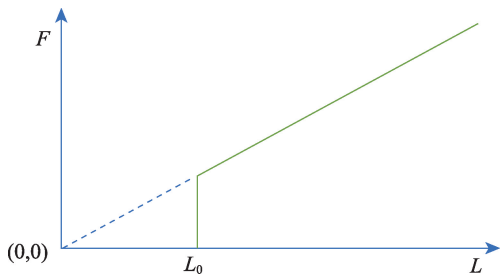


图1 力 F 与弹簧长度 L 的关系

第一部分 静力学

1.1 考虑无重力条件下,一根未拉伸的ZLS中长为 Δl 的一小段。然后给弹簧一个作用力 F ,求此时这一小段的长度 Δy ,结果用 F 、 Δl 以及弹簧参数来表示。(0.5分)

1.2 对于长为 Δl 的这一小段,计算它从原长 Δl 拉伸至 Δy 所需要做的功。(0.5分)

在这个问题中,我们在弹簧原长情况下标记任意一个点,此点到弹簧底端的距离为 l ,且 $0 \leq l \leq L_0$ 。特别地,对于弹簧上的每个点,随着弹簧拉伸, l 保持不变。

1.3 假设我们把这根弹簧在其顶端挂起来,那么它会在自身重力的作用下拉伸。求平衡后的这根静止弹簧的总长度 H (用 L_0 和 α 表示)。(2分)

第二部分 动力学

实验表明,当弹簧被静止悬挂然后释放,它会逐渐从顶部收缩,而其下面部分保持静止(如图2所示)。随着时间推进,收缩部分就像一个固体块一样运动,并且增加了额外的弹簧圈数,同时底下静止部分变得更短。弹簧上的每个点直到运动部分到达它时才开始运动。直到弹簧彻底收缩并达到它的原长 L_0 时,弹簧底部才开始运动。

此后,收缩弹簧继续垂直下落,且无翻滚,可视为只受引力作用的刚体。

在接下来的问题中,你的解答要基于上述模型。可以忽视空气阻力,但不能忽略 L_0 。

2.1 求弹簧从刚被释放到弹簧完全收缩至最小长度 L_0 所需要的时间 t_c (用 L_0 、 g 、 β 表示)。

计算 t_c 的值,其中 $k=1.02\text{N/m}$, $L_0=0.055\text{m}$, $M=0.201\text{kg}$, g 取 9.80m/s^2 。

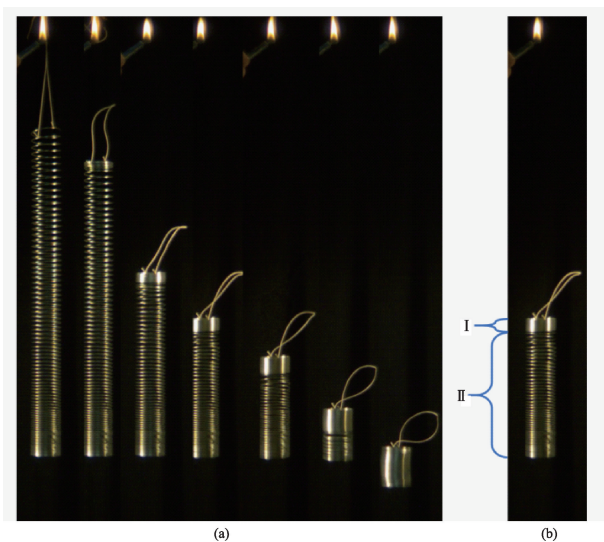


图2 (a) 弹簧一端释放后下落的频闪照片;
(b) 下落过程中运动部分I和静止部分II

2.2 在本小题中, l 被用来表示为第I部分(图2, 运动部分)和第II部分(图2, 静止部分)之间的边界坐标。在某一时刻, 静止部分的质量仍然满足 $m(l) = \frac{l}{L_0} M$, 运动部分以一致的瞬时速度 $v_l(l)$ 运动。试说明在这个时刻(仍然存在静止部分)运动部分的速度的表达形式为 $v_l(l) = \sqrt{Al+B}$, 且求出常数 A 和 B , 用参数 L_0, g 和 α 来表示。

2.3 基于(2.2), 在弹簧释放之后以及它撞击地面之前, 求运动部分的最小速度 v_{\min} (用 L_0, α, A 和

B 表示)。

第三部分 能量学

3.1 从弹簧释放开始, 到弹簧碰到地面之前, 计算由于发热而损耗的机械能 Q 的表达式, 用 L_0, M, g 和 α 表示。

本题背景:

所谓的“零长度弹簧”, 是一种专门设计制造的螺旋弹簧。力 F 与长度 L 成正比, 施加的力为 0, 则弹簧长度为 0。也就是说, 在力 F 与长度 L 的线性关系图中, 延长线通过原点。

显然, 常见的螺旋弹簧是不可能收缩到零长度的。零长度弹簧是通过具有内置张力的螺旋弹簧而制成的。

利用零长度弹簧, 可以制造成精密的重力仪, 它对重力变化非常敏感。

* * * * *

欢迎读者朋友参与“物理奥赛”系列专题的有奖竞答活动, 并在答案公布前将您的解答同时发送至 aosai@ihep.ac.cn 邮箱。对于参与并答对每期题目的前 20 名读者, 编辑部将赠阅 1 年《现代物理知识》杂志。



科苑快讯

柔软的毛发为何会使剃须刀变钝

尽管毛发远比钢铁柔软, 但是剃刀的使用寿命却很有限。以前, 研究人员将此归因于锋利的刀刃在每次使用后会磨损。但是, 一项新的研究却揭示了一个不同的过程。

研究人员使用一个功能强大的电子显微镜来观察, 剃须刀片在刮胡子之后是如何变化的。刀片并没有慢慢、均匀地失去锋利的刀刃, 相反, 他们看到了细小裂缝的形成, 然后大块的钢屑从刀刃边缘脱落。通过在电子显微镜下观察这个切割过程, 研究人员发现刀片边缘的粗糙, 很容易使其裂开。钢虽然总体很

硬, 但是其微观结构的硬度各不相同。该研究组在《科学》(*Science*)上报告说, 当毛发被推到较软区域和较硬区域之间时, 分界线处的压力会导致刀刃断裂。

现在, 科学家们明白了刀片变钝的原因, 希望开发出使用寿命更长的替代品。他们正在试验用高压将钢材塑成尖锐, 甚至是锋利的形状, 并计划很快测试其耐久性。

(高凌云编译自 2020 年 8 月 12 日 www.sciencemag.org)