

利用射频反射技术从硅基量子计算机中读取自旋信息

苏俊译

(江苏省海安高级中学 226600)

导论

将量子计算的想法变成实用的技术是当前科技领域的一大挑战,利用变化的电磁场来操控硅晶体管中的电子,是一个较为可能的实施方法。

在本题中,我们尝试利用射频反射法和单电子晶体管(以下简称SET)从硅基量子计算原型机读出量子比特。

本文第一部分与第二部分讨论无线电波在电缆中的传输,第三部分探究了无线电波的反射条件,第四部分介绍了SET,第五部分与第六部分介绍了射频反射技术以及优化方法。

第一部分:同轴传输线的集总元件模型

当信号的波长远大于电路尺寸时,可以用一个电压脉冲在电路中的传播来模拟直流或者低频交流信号。然而,对于射频信号,其中的过程比较复杂,需要考虑电缆的电容与电感。本题中我们忽略

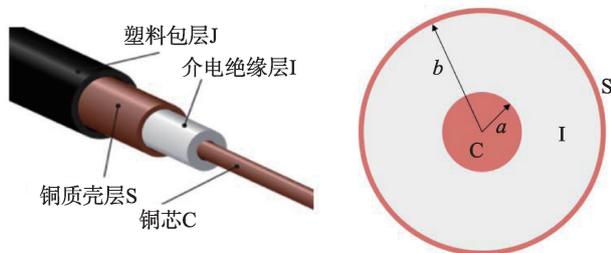


图1 同轴电缆线示意图:C:铜芯,I:介电绝缘层,
S:金属外壳,J:塑料包层

同轴电缆中铜质材料的电阻,并认为电介质是绝缘的;在考虑电磁波的横波模型时,认为电磁波的波长较大,电场与磁场均与电缆轴线垂直。

同轴电缆的中间层为铜芯,半径为 a ,磁导率可忽略;铜芯外面有一层铜质壳层,半径为 b 。它们之间是相对介电常数为 ϵ_r 、相对磁导率为 μ_r 的电介质。当电磁波信号在电缆中传播时被限制在铜芯与铜质外壳之间。

问题 1.1: 计算电磁波在同轴电缆中的传播速度。

问题 1.2: 若长度为 Δx 的铜芯所带电量为 Δq ,铜壳接地,试计算铜芯与铜壳层之间的电场分布。

问题 1.3: 计算单位长度同轴电缆的电容 C_x (可以用长度为 Δx 的电缆计算)。

问题 1.4: 计算同轴电缆单位长度的电感 L_x 。

电感与电容的同轴电缆可以等效成一个集总元件模型。铜芯具有电感,铜芯与铜质壳层构成电容器。集总元件模型如下图所示:

问题 1.5: (1) 证明半无限长电缆的阻抗 $Z_0 = \sqrt{L_x/C_x}$, (2) 若电缆的阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$,其中电介质 $\epsilon_r = 4.0$, $\mu_r = 1.0$,试求 b/a 的值。

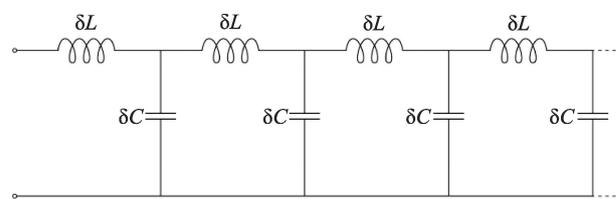


图2 同轴电缆集总元件模型的电路示意图

第二部分:通过接地平面回流的传输电缆

另一种等效的假想电缆模型如图3所示。输入信号在半径为 a 的细小导线内传输,在导线下方相距为 d 的地方有一个接地导电平面,且 $d \gg a$ 。导线周围充满着相对介电常数为 ϵ_r 、相对磁导率为 μ_r 的电介质,电流通过接地平面返回。

问题2.1:试求这种假想电缆的特征阻抗。

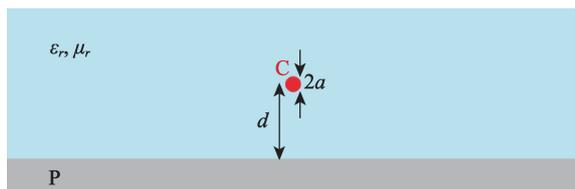


图3 假想电缆示意图:C:半径为 a 的细小导线,P:接地导电平面,与电缆相距为 d , $d \gg a$ 。导线周围由相对介电常数为 ϵ_r 、相对磁导率为 μ_r 的电介质填充

第三部分:射频反射技术基础

电磁波在电缆中可以同时向两个方向传播,在每个传播方向的特征阻抗为 $Z_0 = V_0/I_0$ (类似于欧姆定律),其中 V_0 为电压, I_0 为电流。

考虑两个电缆的接口处,电路如图4,两个电缆的阻抗分别为 Z_0 与 Z_1 。

当信号 V_i 通过阻抗为 Z_0 的电缆传输到接口处,有一部分信号 V_r 继续传播到右边阻抗为 Z_1 的电缆,另外一部分信号 V_r 被反射,沿着原路返回。

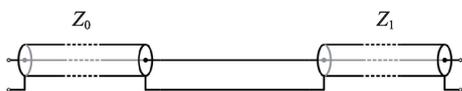


图4 电缆接口示意图:左侧电缆阻抗为 Z_0 ,右侧电缆为 Z_1 。假设端口的尺寸远小于信号的波长

问题3.1:试计算信号反射率 $\Gamma = V_r/V_i$

问题3.2:试求信号 V_i 被反射过程中相位改变 π 所满足的条件。

第四部分:单电子晶体管

单电子晶体管(SET)由一个量子点(量子点是一

个孤立导体,电子被局域在量子点中)和它附近的电极构成。栅极 G 通过栅电容与量子点连接,源极 S 与漏极 D 通过隧道结与量子点连接。根据量子力学,电子可以通过隧道结发生量子隧穿效应。SET的电路示意图如下:

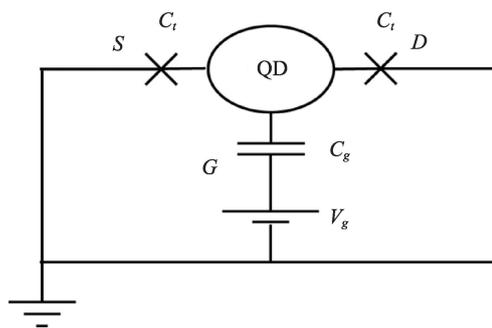


图5 单电子晶体管的电路示意图:QD是量子点, S 是源极, D 是漏极, G 是栅极

栅电容为 C_g ,隧道结电容为 C_t ,若 $C_t \ll C_g$,可以将 C_g 看作量子点的总电容。在本题中假定源极和漏极电势恒为0,栅极电压恒为 V_g 。

问题4.1:若量子点有 n 个电子,(1)试求量子点的电势 ϕ_n 。(2)若将一个电子从源极或漏极转移到量子点,计算所需要的附加能量 ΔE_n 。

如果 $\Delta E_n < 0$ 电子会自发地隧穿到量子点,最终达到电子数 $N(N > n)$,使得 $\Delta E_N \geq 0$ 。达到平衡态的电子数 N 及其相应的附加能量 ΔE_n 可以通过栅极电压 V_g 来控制。

问题4.2:通过调节栅电压,计算 ΔE_n 的最大值 $E_c = \max \Delta E_N(V_g)$ 。

如果 $\Delta E_N = 0$,那么电子发生隧穿不需要额外的能量,此时SET处于易导通的ON态;如果 $\Delta E_N > 0$,SET的导电性能会受到抑制,处于不易导通的OFF态。

当然,处于量子点的电子也需要满足一定的条件。首先,如果处在源极或漏极的电子热动能太大,这些电子会自发跑到量子点,SET的ON与OFF态就没有差别。其次,电子隧穿到量子点或者离开量子点限制了它们的能态寿命。这种隧穿效应可以用隧道结的有效电阻来模拟,其特征隧穿时间等

于通过隧道结对量子点充电或放电的特征时间。

问题 4.3: 写出电子由于热运动而转移到量子点的临界温度。

问题 4.4: (1) 利用隧道结的电容 C_i 和有效电阻 R_i 来估算量子点的隧穿时间。(2) 为了能有效区分量子点的 ON 与 OFF 态, 试求有效电阻 R_i 需要满足的条件。

第五部分: 利用射频反射技术读取 SET 的 ON 与 OFF 态

SET 的 ON 与 OFF 态对量子电路的电势很敏感, 因而区分 ON 与 OFF 态, 为读取量子计算机的信息提供了一个有效的方法。SET 的 ON 态可以用 $R_{on} = 100 \text{ k}\Omega$ 的电阻来模拟, 而 SET 的 OFF 态则可以将 SET 看作绝缘体。我们可以通过测量信号通过源之后的反射来辨别 SET 所处的态, 一个简便的方法是利用射频反射法来测量反射信号的强度和相位, 从而确定反射率。若 SET 的 ON 与 OFF 态对信号反射率分别为 Γ_{ON} 与 Γ_{OFF} , 它们的差值记作:

$$\Delta\Gamma = |\Gamma_{ON} - \Gamma_{OFF}| \quad (1)$$

问题 5.1: 若图 6 中的阻抗为 $Z_0 = 50 \Omega$, 计算 SET 的导通态(ON)与绝缘态(OFF)反射率的差值 $\Delta\Gamma$ 。

为了使两态间反射率的差值 $\Delta\Gamma$ 更明显, 提高射频反射技术的灵敏度, 在电路中可以再接入一个电感器。由器件引起的固有电容 $C_0 \approx 0.4 \text{ pF}$, 射频反射传输信号的角频率为 ω_{rf} 。

问题 5.2: 若两个反射率的差值接近 1, 试估算相应的电感 L_0 ; 当 $\omega_{rf}/(2\pi) = 100 \text{ MHz}$, 估算电感 L_0 , 计算相应的 $\Delta\Gamma$ 。

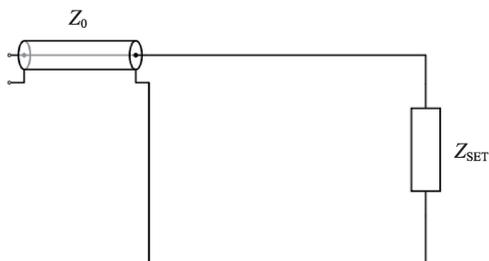


图6 阻抗 Z_0 与 SET 连接后的电路图

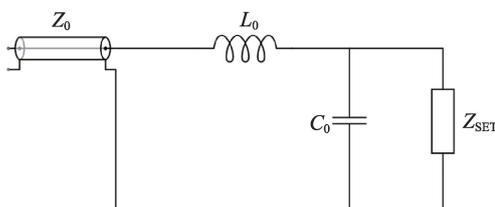


图7 调整后的 SET 电路

第六部分: 单导线量子点 (SLQD) 的电荷感应

对于可扩展的计算架构, 连接到单个量子比特的导线数目需要最少化。在硅基计算机中, 一个替代 SET 的方案是 SLQD。SLQD 在很多方面与 SET 类似, 但是它没有源极和漏极, 只有栅极, 栅极不仅可以控制量子点的电子能态, 也可以进行射频反射。

与 SET 类似, SLQD 也有 OFF 态, 此时表现为一个绝缘体。与 SET 不同的是, SLQD 的 ON 态等效为一个电容, 电容值为 C_q 。为了使得 SLQD 的反射率差值 $\Delta\Gamma$ 最大, 设计如图 8 电路。由电路确定的寄生电容为 $C_0 \approx 0.4 \text{ pF}$, 但是我们可以改变 L_0 和频率来最大化 $\Delta\Gamma$ 。这里电缆的特征阻抗为 $Z_0 = 50 \Omega$ 。

问题 6.1: 对于给定的 C_0 与 C_q , $Z_c = \sqrt{L_0/C_0}$, 若要使得 $\Delta\Gamma \sim 1$, 试求 ω_{rf} 与 Z_c 。

理论上最优化的 L_0 一般都比较大, 在技术上不太可行。因而, 我们通过增加其他电子元件来提高射频反射读取电路的灵敏度。

问题 6.2: 假设 L_0 和 Z_c 是确定的, 在不需较大电感的情况下, 要使得 $\Delta\Gamma \sim 1$, 在电路中添加什么电子元件可以达到这样的效果, 试给出这种元件所需的参数。

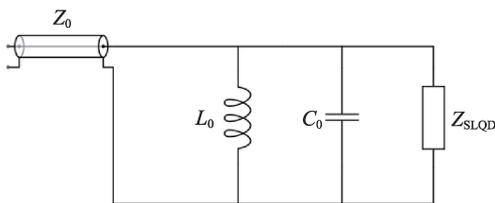


图8 SLQD 的读取电路连接到电缆

(本文为 2019 年亚洲物理奥林匹克竞赛, 理论第 1 题)