

宇宙“小爆炸”中的“华尔兹”

——高能重离子碰撞中的自旋极化

高建华¹ 梁作堂² 王 群³

(1. 山东大学(威海)空间科学与物理学院 264209; 2. 山东大学前沿交叉科学青岛研究院 266237; 3. 中国科学技术大学物理学院 230026)

宇宙大爆炸(Big Bang)理论认为我们的宇宙诞生于137亿年前的一个致密炽热的奇点,在宇宙的早期,物质都是以基本粒子的等离子体形式而存在。而在我们地球上,能够重现这一宇宙早期物质形态的实验只有高能重离子碰撞,形成夸克胶子等离子体,所以高能重离子碰撞也被人们给予了一个更加形象的名字——宇宙“小爆炸”(Little Bang)。高能重离子碰撞是当前能够直接研究宇宙早期物质形态的性质和规律的唯一实验手段,是高能核物理的前沿领域。与宇宙大爆炸不同,宇宙“小爆炸”——高能重离子碰撞实验的一些初始物理条件,我们可以人为选择,从而可以自如的让碰撞后产生的夸克胶子等离子体展现更加丰富的状态。今天,我们就向大家介绍在高能非对心重离子碰撞中展现出来的独特的“华尔兹舞蹈”——涡旋与自旋极化。高能非对心碰撞中存在着很大的整体轨道角动量,这一轨道角动量可以诱发整个热密物质体系形成涡旋——华尔兹舞步,这一涡旋可以进一步带动微观层次上的具有自旋的粒子沿着相同的方向展现自己的华尔兹舞步——自旋极化。为了深入了解这一发生在宇宙小爆炸中的美妙华尔兹,我们需要深入了解作为现代物理学中最重要的基本物理量之一的自旋究竟是什么?为什么粒子有自旋?这是基础物理学中非常深刻的问题。本文将分成两个主要部分,第一部分我们首先介绍自旋的基本概念,自旋的发现和对称性起源;第二部分介绍高能重离子碰撞中的整体极化效应,包括协变自旋矢量、部分子碰撞的自旋轨道耦合、自旋涡旋

耦合以及整体极化效应的理论和实验。

一、自旋的发现和对称性起源

1. 自旋的发现

我们首先回顾一下自旋是如何被发现的,从中我们可以窥见自旋在实验中的表现,这对我们了解自旋是什么是非常重要的。

我们首先来看看经典力学里的自旋概念。顾名思义,自旋的经典含义即粒子围绕通过其质心的一个旋转轴自转的角动量。我们考虑一个电子围绕原子核旋转的经典图像。由于电子带电荷,电子围绕原子核旋转就相当于一个面积为 πR^2 的微小线圈,具有微小的磁矩,其大小由电流强度与线圈面积的乘积给出,这里电子旋转的电流强度正比于其电荷与旋转速度之积 $I_Q = \frac{ev}{2\pi R}$,其中 e 是电子电荷, v 是电子围绕原子核旋转的速度, R 是原子半径,电子旋转的磁矩大小则为 $\mu_L = I_Q \cdot \pi R^2 = \frac{eL}{2m_e}$,这里 L 是电子旋转的轨道角动量, m_e 是电子质量。我们再进一步假设电子是半径为 r 的均匀带电小球,电子本身也围绕其质心自转,其自转角动量 S 由转动惯量和角速度之积给出,即 $S=I\omega$,其中 I 是转动惯量,对于质量均匀分布的小球我们有 $I = \frac{2}{5}m_e r^2$ 。那么我们也可以估算电子自转引起的磁矩 $\mu_s = \frac{1}{2} \int d^3r (\mathbf{r} \times \mathbf{j})$,其中 $\mathbf{j} = \rho_e \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ 是电流密度, ρ_e 是电荷密度。磁矩

可以进一步写成 $\mu_s = \frac{1}{2} \rho_e \omega \int d^3 r (r^2 - z^2)$, 其中体积分正比于转动惯量, 所以我们最终得到自旋磁矩的大小为 $\mu_s = \frac{\rho_e}{2\rho_m} I\omega = \frac{eS}{2m_e}$, 其中 ρ_m 是电子质量密度。我们看到自旋角动量产生的磁矩 μ_s 与轨道角动量的磁矩 μ_L 具有完全相同的形式。

我们试图将上述关于自旋的经典图像推广到点粒子, 即半径为零的粒子, 我们就会发现经典图像是有缺陷的。根据 $S = I\omega$ 和对于点粒子有 $I \rightarrow 0$, 如果点粒子有非零自旋, 则其角速度必须为无穷大, 而这是不可能的。所以我们得出结论, 任何点粒子的自旋角动量为零。对于电子, 除非电子为有限大小, 否则其自旋必为零。根据现在的实验, 电子半径小于 10^{-18} m, 其自旋大小是 $\frac{1}{2}\hbar$, 则可以估算其表面速度大于 3.86×10^5 倍的光速, 这显然与狭义相对论矛盾。

我们看到自旋的经典图像与狭义相对论矛盾, 也和实验观测到的量子特征(如 Stern-Gerlach 实验)矛盾。按照现代观点, 粒子自旋的本质是一种相对论的量子效应。

Stern-Gerlach 实验展示了自旋的量子特性^①, 这个实验最初是由德国物理学家 Otto Stern 和 Walther Gerlach 于 1922 年在德国法兰克福大学做的。当时 Stern 是大学理论物理研究所 Max Born 教授的助教, Walther Gerlach 是大学实验物理研究所的助教。在这个著名实验中, Stern 和 Gerlach 让银原子束通过非均匀磁场, 由于银原子有磁矩, 在非均匀磁场中受到磁力作用而使其直线轨迹发生偏折, 在接收屏幕上留下沉积痕迹。磁力与磁矩方向相关, 不同方向的磁矩受到的磁力不同, 偏折的程度也就不同。他们观测到屏幕上的痕迹不是连续分布, 而是分立的两条线, 这说明磁矩或自旋是量子化的。虽然分立的量子效应在很早就被观测到, 比如原子光谱, 但是 Stern-Gerlach 实验是历史第一次在真实空间里观测到两个分立的量子态, 是支持量子化的经典实验。虽然这个实验支持在原子层次上自旋角动量的量子特性, 但是实验是在发现电子自

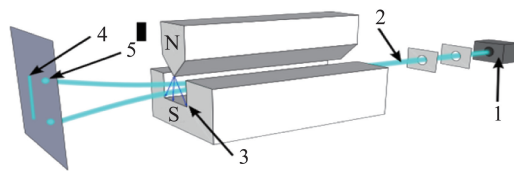


图1 Stern-Gerlach 实验。银原子通过非均匀磁场在屏幕上留下两条分立的条纹。1. 壁炉。2. 银原子束。3. 产生非均匀磁场的磁铁。4. 期望的连续结果。5. 分立的结果。

来自 https://en.wikipedia.org/wiki/Stern-Gerlach_experiment

旋之前, 所以在当时此实验仅仅被认为是支持 Bohr-Sommerfeld 量子化模型的证据。

另外一个与电子自旋有关的效应是反常 Zeeman 效应^②。Pieter Zeeman 是荷兰物理学家, 他在 1897 年发现原子光谱在稳恒磁场中发生劈裂, 是一条光谱线劈裂成几条子谱线。反常 Zeeman 效应是指一条谱线劈裂成偶数条子谱线, 我们知道这是由电子自旋是半整数导致的, 由于反常 Zeeman 效应远早于电子自旋的发现, 当时物理学家难以解释这个现象, 所以冠之以反常之名。

这一系列的实验隐含着电子不寻常的性质。在随后数年, 理论物理学家和实验物理学家共同协作, 攻坚克难, 终于发现电子自旋及其量子特性。

自旋的故事^{③-⑥}起始于 1925 年, 在此之前量子力学还没有建立, 是量子力学建立的前夜, 人们对量子的认识只限于一些经验的量子化条件如 Bohr-Sommerfeld 量子化模型。物理学界对反常 Zeeman 效应感到非常困惑。Alfred Landé 在 1921~1923 期间发展了一个关于原子角动量的半经验的矢量模型, 用于解释 Zeeman 效应, 但是人们对此模型背后的原理是不清楚的。1924 年, Wolfgang Pauli 为了解释反常 Zeeman 效应提出了一个新量子数(除了 Bohr-Sommerfeld 三种量子数外的第四种量子数), 其只能取两个值, 他进一步提出著名的 Pauli 不相容原理, 即两个电子不可能处在同一个量子态上, 此量子态可由四个量子数标记。这就是后来由 Ralph Kronig, George Uhlenbeck 和 Samuel Goudsmit 提出的电子自旋。

电子自旋的概念首先是 Ralph Kronig 受 Pauli 的新量子数思想的启发而提出来的, 但是是建立在

经典图像上的,因为电子带电,所以他推断自旋必然导致电子有磁矩,他假设如果电子的磁矩大小为 Bohr 磁子,方向只取固定的两个方向,则根据自旋轨道耦合效应可以定性解释碱金属原子的光谱线的双重劈裂。但是遗憾的是,根据这个模型计算出的分裂比实验值大一倍。Kronig 这个想法很快被 Pauli 否定,Pauli 给出的原因之一就是这两倍的问题,另外一个原因是这个经典图像违反了相对论,因为如果电子是带电小球,其自转会导致使其边缘的速度远大于光速(如我们在前面估算的那样)。Kronig 在哥本哈根访问 Niels Bohr 时也介绍了这个关于电子自旋的想法,但是也遭到 Bohr 和“其他”人的反对。鉴于此,Kronig 并没有发表自己的工作,随着时间的推移,人们很快就忘记了 Kronig 曾经提出过电子有自旋的想法。但是同一年(1925)的秋天,在荷兰莱顿大学,Paul Ehrenfest 的两个年轻的学生——George Uhlenbeck 和 Samuel Goudsmit 也独立提出了同样的想法,他们把电子有自旋的想法向导师汇报,Ehrenfest 认为要么这是个荒谬的想法要么就是重要的事情,并建议他们把结果写成短文并征求荷兰著名的理论物理学家 Hendrick Lorentz 的意见。Lorentz 基于他对经典电动力学的深刻理解提出了很多严肃的反对意见,这些意见使两位年轻人畏缩了,他们想让导师撤回稿件,但为时已晚,稿件已经投出去了。Ehrenfest 安慰他们说,不用担心,他们足够年轻,即使是愚蠢的工作也会得到原谅。这篇短文于 1925 年发表在 *Naturwissenschaften* 上,英文缩写版于 1926 年发表在 *Nature* 上^⑦。这是电子自旋的概念在历史上第一次被正式提出,但是苛刻的 Pauli 似乎对此并不满意。

1925 年是物理学划时代的一年,Werner Heisenberg 发表了他的影响深远的量子力学论文,提出了量子力学的矩阵表述。在随后的 1926 年,Erwin Schroedinger 提出了著名的波动力学,并证明其等价于 Heisenberg 的矩阵力学。这些工作标志着量子力学的正式建立。1926 年,时年 23 岁的英国物理学家 Llewellyn Thomas 去哥本哈根访问 Bohr 时,提出 Uhlenbeck 和 Goudsmit 的自旋轨道耦合模

型需要相对论修正,他计算了相对论效应,发现电子自旋的有效 g 因子应该是 1 而不是 2,这就解决了理论预言与实验数据两倍差距的矛盾^⑧。Thomas 的结果引起了 Pauli 的注意,Pauli 开始接受电子自旋的概念,在 1927 年提出了描述电子自旋的两分量波函数和 2 维 Pauli 矩阵,完善了描述电子自旋的非相对论量子力学理论^⑨。

在 1928 年 Paul Dirac 独立地提出了 2 维 Pauli 矩阵,并在此基础上推导出了描述电子运动的相对论协变方程,这就是著名的 Dirac 方程^⑩。在 Dirac 方程中,电子波函数有 4 个分量,其中两个对应于正能部分,另外两个对应于负能部分,这就隐含着反粒子的存在。Dirac 因此预言电子的反粒子即正电子的存在。在随后的 1932 年,Carl Anderson 在宇宙线的云室照片中辨认出正电子的轨迹,证明了 Dirac 方程的预言力和正确性。Dirac 方程还完美自然地给出了电子自旋的解释。把电磁场中的 Dirac 方程做非相对论近似,即按照动量与质量之比 $|\mathbf{p}|/m$ 做展开,则四分量的电子波函数可以分成两个二分量旋量,其中一个二分量旋量有主要贡献,另一个二分量旋量是小量,消去小的分量并保留主要贡献的旋量,则可以导出这个二分量旋量的有效哈密顿量。此有效哈密顿量即描述非相对论电子在电磁场中的运动,它包含电子磁矩与磁场耦合项 $-\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}$ (也即 Pauli 理论里的项),从中我们可以读出电子的磁矩和自旋。Dirac 方程美妙地展现了电子自旋是一种相对论效应。

电子自旋的发现意义是极其深远的,它最终是相对论量子力学的胜利。电子自旋如同其他微观粒子的自旋都是内禀自由度,是天然的量子物理量,没有经典对应。根据自旋是约化普朗克常数的整数或半整数倍,微观粒子分为玻色子和费米子两大类,分别满足不同的统计规律。自旋的发现使人类对物质世界的认识提升了一大步。

2. 自旋的对称性起源

前面我们回顾了自旋的发现历史,在这一节我

们要探讨粒子为什么会有自旋。以现代的相对论量子场论的观点,粒子自旋是粒子场在广义洛伦兹变换(包含转动变换)对称性的必然结果。

我们先从转动变换说起。三维空间的转动变换可以表示为一个 3×3 的实矩阵 R ,满足 $RR^T=1$ 和 $\det(R)=1$,其中上标 T 表示矩阵转置。所有满足上述条件的实矩阵 R 构成 $SO(3)$ 群。转动矩阵 R 使两个矢量内积保持不变。另外一个与转动群同构的群是 $SU(2)$ 群,其元素是 2×2 的复矩阵 U ,满足幺正(unitary)幺模(unimodular)条件 $UU^+=1$ 和 $\det(U)=1$ 。 $SU(2)$ 群是 $SO(3)$ 群的覆盖群, $SU(2)$ 群的表示也是 $SO(3)$ 群的表示。

我们来考察非相对论的标量场、矢量场和旋量场在转动变换下的变换性质。我们先从标量场 $\phi(\mathbf{r})$ 出发,在空间转动变换下,空间点由 \mathbf{r} 变换成 $R\mathbf{r}$,转动后的新场 $\phi^{(R)}(\mathbf{r})$ 在 \mathbf{r} 处的值是转动前旧场 $\phi(\mathbf{r})$ 在 $R^{-1}\mathbf{r}$ 处的值,即 $\phi^{(R)}(\mathbf{r})=\phi(R^{-1}\mathbf{r})$ 。对于3维矢量场 $\mathbf{V}(\mathbf{r})$,在转动变换下,不仅坐标由 \mathbf{r} 变换成 $R\mathbf{r}$,而且矢量场的基矢量也要变换,所以矢量场 $\mathbf{V}(\mathbf{r})$ 的变换规则为 $V_i^{(R)}(\mathbf{r})=D_{ij}^{(3)}(R)V_j^{(R)}(R^{-1}\mathbf{r})$,其中 $i,j=1,2,3$,且重复指标代表求和, $D_{ij}^{(3)}(R)$ 是转动群的3维表示(对应于自旋为1)。按照Pauli理论,非相对论性电子的波函数是二分量旋量,作为旋量场,它在转动变换下的变换也分为两部分:场坐标的转动和旋量场基矢量的转动。旋量场的转动变换表示为 $\psi_i^{(R)}(\mathbf{r})=D_{ij}^{(2)}(R)\psi_j(R^{-1}\mathbf{r})$,其中 $D_{ij}^{(2)}(R)$ 是转动群的2维表示(对应于自旋为 $1/2$),也即旋量表示。所以我们看到标量场对应于自旋为0的粒子,矢量场对应于自旋为1的粒子,二分量旋量场对应于自旋为 $1/2$ 的粒子。

上述讨论可以推广到相对论情形。考虑一个一般的Lorentz变换(包括空间转动): $x'^{\mu}=\Lambda^{\mu}_{\nu}x^{\nu}$,这里 $\mu,\nu=0,1,2,3$ 是时空指标, Λ^{μ}_{ν} 是Lorentz变换矩阵。标量场的变换为 $\phi'(x)=\phi(\Lambda^{-1}x)$,矢量场的变换为 $V^{\mu}(x)=\Lambda^{\mu}_{\nu}V^{\nu}(\Lambda^{-1}x)$ 。对于相对论性的旋量场,可以证明最少有四个分量即Dirac场对应于自旋为 $1/2$ 的相对论粒子,在一般的Lorentz变换下,

Dirac场的变换为 $\psi'(x)=\Lambda_{1/2}\psi(\Lambda^{-1}x)$,这里 $\Lambda_{1/2}=\exp\left[-\frac{i}{2}\omega_{\mu\nu}S^{\mu\nu}\right]$ 是Lorentz群的旋量表示,其中 $S^{\mu\nu}=\frac{i}{4}[\gamma^{\mu},\gamma^{\nu}]$ 是Lorentz群生成元的四维表示,这里 γ^{μ} 和 γ^{ν} 是 4×4 的Dirac矩阵。

所以非相对论粒子的自旋对应于转动变换群表示的维数。但是在相对论情形,粒子自旋和Lorentz群表示的维数没有简单的关系。我们将在下一节介绍协变自旋矢量的定义。

我们前面提到,按照自旋是约化普朗克常数的半整数倍或整数倍,微观粒子分为费米子和玻色子两大类。自旋在空间转动或Lorentz变换下不同的变换性质导致了费米子与玻色子的交换行为截然不同:玻色子场在 2π 转动变换下是不变的;但是费米子场在 2π 转动变换下有一个负号的改变,从而导致费米子满足Pauli不相容原理,即任何两个费米子不能占据同一量子态。Pauli不相容原理更一般的表述就是自旋统计定理。此定理的证明首先由Markus Fierz于1939年给出^①,随后Pauli在此基础上做了改进,提出了更加系统的证明^②。自旋统计定理意味着费米子场必须反对易的,否则就违反相对论因果性和能量正定性的要求^③。

3. 协变的自旋(赝)矢量

我们首先回顾一下非相对论量子力学中的自旋矢量 $\mathbf{S}=(S_1,S_2,S_3)$ 。它们满足对易关系 $[S_i,S_j]=i\epsilon_{ijk}S_k$,其中Casimir算符及其本征值为 $\mathbf{S}^2=S(S+1)\hbar^2$,其中 \hbar 是(约化)普朗克常数, $S=0,1/2,1,3/2,2,\dots$ 为粒子在某方向上自旋算符的最大本征值,我们通常用 s 来标记粒子自旋。我们知道Casimir算符 \mathbf{S}^2 与所有 S_i 都对易,且其本征值中的 s 可以标记粒子自旋。

在相对论情形,上述自旋矢量 \mathbf{S} 不是自旋,因为 \mathbf{S}^2 与Lorentz群的生成元不对易,即在Lorentz变换下它不是常数。我们需要寻找自旋协变矢量(严格地讲应该是赝矢量,为了方便我们就简单称矢量),其Casimir算符与本征值 $S(S+1)$ 成正比。通过包含平移变换(其生成元是动量),我们把Lorentz群

扩展成 Poincare 群,则可以用 Poincare 群的生成元构造一个协变赝矢量 $W_\mu = -\frac{1}{2m}\epsilon_{\mu\nu\sigma\rho}J^{\nu\sigma}P^\rho$, 即 Pauli-Lubanski 赝矢量,其中 m 是粒子质量, $\epsilon_{\mu\nu\sigma\rho}$ 是完全反对称张量,我们有 $\epsilon_{0123} = -\epsilon^{0123} = -1$, $J^{\nu\sigma}$ 是 Lorentz 群的生成元,当 ν, σ 取空间指标时, $J^{\nu\sigma}$ 表示角动量生成元(这里为角动量张量)。在粒子静止系,我们有 $W_i = -S_i$, 这里 S_i 是自旋 3-矢量的第 i 分量。可以验证 Casimir 算符有如下形式 $W_\mu W^\mu = -S(S+1)\hbar^2$ 。显而易见 Pauli-Lubanski 赝矢量与动量是正交的 $W_\mu P^\mu = 0$, 在粒子静止系 W^μ 有如下形式 $W^\mu = (0, \mathbf{S})$ 。这个性质使我们能够把 W^μ 做分解 $W^\mu = \sum_{i=1,2,3} S_i(P)n^\mu(i, P)$, 其中 $n^\mu(i, P)$ 是三个与 P^μ 正交的类空 4-矢量且满足 $n_\mu(j, P)n^\mu(i, P) = -\delta_{ij}$ 。可以证明 $S_i(P)$ 就是满足角动量对易关系的自旋算符,也就是使有质量粒子动量矢量 P^μ 不变的 SU(2) 变换群(小群)的生成元。

通常在有相互作用存在时,定义自旋角动量算符是非常困难的,它们不仅需要满足角动量对易关系,有时也需要与哈密顿量对易,否则就不是好量子数,不能用来标记能级。在规范场相互作用的场论中定义自旋角动量算符同样具有挑战性的工作,比如在量子色动力学中怎样自洽定义胶子的轨道和自旋角动量是学术界有争议的前沿课题。

二、高能重离子碰撞中的整体极化效应

在第一部分我们了解到自旋效应既是相对论效应也是量子力学效应,所以任何物理过程只要有自旋效应的出现,都为我们研究这一物理体系的相对论效应和量子力学效应提供了独一无二的探针。可能读者会有这样的疑惑:既然自旋是一种相对论的量子效应,那么非相对论的电子为什么仍然有自旋? 这里我们要澄清:在非相对论量子理论里从第一性原理是推不出电子自旋的。只有在狄拉克相对论量子理论电子拥有自旋才有了自然的解

释。所以我们说粒子的自旋是相对论的量子效应。

这一部分我们就来详细介绍在高能重离子碰撞中的自旋效应——整体极化。

我们知道在高能重离子碰撞的非对心碰撞中存在巨大的轨道角动量。我们可以估计一下轨道角动量的量级,假设在每核子 200 GeV 的金核与金核碰撞中,一个金原子核的动量为 $100 \times 197 = 19700$ GeV 碰撞参数为 6 fm, 根据运动学其轨道角动量为 $6 \times 19700 \text{ fm} \cdot \text{GeV} = 6 \times 10^5 \hbar$ 。因为原子核不是刚体,而是由核子组成的复合系统,像液滴,所以精确计算轨道角动量需要考虑核子与核子之间的相互作用等细节。

一个自然的问题就是:如此巨大的轨道角动量将以什么方式传递到高能重离子碰撞产生的高温和高密的强相互作用物质中?

要回答这个问题,我们首先要分析一下原子核非对心碰撞的交叠区域的状态,如图 2 和 3 所示。碰撞中的原子核沿着 +z 轴和 -z 轴方向运动,参与碰撞的交叠部分在碰撞初始时刻被压缩和加热形成膨胀的火球。有两个平面有明确的物理意义,一个平面是垂直于碰撞轴的横平面(xy 平面),另一个是碰撞轴和碰撞参数构成的碰撞平面(xz 平面)。火球中在横平面内的膨胀如图 3 的右下图所示。在碰撞平面的火球运动如图 2 或图 3 的左下图所示。在碰撞平面,火球沿着 z 轴方向的流体速度在 x 方向有梯度,即 u_z 是 x 的函数或 $u_z(x)$, 这里流体速度是微观粒子的集体运动速度。在 xz 平面的第一象限,对于来自 x_1 和 x_2 处的两个微观粒子碰撞($x_1 > x_2$),来自 x_1 处的粒子沿着 +z 轴方向的动量增量 Δp_1 大于来

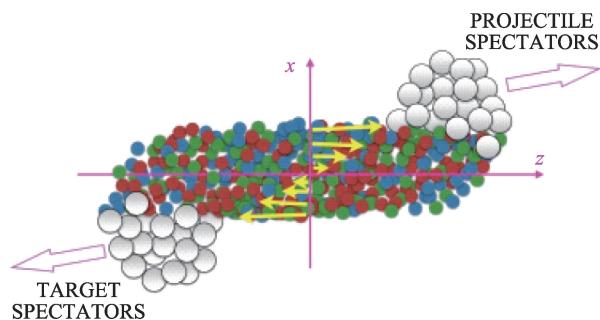


图2 非对心的重离子碰撞示意图。摘自文献[14]

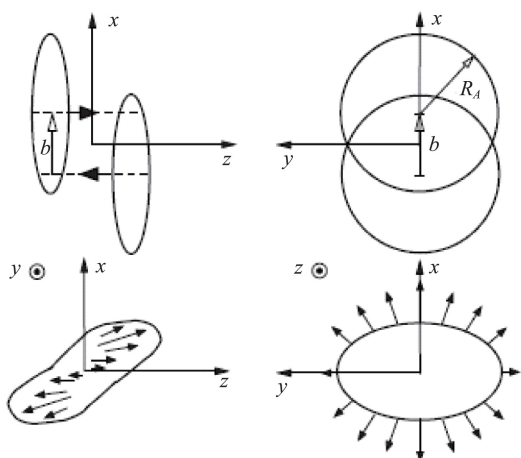


图3 非对心重离子碰撞的交叠区域几何形状。摘自文献^⑮

自 x_2 处的粒子动量增量 Δp_2 。所以对热运动平均以后,对于微观两粒子碰撞,会存在一个非零的净轨道角动量,它正比于 $(x_1-x_2) \times (\Delta p_1 - \Delta p_2)$ 。在重离子碰撞产生的火球中,以上所述的夸克与夸克的碰撞,其轨道角动量将按照轨道自旋耦合方式导致夸克极化,夸克极化在强子化阶段又转化成了强子的极化。这种在重离子碰撞中由于集体运动速度梯度产生的极化效应叫做整体极化,最早是由梁作堂和王新年提出的^{⑮、⑯}。比较早期的工作,可以参考文献^{⑰~⑳}。

我们计算夸克被静态势散射的极化效应来说明自旋轨道耦合的作用^⑮。如图4所示,一个动量为 p 的非极化夸克以碰撞参数为 x_T 向右射入静态势场。假如静态势的形式为 $1/(q_T^2 + \mu^2)$,自旋的量子化方向为 n ,极化微分截面(末态夸克自旋向上和自旋向下的微分截面之差)正比于 $n \cdot (x_T \times p)$,其中 $J = x_T \times p$ 即轨道角动量。如果自旋极化方向 n 沿着 J 的方向则极化微分截面取最大值,即末态夸克自旋向上和自旋向下的微分截面之差取最大值,也就是说末态夸克是最大极化的。如果自旋极化方向 n

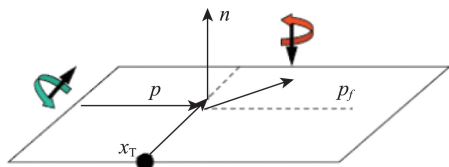


图4 夸克被静态势散射过程的极化效应和自旋轨道耦合

垂直于 J ,则末态夸克是非极化的。同理,对于夸克与夸克以固定碰撞参数的碰撞过程^⑳,假设初态两个夸克和末态的一个夸克是非极化的,可以证明末态另一个夸克的极化度也正比于 $n \cdot (x_T \times p)$ 。以上过程都表明初态的轨道角动量经过碰撞中的自旋轨道耦合效应转化为夸克的极化。

在流体中局域的轨道角动量的对应就是局域涡旋度矢量,它定义为流体速度的旋度,自旋轨道耦合对应于自旋涡旋耦合。我们将在第四节中展开对于自旋涡旋耦合的讨论。

三、整体极化效应的测量

怎样才能实验中测量到整体极化效应呢?梁作堂和王新年提出可以通过测量 Λ 超子(含反 Λ 超子)沿着重离子碰撞反应面的法向的极化度来实现^⑮。实验上通常利用 Λ 超子(含反 Λ 超子)弱衰变测量其自旋极化度,比如 Λ 超子可以弱衰变到质子和 π 介子。在超子的静止系,由于弱衰变违反宇称守恒,质子的发射方向不是各向同性的,而是倾向于沿着超子的自旋方向(如图5),质子相对于自旋方向的角度分布为

$$\frac{dN}{d \cos \theta^*} = \frac{1}{2} (1 + \alpha_n |P_n| \cos \theta^*) \quad (1)$$

对于 $H = \Lambda$,我们有 $\alpha_\Lambda = \alpha_{\bar{\Lambda}} = 0.642 \pm 0.013$ 是

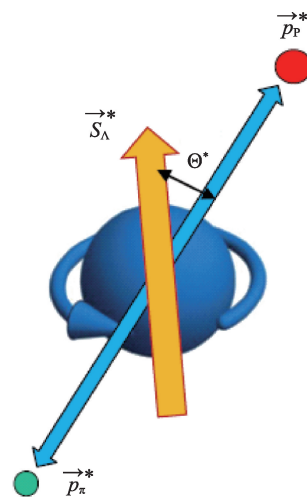


图5 在 Λ 超子静止系的弱衰变 $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ 。

质子倾向于沿着自旋的方向

Λ 超子的衰变常数, \mathbf{P}_H 是超子的极化矢量。通过测量质子的角分布,可以得到超子的极化方向。

对各超子在其静止系的自旋沿着总轨道角动量的方向做投影就得到了事例平均的整体极化度

$$\bar{P}_H = \langle \mathbf{P}_H \cdot \hat{\mathbf{L}} \rangle = \frac{8}{\pi \alpha_H} \cdot \frac{1}{R_{EP}^{(0)}} \langle \cos(\phi_p^* - \phi_L) \rangle \quad (2)$$

其中 $\hat{\mathbf{L}}$ 是重离子碰撞的轨道角动量方向即反应平面的法向, ϕ_L 是轨道角动量或反应面方向在横平面上的方位角, ϕ_p^* 是超子衰变出来的质子动量在横平面上的方位角, $R_{EP}^{(0)}$ 是确定反应面的方位角的精度修正因子。公式中的尖括号是指对所有超子动量做平均。

位于美国布鲁克海文国家实验室的相对论重离子对撞机(RHIC)上的 STAR 实验自从 2006 年以来一直致力于测量整体极化效应,其探测器结构如图 6,测量整体极化的示意图如图 7。整体极化测量的关键因素是准确测量反应平面的方向或整体轨道角动量的方向,它是通过位于前向和后向的 BBC 探测器测量碰撞旁观者对束流方向的偏离而实现的。STAR 实验组在 2007 年发表了他们在碰撞能量 62.4 GeV 和 200 GeV 的测量结果^⑤,由于误差较大,没有测量到 Λ 超子的整体极化。STAR 实验组在 2017 年终于在较低碰撞能量下测量到了 Λ 超子的整体极化效应^⑥,实验结果如图 8 所示。实验选取了速度在 ± 1 之间且横动量在 0.4 和 3.0 GeV/c 之间的

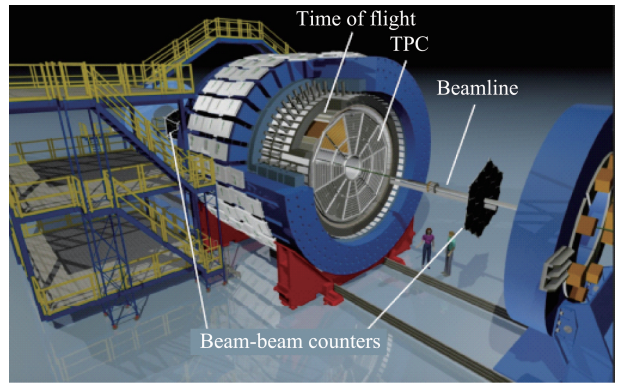


图6 STAR探测器结构图。摘自文献^⑤

Λ 超子,结果显示在 7.7~62.4 GeV 之间存在 Λ 超子的整体极化,并且其随着碰撞能量的下降而增大。反 Λ 超子的极化度似乎比 Λ 超子的极化度略大,有人猜测这也许是磁场效应,在重离子碰撞中伴随着轨道角动量,在同一方向也产生巨大的磁场,磁场会使 Λ 超子逆着磁场极化(Λ 超子具有负磁矩),使反 Λ 超子沿着磁场极化(反 Λ 超子具有的正磁矩),但是来自涡旋的极化则不分辨 Λ 和反 Λ 。但是反 Λ 超子和 Λ 超子的平均极化度在误差范围内是一致的。

把所有碰撞能量的数据汇总得到 Λ 超子的平均极化度是 $1.08 \pm 0.15 \pm 0.11$, 反 Λ 超子的平均极化度是 $1.38 \pm 0.30 \pm 0.13$ 。由统计流体模型可以得到强作用物质的平均涡旋度或旋转角速度为

$$\omega = \frac{k_B}{\hbar} (\bar{P}_\Lambda + \bar{P}_{\bar{\Lambda}}) \sim 9 \times 10^{21} \text{ s}^{-1} \quad (3)$$

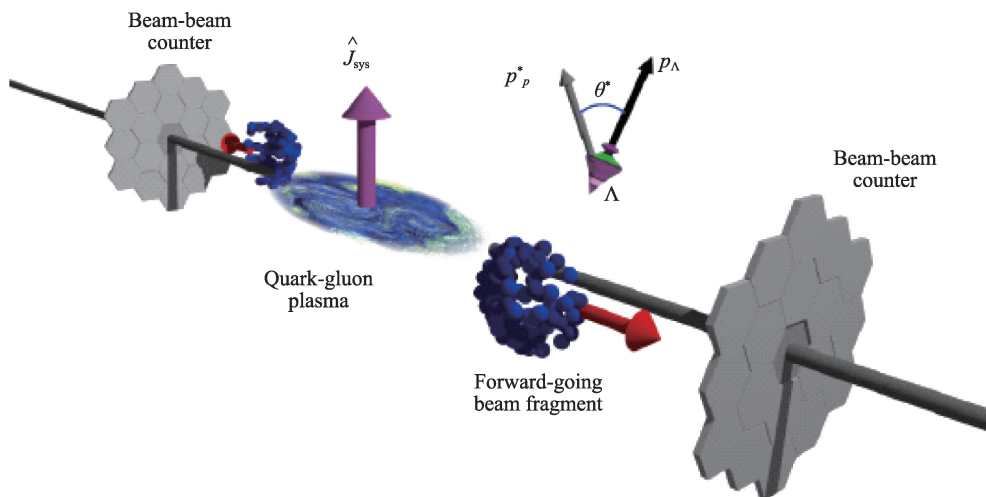


图7 STAR探测器测量整体极化示意图。摘自文献^⑥

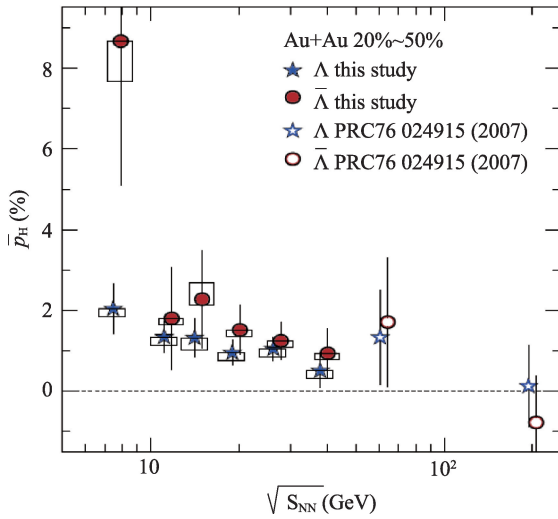


图8 金核-金核碰撞中的 Λ 和反 Λ 超子的平均整体极化。摘自文献^②

其中 k_B 是玻尔兹曼常数。为了对上面的旋转角速度的量级有感觉,我们可以比较一下我们比较熟悉的流体系统中的旋转角速度:太阳表面的流体角速度为 $10^{-7} s^{-1}$,大气在大尺度下的旋转角速度为 $10^{-7} \sim 10^{-5} s^{-1}$,飓风中心的空气旋转角速度为 $10^{-1} s^{-1}$,木星大红斑风暴的旋转角速度可达到 $10^{-4} s^{-1}$,大块的He-II超流体的涡旋度可达到 $150 s^{-1}$ 。可见STAR实验测量的重离子碰撞产生的强作用物质的涡旋度或旋转角速度远远大于已知流体系统的涡旋度或旋转角速度,所以说重离子碰撞产生的强作用物质是自然界中旋转最快的。整体极化效应的发现使人们对重离子碰撞产生的强作用物质的精细的流体运动特征有了全新的认识,使人们有了一种探测强作用物质流体性质的新探针和新工具。

四、理论模型

本节我们介绍流体系统的自旋涡旋耦合模型及其在重离子碰撞的整体极化效应的应用。

我们在第二节中已经指出,整体极化效应的微观机制是在一定碰撞参数下夸克和夸克的散射过程中的自旋轨道耦合效应。在流体中,经过热平均,自旋轨道耦合就转化为自旋涡旋耦合。怎样把自旋和涡旋引进统计物理的配分函数?为此,我们

首先考虑一个简单的问题:在一个角速度恒定的旋转参考系里质点的运动。假设旋转参考系相对于固定参考系没有平移,在固定参考系和旋转参考系质点的速度有如下关系: $\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$,这里 $\boldsymbol{\omega}$ 是旋转系的角速度。在固定系里,质点的拉格朗日量

$$L = \frac{1}{2}m(\mathbf{v}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})^2 - V(r) \quad (4)$$

其中 m 是质点的质量, $V(r)$ 是质点的势能。共轭动量为 $\mathbf{p} = m(\mathbf{v}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$,则哈密顿量为 $H_r = \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{p} - L = H - \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{J}$,这里 $\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ 是轨道角动量, $H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$ 是固定系里的哈密顿量。所以在旋转系里,在全局平衡条件下,玻尔兹曼权重因子的量子对应密度算符有如下形式

$$\hat{\rho}_{GE} = \frac{1}{Z} \exp[-\beta \hat{H} + \beta \boldsymbol{\omega} \cdot \hat{\mathbf{J}} - \beta \mu \hat{N}] \quad (5)$$

这里 $\beta = 1/T$ 是常数(全局平衡), \hat{H} 是惯性系中的哈密顿量算符, $\hat{\mathbf{J}}$ 是轨道角动量算符, \hat{N} 是守恒荷数算符, Z 是配分函数使得 $\text{Tr} \hat{\rho}_{GE} = 1$ 。我们可以把上式扩展到相对论协变形式^{③-⑤}

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Z} \exp \left[- \int d\Sigma_\mu (\hat{T}^{\mu\nu} \beta_\nu - \zeta \hat{N}^\mu) \right] \quad (5)$$

这里 $d\Sigma_\mu = d\Sigma n_\mu$ 是类时超曲面面元, n_μ 是类时方向矢量满足 $n^2 = 1$, β_ν 和 ζ 是时空的函数, $\hat{T}^{\mu\nu}$ 和 \hat{N}^μ 分别是能动量张量和守恒荷流。上式满足全局平衡的条件是圆括号里的矢量的散度为零,利用能动量守恒与荷守恒,我们就得到 β_ν 必须是Killing矢量,即满足 $\partial_\mu \beta_\nu + \partial_\nu \beta_\mu = 0$,其解为 $\beta_\nu = b_\nu + \varpi_{\nu\mu} x^\mu$,其中 $\varpi_{\nu\mu} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \beta_\nu - \partial_\nu \beta_\mu)$ 是热涡旋度张量。把 β_ν 的解代入(5)式中即得到

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Z} \exp \left[-b_\mu \hat{P}^\mu + \frac{1}{2} \varpi_{\mu\nu} \hat{J}^{\mu\nu} + \zeta \hat{N} \right] \quad (6)$$

其中 $\hat{J}^{\mu\nu}$ 是角动量张量即洛伦兹群的生成元。我们看到(6)式即是(5)式的相对论协变形式。注意,作为洛伦兹群的生成元, $\hat{J}^{\mu\nu}$ 包含轨道角动量和自旋。

有了密度矩阵算符,我们就可以把任何热力学量算符投影到密度矩阵算符上对所有的态求平均,即可得到热力学量的系综平均值。比如平均极化度等。对于非相对论自旋1/2粒子系统,我们把(5)

式中的 \hat{J} 推广到包含自旋 $\hat{j} = \hat{S} = \frac{1}{2}\sigma$, 其中 σ 是 Pauli 矩阵。在温度为 T 、角速度为 ω 的非惯性系, 自旋 1/2 粒子系统的平均极化度为 $P_z = 2\langle S_z \rangle = \tanh(\omega/2T)$, 这里 z 轴方向取为 ω 的方向。在 $\omega \ll T$ 条件下, 平均极化度为正比于 $\frac{1}{2T}\omega$ 。对于相对论的 Dirac 粒子, 自旋矢量由 Pauli-Lubanski 赝矢量给出 (详见第二节): $W_\mu = -\frac{1}{2m}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}J^\nu P^\rho$, 这里 J^ν 是粒子的自旋张量, 我们看到自旋矢量与粒子的动量状态相关。由(6)式我们知道 J^ν 与热涡旋度 ω_ν 耦合。当 ω_ν 很小时, 在 Pauli-Lubanski 赝矢量公式中我们可以用 ω^ν 代替 J^ν , 考虑到 Dirac 粒子的费米子特性, 在多粒子体系中平均自旋矢量为^{③, ②}

$$S^\mu(x, p) = -\frac{1}{8m}(1 - n_F)\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\omega_\nu P_\rho \quad (7)$$

其中 $n_F(x, p)$ 是粒子的费米分布函数, 它通过作为时空函数的流体速度依赖于时空点。要得到重离子碰撞实验中某个强子的平均自旋极化度, 我们需要对强子化超曲面积分

$$S^\mu(p) = \frac{\int d\Sigma_\lambda p^\lambda f(x, p) S^\mu(x, p)}{\int d\Sigma_\lambda p^\lambda f(x, p)} \quad (8)$$

对于自旋 1/2 的粒子, $f(x, p)$ 可取为 $n_F(x, p)$ 。我们可以结合流体动力学模型或运输模型应用(8)式计算重离子碰撞产生的 Λ 超子极化。流体动力学模型或运输模型提供强作用热密物质的时空演化, 由此可以确定冻出(freeze-out)超曲面以及超曲面上的流速和温度场, 进而确定 Λ 超子在超曲面上的分布函数。

为了解释 STAR 国际合作组关于超子整体极化的实验结果, 需要细致的研究和模拟超子的产额和涡旋场的分布。作为一种选择, 我们可以使用多相运输模型描述超子的产生和涡旋场的分布, 使用维格纳函数导出的极化度与涡旋场成正比的公式计算了超子整体极化度, 所得结果与 STAR 国际合作组的数据符合很好^③(如图 9 所示), 同时也解释了超子整体极化度随碰撞能量增加而减小的特征。计算发现涡旋场在反应面即沿着碰撞参数和束流方

向张成的平面上大致呈现奇函数特征: 在第 I 和第 III 象限, 涡旋场沿着轨道角动量方向, 在第 II 和第 IV 象限, 涡旋场逆着轨道角动量方向, 但涡旋场的绝对值在 I+III 象限和 II+IV 象限大体相等。计算还发现在反应面上超子产额分布呈现倾斜的椭圆, 即在第 I 和第 III 象限产额多于第 II 和第 IV 象限, 在中心快度区域, 碰撞能量越低, 则倾斜越明显, 即在 I+III 象限的产额比 II+IV 象限的产额越大。通过产额分布和涡旋场分布的卷积就可以得到极化度, 碰撞能量越低, 在 I+III 象限(涡旋场沿着轨道角动量方向)对整体极化的贡献比 II+IV 象限(涡旋场逆着轨道角动量方向)的贡献就越大, 因此沿着轨道角动量方向的整体极化度就越大。这样就解释了整体极化度对碰撞能量的依赖行为。

我们在式(7)中看到在一个相对论性 Dirac 粒子的多粒子体系中, 粒子的平均极化矢量与其动量和坐标相关。在量子理论里, 我们知道 Wigner 函数可以给出动量和坐标的分布, 它是经典分布函数的量子对应。用 Wigner 函数描述 Dirac 粒子的动力学行为等价于 Dirac 波函数, 所以用 Wigner 函数描述其自旋行为是一个自然的选择^{③-⑤}。Dirac 粒子 Wigner 函数可以给出许多新奇的量子效应, 比如手征磁效应和手征涡旋效应等^{⑥, ⑧}。Dirac 粒子的 Wigner 函数由两个位于不同时空点的费米子场构造, 两个时空点的中心点就是 Wigner 函数的坐标变量, 两点之差的傅里叶共轭动量就是 Wigner 函数的动量变量。

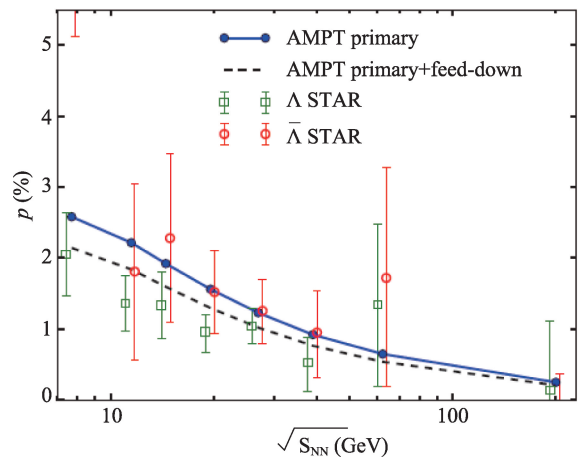


图9 使用多相运输模型描述超子的产生和极化^③

作为费米子场的双线性形式, Wigner 函数具有两个 Dirac 指标, 是 4×4 矩阵。我们可以把 Wigner 函数在一组 4×4 完备基 $1, \gamma_5, \gamma^\mu, \gamma_5 \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ 下展开, 展开系数分别为标量、赝标量、矢量、轴矢量和张量分量, 它们都是坐标和动量的函数。我们可以从 Wigner 函数中抽取角动量张量密度分量, 可以证明它所对应的角动量矢量(从角动量张量与全反对称张量缩并而得)其实就是 Wigner 函数的轴矢量分量。可以验证, 我们从 Wigner 函数可以得到(7)式中的 $S^\mu(x, p)$ 。如果把 Λ 超子看作满足费米分布的强子, 我们可以结合流体动力学模型或输运模型应用(8)式计算重离子碰撞产生的 Λ 超子极化。

我们也可以把夸克作为基本组元, 从 Wigner 函数得到夸克的极化度, 然后利用夸克组合或融合模型得到强子的极化度。用自旋密度矩阵可以构造能描述自旋自由度的夸克组合或融合模型^⑨。我们可以得到用组分夸克极化度表示出的重子极化度。比如 Λ 超子的极化度由 s 夸克的极化度决定, 如果忽略夸克极化度的动量依赖, 可以得到 $P_\Lambda \approx P_s$ 。

五、总结

自旋是物理学中最重要和最深刻的物理量之一, 对自旋物理的探索贯穿着现代物理学的整个领域和进程。高能重离子碰撞可以产生巨大的轨道角动量, 通过自旋轨道耦合或自旋涡旋耦合可以产生优美的华尔兹舞步——整体极化效应, 其理论预言和实验验证开启了一个新的研究方向。根据超子整体极化度的实验结果推测, 重离子碰撞产生的强作用物质流体的旋转角速度是自然界已知系统中最快的。超子整体极化可以作为一个探测强作用物质流体结构的独特探针。这一全新的研究方向还处于非常初级的阶段, 还有很多未知的知识和规律有待理论家和实验家探索和研究。让我们从优美的华尔兹舞步来窥探整个强相互作用体系的精彩乐章吧!

① W. Gerlach, O. Stern, Z. Phys. 9, 349(1922); ibid, 9, 353(1922); ibid 8, 110(1922).

- ② P. Zeeman, Phil. Mag. 44(266),55(1897); Nature. 55(1424), 347(1897).
 ③ G. Uhlenbeck, Phys. Today 29(6),43(1976).
 ④ E. Guth, Phys. Today 29(9),13(1976)
 ⑤ A. Pais, Phys. Today 42(12),34(1989).
 ⑥ <http://www.lorentz.leidenuniv.nl/history/spin/goudsmit.html>
 ⑦ G. Uhlenbeck, S. Goudsmit, Naturwissenschaften 13, 953 (1925); Nature 117, 264 (1926).
 ⑧ L. Thomas, Nature 117, 514 (1926); Phil. Mag. 3, 1 (1927).
 ⑨ W. Pauli, Z. Phys. 43, 601 (1927).
 ⑩ P. Dirac, Proceedings of the Royal Society of London A117 (778), 610 (1928).
 ⑪ M. Fierz, Helvetica Physica Acta. 12(1), 3(1939).
 ⑫ W. Pauli, Phys. Rev. 58(8),716 (1940).
 ⑬ Julian Schwinger, Phys. Rev. 82(6), 914(1951).
 ⑭ F. Becattini, I. Karpenko, M. Lisa, I. Upsal, S. Voloshin, Phys.Rev. C95, 054902 (2017).
 ⑮ Z.T. Liang, X.N. Wang, Phys. Rev. Lett. 94, 102301(2005).
 ⑯ Z.T. Liang, X.N. Wang, Phys. Lett. B629, 20(2005).
 ⑰ S.A. Voloshin, nucl-th/0410089.
 ⑱ B. Betz, M. Gyulassy, G. Torrieri, Phys. Rev. C76, 044901(2007).
 ⑲ F. Becattini, F. Piccinini, J. Rizzo, Phys. Rev. C77, 024906 (2008).
 ⑳ J.H. Gao, et al., Phys. Rev. C77, 044902(2008).
 ㉑ STAR Collaboration, Phys. Rev. C76, 024915 (2007).
 ㉒ STAR Collaboration, Nature 548, 62(2017).
 ㉓ D. N. Zubarev, A. V. Prozorkevich, S. A. Smolyanskii, Theoret. and Math. Phys. 40, 821(1979).
 ㉔ A. Vilenkin, Phys. Rev. D21, 2260 (1980).
 ㉕ Ch. G. Van Weert, Annals. Phys. 140, 133 (1982).
 ㉖ H. A. Weldon, Phys. Rev. D26, 1394(1982).
 ㉗ F. Becattini, V. Chandra, L. Del Zanna, E. Grossi, Annals Phys. 338, 32 (2013).
 ㉘ F. Becattini and L. Tinti, Phys. Rev. D87, 025029(2013).
 ㉙ I. Karpenko, F. Becattini, Eur. Phys. J. C77, 213(2017).
 ㉚ H. Li, L.-G. Pang, Q. Wang, X.-L. Xia, Phys. Rev. C96, 054908 (2017).
 ㉛ Ulrich Heinz, Phys. Rev. Lett. 51, 351 (1983).
 ㉜ H.-T. Elze, M. Gyulassy, and D. Vasak, Nucl. Phys. B276, 706(1986).
 ㉝ D. Vasak, M. Gyulassy, and H.-T. Elze, Ann. Phys. 173, 462(1987).
 ㉞ P. Zhuang and U.W. Heinz, Ann. Phys. 245, 311(1996).
 ㉟ J.-P. Blaizot and E. Iancu, Phys. Rep. 359, 355 (2002).
 ㊱ Q. Wang, K. Redlich, H. Stoecker, and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 88, 132303 (2002).
 ㊲ J.-H. Gao, Z.-T. Liang, S. Pu, Q. Wang, and X.-N. Wang, Phys. Rev. Lett. 109, 232301 (2012).
 ㊳ J.-W. Chen, S. Pu, Q. Wang, and X.-N. Wang, Phys. Rev. Lett. 110, 262301 (2013).
 ㊴ Y.-G. Yang, R.-H. Fang, Q. Wang, X.-N. Wang, Phys. Rev. C97, 034917 (2018).