

时空的乐章——引力波 百年漫谈(九)

卢昌海

十五、源的分析

LIGO的设计和建设是工程师和实验物理学家的天下,但理论物理学家也绝非只是旁观者,除提供技术背后的理论支持外,摆在他们面前的还有三个重大的理论问题:

1. 最有可能被 LIGO 探测到的引力波源是什么样的?
2. 那样的源大约每隔多久可以产生一次能被 LIGO 探测到的信号?
3. 那样的信号具体会是什么样子的?

在接下来的几节中,我们将逐个介绍这些问题。

在这些问题中,第一个问题的答案是比较明显,并且也比较有把握的。我们在第六节中介绍过各种引力波源发射的引力波,其中辐射功率最强的引力波源是强引力场天体,尤其是强引力场天体合并。因此我们首先罗列一下强引力场天体合并的类型。

对发射引力波最有利的强引力场天体有两类:中子星和黑洞,其中黑洞又可粗略分为“恒星级”黑洞和巨型黑洞。为方便起见,我们把只涉及中子星和“恒星级”黑洞的强引力场天体合并称为致密双星合并(Compact Binary Coalescence, 简称 CBC)。很明显,致密双星合并有三类:两个致密星体都是中子星的被称为中子星双星合并,两个致密星体都是黑洞的被称为黑洞双星合并,两个致密星体一个是中子星一个是黑洞的则被称为中子星-黑洞双星合并。

从历史上讲,由于泰勒-赫尔斯双星的发现很早就确立了中子星双星的存在,其余两类致密双星的存在却并无证据,因此中子星双星合并一度被视为引力波源的最大希望。不过这种偏废很快得到了纠正,因为索恩等人很快就意识到,另两类致密双星合并——尤其黑洞双星合并——也是很有希望甚至更有希望的强引力波源。理由有两条:一是黑洞比中子星更致密;二是中子星存在质量上限,黑洞却没有,从而可以比中子星“重”得多。这两条都是有利于发射强引力波的,因此带有黑洞的那两类致密双星哪怕在空间分布上比中子星双星更稀疏,也完全有可能因其发射的引力波更强,而能在更远的距离上——也就是更大的体积内——被探测到,从而抵消甚至逆转空间分布稀疏的劣势。

因此,所有三类致密双星合并都被列为了很有希望的引力波源。

剩下的是涉及巨型黑洞的强引力场天体合并,其中最典型的是位于星系中心的巨型黑洞吞并恒星的过程。从理论上讲,这是一种几乎铁定存在的过程,因为天文学家们普遍认为,很多星系的中心存在巨型黑洞,它们吞并恒星的过程不仅存在,而且是所谓活动星系核(Active Galactic Nucleus)的主要能量来源。因此,巨型黑洞吞并恒星的过程也是很有希望的引力波源。

不过,“很有希望”不等于能被 LIGO 探测到,因为 LIGO 有一个 10~10 000 赫兹的探测频率范围。为了搞清楚那些“很有希望”的引力波源所发射的引力波能否被 LIGO 探测到,我们有必要分析两个

更现实的问题：一个是引力波的频率能否落在 LIGO 的探测频率范围之内；另一个——假定前一个问题的答案是肯定的——则是引力波的频率落在 LIGO 探测频率范围之内的时间——即留给 LIGO 的探测时间——是否足够长。

我们首先注意到，强引力场天体合并的“序曲”是两个天体沿越来越紧密的轨道相互绕转，而沿周期为 T 的轨道绕转的天体所发射的引力波的主频率 f 是绕转频率 $1/T$ 的两倍，即：

$$f = 2/T. \quad (15.1)$$

(15.1)式虽然简单，却立刻可以推出一个重要结论，那就是：巨型黑洞吞并恒星的过程可以从“最有可能被 LIGO 观测到的引力波源”的名单中除去。我们以银河系中心的巨型黑洞为例来说明这一点：该巨型黑洞的质量约为太阳质量的 400 万倍，在那样的巨型黑洞吞并恒星的过程中，最高的绕转频率——也就是最高的引力波主频率——出现在被吞并天体即将进入黑洞视界时。由于质量为太阳质量 400 万倍的巨型黑洞的视界周长约为 75 000 000 千米，即便以光速绕转一圈也需 250 秒的时间，因此相应的绕转频率及引力波主频率最高只能达到毫赫兹 (mHz) 量级，远远低于 10 赫兹这一 LIGO 探测频率的下限。因此 LIGO 无法探测这种巨型黑洞吞并恒星的过程（这也启示了未来引力波天文台的一个发展方向：低频探测能力）。

通过完全类似的估算不难发现（请读者自行验证），致密双星合并所能达到的最高的绕转频率及引力波主频率可以远远高于 10 赫兹，从而可以轻松进入 LIGO 的探测频率范围。

因此对 LIGO 来说，在上述几种引力波源里，“很有希望”的只剩下了致密双星合并。

接下来我们分析一下致密双星合并所发射的引力波的主频率落在 LIGO 探测频率范围之内的时间——即留给 LIGO 的探测时间——有多长。为此需要知道主频率的变化规律，而这可以通过 (15.1) 式给出的主频率与轨道周期的关系，以及第十二节的 (12.8) 式给出的轨道周期变化规律来得到，下面

我们就具体估算一下。

在进行这类估算时，引进一个物理学家们称之为“啁啾质量” (chirp mass) 的折合质量是很方便的。对于质量分别为 m_1 和 m_2 的致密双星来说，“啁啾质量”定义为：

$$\mathcal{M} = (m_1 m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}. \quad (15.2)$$

利用“啁啾质量”，(12.8) 式可改写为（从中可顺便窥见“啁啾质量”所起的简化作用）：

$$dT/dt = -192\pi (T/2\pi G\mathcal{M})^{-5/3} / 5c^5. \quad (15.3)$$

考虑到这里所做的只是估算，我们略去了 (12.8) 式中相对复杂且并非恒定的与轨道偏心率有关的因子 $f(e)$ 。

由于我们关心的是引力波的主频率随时间的变化，利用 (15.1) 式给出的主频率 f 与轨道周期 T 的关系，不难将 (15.3) 式改写为（以下各式的推导皆不复杂，感兴趣的读者可以自己试试）：

$$df/dt = (96/5) \pi^{8/3} (G\mathcal{M}c^3)^{5/3} f^{11/3}. \quad (15.4)$$

由 (15.4) 式可以看到，致密双星合并过程所发射的引力波的主频率会越来越高，直至合并终了。这是完全符合直觉的，因为越接近合并过程的末期，双星间距越小，轨道周期越短，所发射的引力波的主频率也就越高——虽然 (15.4) 在定量上并不适用于高度复杂的合并过程末期。利用 (15.4) 式，只要作一个简单积分，便可计算出引力波的主频率由 f_1 演变到 f_2 ($f_2 > f_1$) 所需的时间为：

$$\tau = (5/256) \pi^{-8/3} (c^3/G\mathcal{M})^{5/3} (f_1^{-8/3} - f_2^{-8/3}). \quad (15.5)$$

将各物理常数的数值代入 (15.5) 式，可将之数值化为：

$$\tau \approx 650000 \mathcal{M}^{-5/3} (f_1^{-8/3} - f_2^{-8/3}). \quad (15.6)$$

这里时间 τ 的单位是秒，“啁啾质量” \mathcal{M} 的单位是太阳质量，引力波主频率 f_1 和 f_2 的单位是赫兹。

对于我们想知道的致密双星合并过程留给 LIGO 的探测时间来说， f_1 为 LIGO 探测频率的下限，即 10 赫兹。而 f_2 要么是致密双星合并过程所发射的最高的引力波主频率，要么是 LIGO 探测频率的上限，无论哪个都远大于 10 赫兹，因此 $f_2^{-8/3} \ll f_1^{-8/3}$ 可以忽略。将 (15.6) 式中的 f_1 换成 10 赫兹并忽略 f_2 ，可得致密双星合并过程留给 LIGO 的探测时间为：

$$\tau \sim 1400 M^{-5/3}. \quad (15.7)$$

由(15.7)式可以看到,致密双星的质量——确切地说是“啁啾质量”——越大,致密双星合并过程留给LIGO的探测时间就越短。对于像泰勒-赫尔斯双星那样的中子星双星来说, $m_1 \approx 1.44$, $m_2 \approx 1.39$, $M \approx 1.23$, 相应的探测时间约为990秒,也就是16.5分钟。对于像LIGO初次观测到的那种黑洞双星来说, $m_1 \approx 36$, $m_2 \approx 29$, $M \approx 28$, 相应的探测时间为5.4秒。至于中子星-黑洞双星,则介于以上两者之间。所有这些对LIGO来说都是足够长的。

至此,从理论上讲,我们已得到了第一个问题的答案,那就是:最有可能被LIGO探测到的引力波源是致密双星合并。

十六、致密双星的“死亡率”

既然知道了最有可能被LIGO探测到的引力波源是致密双星合并,那么接下来就可以介绍第二个问题,即那样的源大约每隔多久可以产生一次能被LIGO探测到的信号?这大体上乃是估算致密双星在LIGO空间探测范围内的“死亡率”。

但哪怕粗粗一想,也能意识到这个问题是不容易回答的,因为在中子星双星、黑洞双星、中子星-黑洞双星这三类致密双星中,黑洞双星和中子星-黑洞双星的观测证据在LIGO之前完全为零,中子星双星虽早已被发现,却也只发现了十来对。利用如此有限的观测结果,要想估算致密双星在LIGO空间探测范围内的“死亡率”无疑是不容易的,并且注定只能是非常粗略的。

因此在本节中,我们将看到全系列中最粗略——粗略得近乎野蛮,甚至能给人留下滥用统计之印象——的估算。不过,这种估算只是科学家们在LIGO投入运行之前对其探测引力波的前景所作的评估,具有“仅供内部参考”的意味。在LIGO成功探测到引力波之后,对致密双星在LIGO空间探测范围内的“死亡率”的估算在很大程度上可让位给针对LIGO本身的观测结果的统计分析,这也是未来LIGO——或者更一般的引力波天文学——可对

传统天文学做出补充的诸多领域中的一个。

我们先从相对容易——即存在观测证据——的中子星双星谈起。

在迄今发现的十来对中子星双星中,只有命名为PSR J0737-3039的一对是两个致密天体都作为脉冲星被直接观测到的,其余则都跟泰勒-赫尔斯双星相类似,只是直接观测到作为脉冲星的一个中子星,然后通过理论推断出另一个中子星的存在。

利用PSR J0737-3039这一特例,科学家们对中子星双星在LIGO空间探测范围内的“死亡率”展开了如下分析:

首先,从PSR J0737-3039所包含的两颗脉冲星的射电光度(radio luminosity),科学家们估计出了那样的中子星双星可在我们近旁约相当于银河系10%的空间体积内被传统天文学手段所发现;其次,从对那两颗脉冲星的射电辐射角分布的研究中,科学家们估计出了PSR J0737-3039的射电辐射只涵盖3%的天区。将这两项估计合在一起,可以得出一个很粗糙的结论,那就是银河系中像PSR J0737-3039那样的中子星双星只有3%(即 $10\% \times 3\%$)能被传统天文学手段所发现。由于我们实际发现了一例,因此粗略地说,银河系中目前总共约有300(即 $1 \div 3\%$)多对像PSR J0737-3039那样的中子星双星。

另一方面,通过对PSR J0737-3039作类似于对泰勒-赫尔斯双星所作的分析,科学家们计算出了这对中子星双星将在约8 000万年之后合并,而它们作为中子星双星的当前年龄约为9 000万年。这两者合计起来可知PSR J0737-3039的总寿命 T 约为17 000万年(即8 000万年+9 000万年)。由于银河系中目前总共约有300多对像PSR J0737-3039那样的中子星双星,因此可以粗略地认为银河系中每17 000万年间会发生300多次像PSR J0737-3039那样的中子星双星的合并,或者说每隔17 000万年会有300多对像PSR J0737-3039那样的中子星双星“死亡”。由此得到的“死亡率”约为 $2 \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1}$ (即 $300 \div 17\,000$ 万年, yr是年)。如果进一步认为PSR

J0737-3039 可以代表所有中子星双星,那么 $2 \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1}$ 也就是银河系范围内中子星双星的“死亡率”。

这一“死亡率”约相当于每 60 万年(即 17 000 万年 \div 300)才出现一次中子星双星的合并,这么低的“死亡率”哪怕每一例“死亡”都被观测到,也实在是等不起。不过好在这个“死亡率”只涵盖了银河系范围内的中子星双星,而 LIGO 对中子星双星合并的空间探测范围远远超出了银河系范围。

那么在 LIGO 的空间探测范围内,中子星双星的“死亡率”是多大呢? 我们可以简单地推算一下。很明显,既然知道了银河系范围内中子星双星的“死亡率”,那么只要乘上宇宙中像银河系这种规模的物质分布——也称为“银河等价星系”(Milky Way Equivalent Galaxy,简称 MWEG)——的空间分布密度,再乘上 LIGO 对中子星双星合并的空间探测范围的体积 V ,就可以得到中子星双星在 LIGO 空间探测范围内的“死亡率”。具体地说,宇宙中“银河等价星系”的空间分布密度一般估计是 10^{-2} Mpc^{-3} 左右(这里 Mpc 为星系天文学上常用的距离单位:百万秒差距,约合 326 万光年);而 LIGO 对中子星双星合并的空间探测范围依据 2002 年索恩参与撰写的一篇题为“引力波源概览”(An Overview of Gravitational-Wave Sources)的论文的估计,是探测距离 D 约为 300 Mpc,相应的体积 $V=4\pi D^3/3$ 则约为 10^8 Mpc^3 。将这几个数字乘起来,可得中子星双星在 LIGO 空间探测范围内的“死亡率”约为每年两次(即 $2 \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1} \times 10^{-2} \text{ Mpc}^{-3} \times 10^8 \text{ Mpc}^3 = 2 \text{ yr}^{-1}$),也就是说 LIGO 平均每年大约能探测到两次中子星双星的合并。

从 LIGO 在最初两年多的运行中只探测到一例中子星合并的情形来看,平均每年大约探测两次中子星双星的合并很可能是过于乐观的估计。不过对这种高度粗糙的估计来说,数值相差几个数量级也完全有可能,区区数倍的出入是不足为奇的(反过来说,哪怕数值没什么出入也只能归为碰巧,而并不表明精度高,科学研究是一种冷静的探索,面对有利证据时尤其要冷静,不能夸大它的含义)。

接下来再谈谈黑洞双星。

如前所述,在 LIGO 之前黑洞双星的观测证据为零——这当然毫不足奇,因为黑洞几乎按定义就不是传统天文学手段能够直接观测的,因此对单个黑洞的确认就已属间接,对两个——且几乎注定非常遥远的——黑洞相互绕转的确认则明显鞭长莫及。不过黑洞双星的观测证据虽然为零,天文学家们倒是发现了一个很可能会快速演变成黑洞双星的系统:IC 10 X-1。这是位于不规则星系 IC 10 中的一个 X 射线源,于 1997 年被发现,距我们约 200 多万光年,被认为是由一个黑洞和一颗质量很大,体积却不太大的所谓“沃尔夫-拉叶星”(Wolf-Rayet star)组成的紧密绕转的双星系统(绕转周期仅为 30 小时左右)。这个双星系统的两个天体的质量都高达太阳质量的 30 倍左右。由于大质量“沃尔夫-拉叶星”的寿命很短,只有 20 万年左右,演化方向则几乎铁定是黑洞,因此科学家们预期,IC 10 X-1 将会很快演化成黑洞双星。

利用 IC 10 X-1 这一“孤证”,科学家们对黑洞双星的“死亡率”进行了粗糙得近乎野蛮的估计,具体方法是这样的:

首先假设 IC 10 X-1 可以代表所有黑洞双星的前身,那么如果像 IC 10 X-1 那样由黑洞和“沃尔夫-拉叶星”组成的双星系统的空间分布密度为 ρ ,LIGO 对黑洞双星合并的空间探测范围的体积为 V ,则在该空间探测范围内类似 IC 10 X-1 的双星系统的总数为 ρV ,如果进一步考虑到“沃尔夫-拉叶星”的寿命为 T ,则可以粗略地认为每隔 T 时间,会有 ρV 那么多个类似 IC 10 X-1 的双星系统演化成黑洞双星,或者说黑洞双星的“出生率”为 $\rho V/T$ 。如果认为黑洞双星的寿命彼此相近(或平均寿命可粗略代表所有寿命),则“死亡率”大体等于“出生率”,由此就得到了 LIGO 空间探测范围内黑洞双星的“死亡率”为 $\rho V/T$ 。

当然,这种估计还隐含了一个条件,那就是由类似 IC 10 X-1 的双星系统演化而成的黑洞双星的寿命小于宇宙年龄(这是必须的,因为否则的话,哪

怕自宇宙诞生之初就出现的黑洞双星,也直到目前都还不会合并,从而也就不可能被 LIGO 探测到。这一隐含条件对其他两类致密双星也适用),这对于由 IC 10 X-1 本身演化而成的黑洞双星是成立的,因为计算表明后者会在二三十亿年之内合并。

接下来看看这一“死亡率”的数值有多大。由前面提到的大质量“沃尔夫-拉叶星”的寿命可知 T 约为 2×10^5 yr (即 20 万年);至于 LIGO 对黑洞双星合并的空间探测范围,我们再次援引索恩参与撰写的“引力波源概览”,那里列出的探测距离为 $z \approx 0.4$ (z 为宇宙学红移),相当于十几亿秒差距,相应的体积 V 约为 10^{10} Mpc³;最难估计的是像 IC 10 X-1 那样的双星系统的空间分布密度,因为那样的双星系统只发现了一个,根本无从推算密度。正是为了解决这一困难,最“野蛮”的方法登场了:科学家们以当前传统天文学手段能够发现 IC 10 X-1 的最大距离——据估计约为 2 Mpc——作为每个像 IC 10 X-1 那样的双星系统所占据的平均空间范围的半径(相应的体积则约为 30 Mpc³),由此可以推得像 IC 10 X-1 这样的双星系统的空间分布密度 ρ 约为 3×10^{-2} Mpc⁻³。将这几个数值代入 $\rho V/T$,可得黑洞双星在 LIGO 空间探测范围内的“死亡率”约为 10^3 yr⁻¹,也就是说 LIGO 平均每年能探测到上千次黑洞双星的合并。

从 LIGO 运行前两年多的情形看,黑洞双星的合并是最频繁被探测到的,但每年探测上千次显然还是大大高估了。但考虑到这一估计甚至比对中子星双星的估计还要粗糙得多,这种出入同样算不上出人意料。

最后谈谈中子星-黑洞双星。

与黑洞双星相类似,在 LIGO 之前中子星-黑洞双星的观测证据也是为零。不仅如此,中子星-黑洞双星还是唯一一类直至本文撰写之时——即 2017 年底——仍无观测证据的致密双星。不过在理论上,这类致密双星的存在是没有悬念的,因为它跟另两类致密双星的本质区别只在于质量——只要两个星体的质量落在适当的范围内,它就必然

会出现。事实上,天文学家们已经发现了一个有可能会演变成中子星-黑洞双星的双星系统:天鹅座 X-3 (Cygnus X-3)。

天鹅座 X-3 是位于天鹅座的一个 X 射线源,距我们约 23 000 多光年。跟 IC 10 X-1 相类似,天鹅座 X-3 也是由一个黑洞和一颗“沃尔夫-拉叶星”组成的,所不同的是,天鹅座 X-3 稍显“迷你”,其中的黑洞质量仅数倍于太阳质量,“沃尔夫-拉叶星”的质量也仅为太阳质量的十倍左右。由于质量较小,天鹅座 X-3 中的“沃尔夫-拉叶星”不像 IC 10 X-1 中的大质量“沃尔夫-拉叶星”那样几乎注定会演化成黑洞,而是有一定的概率以中子星告终,从而使整个双星系统演化成中子星-黑洞双星。据粗略估计,天鹅座 X-3 演化成中子星-黑洞双星的概率约为 15%,而中子星-黑洞双星在单位体积内的“死亡率”(用上文的符号表示,即 ρ/T)则约为 10^{-8} Mpc⁻³yr⁻¹。这种估计的手法——从而“野蛮”程度——跟对黑洞双星的估计是完全相似的,不仅作了相似的假设(比如假设了天鹅座 X-3 可以代表所有中子星-黑洞双星的前身),而且也同样是以一个“孤证”(即天鹅座 X-3)为核心的。

LIGO 平均每年能探测到多少次中子星-黑洞双星的合并呢?我们依然援引索恩参与撰写的《引力波源概览》,那里列出的 LIGO 对中子星-黑洞双星合并的探测距离约为 650 Mpc,相应的体积 V 约为 10^9 Mpc³。以之乘上前面得到的单位体积内的“死亡率”(即 ρ/T)便可推算出 LIGO 平均每年能探测到的中子星-黑洞双星的合并次数(即 $\rho V/T$)约为十来次。

从 LIGO 运行前两年多的情形看,中子星-黑洞双星的合并是唯一在该时段完全缺席的,由此判断,每年十来次显然也是很大的高估——但当然同样也可以归为不足为奇。

以上就是对致密双星“死亡率”的估算。需要指出的是,以上所介绍的只是两类主要估算手段之一:基于观测数据的估算(虽然所谓“观测数据”其实都是“孤证”);除这类手段外,还有一类手段是理

论估算,即通过双星演化理论来作估计,那类手段也粗糙,因为理论本身还很不健全。在LIGO之前的那些年里,两类手段都被反复尝试过,细节则各有不同(因此以上所介绍的其实是一类手段中的一组特定尝试)。比如LIGO对引力波的探测能力不是沿所有方向都相同的,因此空间探测范围的体积 V 要比以探测距离 D 为半径的球体积 $4\pi D^3/3$ 来得小,这种因素在有些估计中被略去了,在另一些估计中则得到了考虑;又比如几乎所有物理量都有一定的取值范围,有些估计的取值偏于乐观,有些估计则偏于悲观,这些也都会影响估计结果。

另一方面,这两类手段也并非完全独立,比如前面提到的对估计黑洞双星及中子星-黑洞双星“死亡率”起到核心作用的那两个由黑洞和“沃尔夫-拉叶星”组成的双星系统(即IC 10 X-1和天鹅座 X-3)对双星演化理论也有很大影响。双星演化理论曾一度得出过很悲观的结论,认为作为致密双星前身的两颗大质量恒星在共同演化的某个阶段会出现一个“共有包层”(common envelope),在它的阻尼作用下,两颗恒星会来不及演化成致密双星就直接合并,从而使得致密双星的出现几乎没有可能。这种悲观结论后来得到了修正,修正的理由正是IC 10 X-1和天鹅座 X-3,因为那两个双星系统都已度过了“共有包层”阶段而依然存在。

将两类手段的各种尝试综合起来,可以得出对LIGO每年能探测到的致密双星合并次数的估计,该估计对所有三类致密双星都有很宽的范围,其中下限都在零点几次左右,上限则高达数百或数千次。这也正是第二个问题的答案——确切地说是在LIGO正式运行之前有关第二个问题的答案。这个答案一方面凸显了估计的糟糕程度——数值上的相互偏差高达三四个数量级,另一方面却也清楚地显示出,哪怕依照最悲观的估计,LIGO的成功也是预料中的事。因此,韦斯曾经强烈期望,LIGO会在2016年之前,在广义相对论诞生100周年的时候探测到引力波。

很幸运的是,LIGO没有像“韦伯棒”辜负韦伯

那样辜负韦斯的期望。

十七、致密双星的“死亡序曲”

回答完了前两个问题,知道了最有可能被LIGO探测到的引力波源是致密双星合并,并且估算出了那样的源大约每隔多久可以产生一次能被LIGO探测到的信号,现在让我们来谈谈第三个问题,即那样的信号具体会是什么样子的?

这个问题是伴随着第一个问题的答案而产生的——因为信号与波源有关,只有知道了引力波源的类型,才谈得到信号具体会是什么样子的;同时,它也是伴随着LIGO的探测精度而产生的——在昔日以“韦伯棒”为核心的年代里,人们关心的只是信号的有无,而并不在意它的具体形式,因为“韦伯棒”远远达不到关心后者所需的精度(“韦伯棒”留给人们的重大教训则是:只关心信号的有无是很容易误入歧途的——因为离开了具体形式的约束,噪音混充成信号的概率会大大增加)。

能够对信号的具体形式进行检验,是LIGO相对于“韦伯棒”的一个有着本质意义的优越之处,是LIGO可信度的根基之一。同时,它也赋予了LIGO对广义相对论作出新的定量检验的能力,因为在LIGO探测到引力波之前,物理学家们就依据广义相对论对信号的具体形式作出了预言,LIGO对引力波的探测,则缔造了广义相对论的又一个预言得到定量验证的精彩范例。

在接下来的几节中,我们将对广义相对论的预言作一个简略介绍,其中本节针对致密双星合并过程的初期——姑称为“死亡序曲”;后两节则针对致密双星合并过程的末期——姑称为“死亡终曲”。

致密双星合并过程的初期,粗略地讲,是指双星间距较大(比如远大于双星本身的线度),各种复杂效应——其中包括三类致密双星的细致区别——可以忽略的阶段。具体地讲,则是指第五节中的四极辐射近似和第十五节中有关引力波主频率的诸公式基本适用的阶段。这个阶段也称为致密双星的“旋进”(inspiral)阶段(旋进的原因完全在于

辐射引力波,在牛顿引力理论中,致密双星是可以“天长地久”的)。而所谓信号的具体形式,指的是引力波造成的度规扰动或探测臂长度变化作为时间的函数的具体形式,也称为引力波的波形(waveform)。

现在我们就来估算一下致密双星合并过程初期的引力波波形。

估算的步骤是这样的:首先,由第五节的(5.2)式或第八节的(8.1)式可知,引力波造成的度规扰动或探测臂长度的相对变化 h 正比于引力波源的四极矩对时间的二阶导数;其次,利用第六节或第八节介绍过估算方法,可将引力波源的四极矩近似为 MR^2 (其中 M 是体系的总质量, R 为线度)。其三,在同等近似下,对轨道绕转频率为 f 的致密双星来说,四极矩对时间的二阶导数可以近似为 MR^2f^2 ;其四,考虑到轨道绕转频率与引力波的主频率之间——如第十五节的(15.1)式所示——只差一个对估算来说并不重要的常系数2,可将 f 直接诠释为更具观测意义的引力波主频率;最后,利用开普勒第三定律,可将不具有直接观测意义的 R 替换成 $f^{-2/3}$ 。

将上述步骤代入(5.2)式或(8.1)式,可得:

$$h \sim f^{2/3}. \quad (17.1)$$

这里我们略去了所有常数因子,以及引力波主频率以外的物理量(比如质量、致密双星与我们的距离等),因为那些因子不随时间改变,从而对我们关心的引力波波形只有标度意义上的影响。

另一方面,第十五节的(15.6)式给出了引力波主频率由 f_1 演变到 f_2 所需的时间 τ 与 f_1 、 f_2 之间的关系。对我们所考虑的合并过程的初期来说,可将 f_1 选为我们感兴趣的引力波主频率 f ,将 f_2 选为合并过程接近终了时的某个主频率。在这样的选择下,显然有 $f_1 \ll f_2$, $f_2^{-8/3}$ 相对于 $f_1^{-8/3}$ 可以忽略,而 τ 则基本上等于引力波主频率为 f 的时刻与合并过程终了时刻之间的间隔 t ,由此可将(15.6)式改写为:

$$t \sim f^{-8/3}. \quad (17.2)$$

关于(17.2)式,有一点可附带引申一下:如前所述,在推导(17.2)式时,我们利用开普勒第三定律,将 R

替换成了 $f^{-2/3}$ 。假如不作那样的替换,那么(17.2)式将成为 $t \sim R^4$,它意味着致密双星的寿命正比于轨道半径的4次方——当然,这里假定了辐射引力波是轨道蜕变的唯一原因。

将(17.2)式代入(17.1)式便可得到致密双星合并过程初期的引力波波形为:

$$h \sim t^{-1/4}. \quad (17.3)$$

由(17.3)式可以看到,致密双星合并过程初期的引力波振幅会逐渐增大,离合并时刻越近,振幅就越大,这是完全合理并且符合直觉的。但这一合理性不能过度外推,尤其是不能外推至过分接近合并时刻 $t=0$,因为(17.3)式给出的引力波振幅在接近 $t=0$ 时会趋于无穷,这是针对致密双星合并过程初期的(17.3)式失效的鲜明征兆。

当然, $t=0$ 乃是“死亡终曲”的地盘,本就不该由(17.3)式来描述。不过,即便在“死亡序曲”的地盘内,(17.3)式也有可以改进的地方。

细心的读者也许注意到了,(17.3)式的推导过程以及其所依赖的诸多前文结果中,包含了诸如开普勒第三定律那样本质上属于牛顿引力理论的结果,这作为低阶近似是无可厚非的,却也提示了一个显而易见的改进途径,那就是将这些“低阶”近似提升为“高阶”——即所谓的广义相对论后牛顿近似。这种显而易见的改进当然不是“免费午餐”,它会导致急剧增加的复杂性。

不过这吓不倒物理学家。自1993年开始,物理学家们开始在后牛顿近似下计算致密双星合并过程初期的引力波波形。2001年,理论物理学家达穆尔(Thibault Damour)、天体物理学家塞斯亚普拉卡什(B. S. Sathyaprakash)等人将后牛顿近似推进到了3.5阶,并得到:

$$h \sim (2\nu M/r) A^2 \quad (17.4)$$

其中 M 是致密双星的总质量(即 $M=m_1+m_2$), r 是致密双星与我们的距离, ν 是所谓“对称质量比”(symmetric mass ratio),定义为 $\nu=m_1m_2/M^2$ 。(17.4)式的表观简单性背后的巨大复杂性体现在 A^2 中,它的解析表达式为:

$$A^2 = \frac{\tau^2}{4} \left\{ 1 + \left(\frac{743}{4032} + \frac{11}{48}v \right) \tau^2 - \frac{\pi}{5} \tau^3 + \left(\frac{19583}{254016} + \frac{24401}{193536}v + \frac{31}{288}v^2 \right) \tau^4 + \left(-\frac{11891}{53760} + \frac{109}{1920}v \right) \pi \tau^5 + \left[-\frac{10052469856691}{6008596070400} + \frac{\pi^2}{6} + \frac{107}{420}(\gamma + \ln 2\tau) + \left(\frac{3147553127}{780337152} - \frac{451}{3072}\pi^2 \right) v - \frac{15211}{442368}v^2 + \frac{25565}{331776}v^3 \right] \tau^6 + \left(-\frac{113868647}{433520640} - \frac{31821}{143360}v + \frac{294941}{3870720}v^2 \right) \pi \tau^7 \right\} \quad (17.5)$$

其中 $\tau = (vt/5M)^{-1/8}$, γ 是欧拉常数 ($\gamma = 0.5772156649\dots$)。

上面这个表达式算得上是本系列中最复杂的表达式,给出这个表达式的目的不是要吓唬读者,而是为了秀一下——或者说赞一下——达穆尔、塞斯亚普拉卡什等人的努力。除此之外,上述表达式还有一个小小的作用,那就是可以帮我们补上推导(17.3)式时略去的某些因子。为了证实这一点,我们取(17.5)式的第一项,即 $\tau^2/4$,代入(17.4)式。经过不太复杂的变量代换,可以得到与(17.3)式相一致的结果,而且包含了推导(17.3)式时被略去的质量、致密双星与我们的距离等物理量,具体形式为:

$$h \sim (M^3/r) t^{-1/4}, \quad (17.6)$$

这其中 M 是由第十五节的(15.2)式给出的“啾啾质量”。

当然,(17.6)式乃至更精确的(17.4)、(17.5)两式依然有省略之处,这些省略之处在前面各节中其实已介绍过,这里权且重复一下:首先是光速 c 和万有引力常数 G 都取为了1,其次是数量级为1的常系数被略去了,再者是左侧的 h 作为度规扰动 h_{ij} 的代表,略去了诸如致密双星轨道平面与引力波传播方向之间的角度、引力波的偏振方向之类的细节。除这些针对常数及物理量的省略外,(17.4)、(17.5)、(17.6)诸式作为描述引力波振幅 h 的公式,还省略了引力波相位的周期性变化。如果将引力波相位的周期性变化也包括在内,引力波造成的度规扰动或探测臂长度的相对变化实际上是以 h 为振幅的震荡,且震荡的频率(即引力波的频率)会随致密双星的“旋进”而加快。这种频率的改变在3.5阶的后牛顿近似下具有与(17.5)式相似的复杂性,这里就不列出了,但由此得到的引力波波形的波形大致如图1所示:

图中纵轴为 h , 横轴为 t 。需要注意的是,横轴从

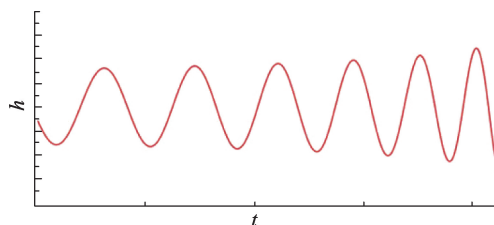


图1 致密双星合并过程初期的引力波波波形

左往右表示离合并时刻越来越接近,从而 t 是减小的。

从图1中可以很直观地看到前文提到的致密双星合并过程初期引力波波形的两个主要特征,即引力波的振幅逐渐增大(体现在单个波形的高度逐渐增大),以及引力波的频率逐渐加快(体现在单个波形的宽度逐渐减小)。

以上就是对致密双星的“死亡序曲”阶段广义相对论预言的简略介绍。关于这一阶段,还有一个特点值得一提,那就是:只要这一阶段足够漫长(这对一般天体体系来说是没有问题的,比如泰勒-赫尔斯双星的这一阶段哪怕从目前算起也还将持续3亿年左右的时间),致密双星的轨道就会在这一阶段因辐射引力波而逐渐变为接近圆轨道。由于圆轨道比椭圆轨道容易处理,因而这一特点在无形中为后续阶段的计算提供了便利。

由后牛顿近似给出的(17.4)、(17.5)两式与最低阶近似下的(17.3)式或(17.6)式相比,适用范围——或者说精度——有了显著提升,但依然只能描述致密双星合并过程的初期——即“死亡序曲”阶段,而无法涵盖合并过程的终了——即“死亡终曲”阶段。在合并过程接近终了时,致密双星作为双星系统已处于“濒死”状态,彼此的间距可以很接近有关星体的黑洞视界半径,运动速度则可以很接近光速,后牛顿近似在这种情形下将会失效。

那么,在这种情形下还有什么手段可用呢? 托计算机技术快速发展之福,可以用所谓的数值相对论(Numerical Relativity)手段,这我们将在下节中加以介绍。

十八、致密双星的“死亡终曲”——真空篇

完成了对致密双星合并过程初期——即“死亡序曲”阶段——引力波波形的介绍,现在我们转入对合并过程末期——即所谓“死亡终曲”阶段——的介绍。

与合并过程初期三类致密双星的细致区别可以忽略不同,在合并过程的末期,三类致密双星的区别变得显著,从而必须分开讨论。本节中,我们首先讨论黑洞双星。

之所以首先讨论黑洞双星,是基于由浅入深的原则,因为在三类致密双星的合并中,中子星双星合并和中子星-黑洞双星合并都牵涉到中子星,而中子星的物态牵涉到广义相对论以外的物理,而且是有很大未知性的物理。这种未知性直接影响到对合并过程末期引力波波形的分析。另一方面,黑洞双星合并虽也是很复杂的过程,却具有独特——甚至优美——的纯粹性。

这纯粹性首先体现在领域上,即黑洞双星合并是一个纯粹的广义相对论问题,不涉及其他物理领域。其次,这纯粹的广义相对论问题还具有物理性质上的纯粹性,从某种意义上讲甚至比牛顿引力理论中的“二体问题”更纯粹。这是因为牛顿引力理论中的“二体问题”带有一个作为数学抽象的必不可少的近似,将所涉及的“二体”近似为两个质点,而广义相对论中的黑洞双星合并乃是一个完全不涉及物质的纯粹的时空演化问题,无需进一步的数学抽象,它的初始状态是包含双黑洞的真空解,终极状态则是克尔黑洞。

由于这种纯粹性,描述黑洞双星合并过程的方程式乃是形式上极为简单的真空中的爱因斯坦场方程。用我们的符号,这一方程为——感兴趣的读者可以试着从(2.9)式出发推导一下:

$$R_{\mu\nu} = 0. \quad (18.1)$$

一个形式上如此简单的数学方程式,可以描述两个——乃至多个——黑洞相互绕转、辐射引力波,乃

至相互合并的过程,这是数学的巨大威力,也是物理学的巨大魅力。当然,读者不可被形式上的简单所误导,(18.1)式是一个非线性方程组,对这种方程组,哪怕具有纯粹性的问题也往往没有严格解,黑洞双星合并的“死亡终曲”就是例子。

推究起来,所谓黑洞双星合并的“死亡终曲”乃是一个笼统提法,其本身还可细分为两个部分:合并之前的最后阶段被称为——物理学家取名字的智慧真是难以恭维——“合并”(merge);合并之后的阶段则称为“ringdown”,译为“拖尾”或“铃荡”——我更喜欢后者,合音译意译于一体。两者之中,“铃荡”阶段只是对克尔度规的扰动,这种扰动因辐射引力波而衰减,使时空由非稳恒态向稳恒态过渡,这种过程可以用后牛顿近似处理。真正困难,从而需要用上节末尾提到的数值相对论手段来计算的只是“合并”阶段。

别小看将“死亡终曲”分为“合并”和“铃荡”这种细分,它不是为了炫耀物理学的条理性,而是有着非常现实的意义。事实上,只有“合并”阶段需要用数值相对论手段来计算是一种细分之下才显现出来的幸运。因为对于像黑洞双星“合并”那样复杂的物理过程,普通物理学家所能获得的硬件资源只能提供一小段时间的数值相对论推演而不带来太大误差。在这种条件下,“合并”之前的“死亡序曲”以及之后的“铃荡”阶段可以用后牛顿近似处理,恰好将数值相对论的处理范围压缩到了硬件资源能够胜任的时间之内。

虽然针对黑洞双星的数值相对论计算哪怕在今天的硬件条件下也是富有挑战性的课题,它的历史却出人意料地悠久,甚至可以追溯到“黑洞”一词被采用之前的1964年。那一年,美国IBM公司的哈恩(Susan Hahn)和艾德菲大学(Adelphi University)的林奎斯特(Richard Lindquist)用一台浮点运算速度仅为每秒10万次、跟今天的手机相比也远远不如的IBM 7090,对包含双黑洞的时空进行了历时几小时的数值相对论计算(当时的机器时间相当昂贵,区区几小时亦所费不菲)。他们的计算没有得

出物理上有价值的结果,但这件事情本身——即在“黑洞”一词被采用之前,就有人利用比今天的手机都远远不如的硬件资源进行过双黑洞时空的数值相对论计算——还是值得一记的。

哈恩和林奎斯特之后的又一次针对黑洞双星的数值相对论计算发生在20世纪70年代,研究的是黑洞双星的正面对撞,研究者名叫斯马(Larry Smarr),是美国物理学家。斯马的数值相对论计算远比哈恩和林奎斯特的成功,在一定程度上可视为数值相对论手段的实质发源。斯马的数值相对论研究也有值得一记之处,那就是对数值相对论等领域的兴趣后来促使他创立了美国超级计算应用中心(National Center for Supercomputing Applications),该中心在他主管期间开发了被很多人称为图像浏览器鼻祖的“马赛克”(Mosaic)浏览器。该浏览器最初的目的是将远程数据图像化,后来深刻地影响了互联网,成为斯马对历史的最大影响——在一定程度上,也可视为数值相对论结出的最意想不到的果实。

对黑洞双星的数值相对论计算真正成为重要课题是在20世纪90年代,主要是拜LIGO所赐——因为黑洞双星合并被确立为了最有可能被LIGO探测到的引力波源之一,从而引起了较广泛的兴趣。

对黑洞双星合并的数值相对论计算——乃至一般的数值相对论计算——本质上是通过数值计算研究时空的动力学演化。不过这话听起来简单得近乎同义反复,细究起来却有些令人困扰,因为所谓动力学演化,乃是给定一组动力学变量在某个初始时刻的空间分布,然后求解其在未来时刻的演化,这跟“研究时空的动力学演化”几乎是语义上冲突的——因为“时空”顾名思义已经包含了时间,既然已经包含了时间,还怎么演化?

为解决这一问题——或者更确切地说是为了澄清广义相对论动力学的含义,物理学家们对时空进行了分解,用符号表示的话,就是分解成 $\Sigma \times R$,其中 Σ 是三维类空超曲面,表示空间,坐标记为 $x(i=1, 2, 3)$; R 是时间,坐标记为 t 。这种分解是1959年由美国物理学家阿诺维特(R. Arnowitt)、戴舍(S. Deser)

和米斯纳(C. W. Misner)提出的,被称为ADM分解(ADM decomposition)。在ADM分解下,时空的动力学演化可以表述为时空度规 g_m 在 Σ 上的诱导度规 h_{ij} 及 Σ 的外曲率 K_{ij} 的动力学演化。

以上是广义相对论动力学的含义,具体到数值计算上来,基本手段则是将时空格点化,将微分方程转变为差分方程(difference equations)。但其中有“三座大山”(三个棘手问题)必须解决。

首先是:ADM分解下的广义相对论动力学是有约束的动力学,因为场方程中有四个方程不含度规的二阶导数,从而不是演化方程,而只是对动力学变量 h_{ij} 和 K_{ij} 的约束条件。这种约束条件在数值计算时会产生一个问题,那就是数值计算无论是计算方法本身的精度还是计算过程所保留的有效数字的位数都是有限的,从而无可避免地存在误差。这种误差带来的一个后果是:在初始时刻得到满足的约束条件在演化过程中会遭到破坏。当然,既然数值计算无可避免地存在误差,约束条件也就只需在误差许可的范围之内得到满足即可。然而不幸的是,对约束条件的某些破坏会以指数方式增长,从而彻底破坏数值计算的有效性。

其次是:数值计算中的坐标选择有很大的讲究,许多坐标会在演化中产生出诸如坐标奇异性那样的“病态”结果,从而也会破坏数值计算的有效性。

最后但并非最不重要的则是:黑洞所带的时空奇点乃是“雷区”,同样会破坏数值计算的有效性,从而必须采取适当手段处置之。

除这“三座大山”外,当然还有来自算法、收敛性、维持时空的渐进平直性等其他方面的要求也是需要兼顾的。所有这些问题和要求合在一起,使得对黑洞双星合并的数值相对论计算不仅是对硬件资源的挑战,在理论上也是一个艰深课题。

不过,经过很多物理学家的长时间努力,上述问题逐一得到了起码是实用层面的解决。

比如针对约束条件的破坏——尤其是那些以指数方式增长的破坏,物理学家们引进了所谓的“约束阻尼”(constraint damping),那是一种以约束

条件本身为基础构筑出来的特殊函数,可以添加到场方程上而不影响动力学。虽然尚无严格而普遍的数学证明,但实际应用显示,“约束阻尼”确实具有“阻尼”作用,能使那些原本会以指数方式增长的破坏被控制在误差许可的范围之内,从而解决约束条件的破坏问题。

至于坐标的选择,如果大家随便猜的话,读者也许会想起我们在第四节中介绍过的调和坐标。这种猜测大体不错。受很多物理学家青睐并且历史悠久的调和坐标确实在很多方面都有特殊的便利。不过对黑洞双星合并的数值相对论计算来说,单纯的调和坐标仍不足以保证不出现“病态”结果——事实上,人们发现单纯的调和坐标在演化过程中会产生所谓的“坐标激波”(coordinate shocks),将有限距离映射为无穷小,从而也是一种“病态”结果。为解决这类问题,1985年,德国数学物理学家弗里德里希(Helmut Friedrich)提出了所谓的“广义调和坐标”(generalized harmonic coordinates),将坐标函数所满足的条件由调和坐标情形下的 $g^{\mu\nu}\nabla_{\mu}\nabla_{\nu}x^{\alpha}=0$ 改为了更普遍的 $g^{\mu\nu}\nabla_{\mu}\nabla_{\nu}x^{\alpha}=H^{\alpha}$,其中 H^{α} 是可以精心选择以排除包括“坐标激波”在内的“病态”结果的函数。

黑洞所带的时空奇点又该如何处置呢?那种奇点由于是物理奇点,坐标选择对之是无能为力的,处置的办法只能是“手术”。其中一种典型的“手术”叫做“切除”(excision)。具体地说,就是将黑洞视界内的一个曲面视为额外的边界面——相当于将该曲面以内的黑洞“纵深”区域以及其所包含的时空奇点从时空流形中切除掉。这种貌似偷懒的手段的有效性仰赖于所谓的“宇宙监督假设”(cosmic censorship hypotheses),它表明奇点必然被视界所包围,视界以外不存在奇点,而且奇点的具体性质不影响视界以外的时空从而可以切除。施行“切除”之后,奇点相当于被额外的边界条件所取代,从而不再是“雷区”。“切除”方法在数值相对论计算中的成功则在很大程度上可视为是对“宇宙监督假设”的有力支持。

利用上述手段,物理学家们展开了对黑洞双星

合并过程末期的数值相对论研究,其中包括了对引力波波形的计算。计算给出的引力波波形如图2所示。将图2与上节给出的合并过程初期的引力波波形图相比较,不难看出前者的左侧与后者的右侧具有完全匹配的变化趋向,从而可以非常顺利地相互衔接。

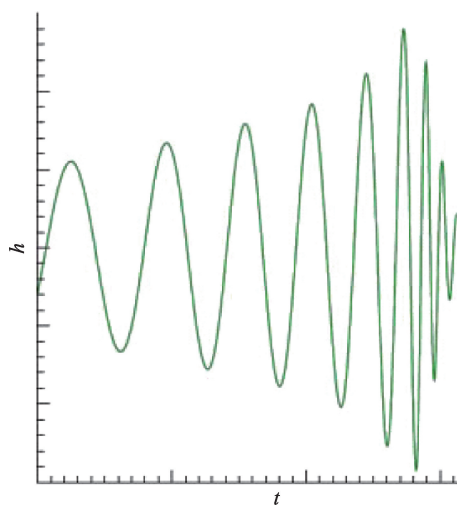


图2 黑洞双星合并末期的引力波波形

在数值相对论计算中,最早得出重要结果的是——一位1973年出生在南非约翰内斯堡的物理学家,名叫普莱托雷斯(Frans Pretorius)。普莱托雷斯本科学的是计算机专业,自硕士阶段开始研究黑洞物理学,博士论文研究的是关于引力坍缩的数值相对论计算,目前则已是普林斯顿大学的物理学教授。为了研究黑洞双星的合并,普莱托雷斯决定不用别人编写的现成程序(反正那些程序也从未成功过),而充分利用自己的计算机专业背景,亲自编写了程序。他的程序经过几个月的运行之后,给出了针对等质量、无自转、初始轨道偏心率不超过0.2的黑洞双星合并过程末期的计算结果。2005年初,普莱托雷斯在一次相对论会议上宣布了计算结果,同年晚些时候,他的题为“双黑洞时空演化”(Evolution of Binary Black Hole Spacetimes)的论文发表在《物理评论快报》上。

普莱托雷斯的研究显示,对于等质量、无自转、初始轨道偏心率很小的黑洞双星的合并,整个合并过程中以引力波形式辐射出去的能量约相当于黑

洞双星总质量的5%，其中漫长的“死亡序曲”阶段约占三成(即辐射出去的能量约相当于黑洞双星总质量的1.5%)，极为短暂的“死亡终曲”阶段——主要是“合并”阶段——约占七成(即辐射出去的能量约相当于黑洞双星总质量的3.5%)。由于黑洞双星有相当庞大的质量，“合并”阶段又历时极短，因而其所对应的辐射功率是极为惊人的，这一特点我们在前文中已屡次提过，在后文讲述到具体例子时还会再谈。普莱托雷斯的研究同时也显示，这种黑洞双星合并过程终了所形成的克尔黑洞的自转角动量约为最大可能值的70%。

继普莱托雷斯的初始研究之后，针对黑洞双星合并的数值相对论计算很快被推向了更复杂的情形，并且也取得了成果。

比如针对两个黑洞质量不相等(但维持无自转和初始轨道偏心率很小这两个条件)的情形，研究显示，合并过程中以引力波形式辐射出去的能量占黑洞双星总质量的比例，以及合并终了所形成的克尔黑洞的自转角动量与最大可能值的比值，都会随质量差异的增加而减小。此外，引力波的具体模式也会有微妙的改变(比如多极展开中的某些高阶项的幅度会增大)，这些特点原则上有助于从引力波波形中反推出两个黑洞的质量之比。另外，这种情形下还有一个重要特点，那就是引力波会携带不为零的总动量，使得合并终了所形成的黑洞会因辐射引力波而受到反冲，反冲速度最高可达每秒175千米(在两个黑洞的质量之比 $m_1:m_2$ 约为0.36时达到)。

又比如对于有自转(但维持等质量和初始轨道偏心率很小这两个条件)的情形，黑洞双星的合并过程会有很大的额外复杂性。其中相对简单的是两个黑洞的自转角动量及轨道角动量全都相互平行的情形，最复杂的则是所有角动量都互不平行的情形——后者的轨道平面本身也会发生进动。具体的研究显示，有自转情形下的合并过程中，以引力波形式辐射出去的能量占黑洞双星总质量的比例，以及合并终了所形成的克尔黑洞的自转角动量与最大可能值的比值，都有很宽的变化范围，且最

大值都比相应的无自转情形更大。此外，有自转情形下合并终了所形成的黑洞也可以有反冲，反冲速度最高甚至可达每秒数千千米。

所有这些情形的研究结果合在一起，构成了一个规模不小的引力波“模型库”，这是理论物理学家们为LIGO准备的厚礼。有了这份厚礼，当LIGO观测到引力波时，只要将观测到的引力波波形与“模型库”里的引力波波形相对比，便可在一定精度和可信度下推算出黑洞双星的参数。

十九、致密双星的“死亡终曲”——物质篇

前面说过，黑洞双星合并乃是一个完全不涉及物质的纯粹的时空演化问题，如果说这样的问题是致密双星“死亡终曲”的“真空篇”，那么致密双星一旦包含了中子星，“真空篇”就必须改为“物质篇”。对这种“物质篇”，物理学家们也做了不少研究。

“物质篇”相对于“真空篇”的一个几乎是定义性的巨大复杂性当然是来自物质——且不是普通物质，而是本身就有很大大未知性的中子星物质。物理学家们对这种物质的物态方程知道得很有限，对这种物质在合并过程末期的形变、撕裂，以及合并产物的抗坍塌能力等知道得就更有限。不仅如此，由于这种物质的存在，致密双星的合并不再是纯粹的广义相对论问题，而是会在合并过程中涉及引力波以外的辐射，比如极强的中微子辐射，以及被称为伽玛射线暴(Gamma Ray Burst)的极强的电磁辐射，其中后一特点是辨识此类致密双星合并的重要途径——即如果在探测到引力波的同时还观测到来自同一方向的伽玛射线暴，参与合并的致密双星就很可能包含中子星。

包含中子星的致密双星有两种类型，我们先谈谈中子星双星。对于中子星双星的合并，如果两个中子星都是类似泰勒-赫尔斯双星里的那种质量为太阳质量1.2~1.8倍的典型中子星，合并产物有几种可能性：对于双星总质量在2.6~2.8倍太阳质量以下的致密双星，合并产物很可能是一个具有极高温

度、极快自转的中子星；对于双星总质量在2.6~2.8倍太阳质量以上的致密双星，合并产物则有可能是黑洞——具体的界限跟物态方程有关。此外，在合并产物是黑洞的情形下，黑洞的形成既有可能是立刻的——即直接坍塌成黑洞，也有可能经历一个延迟坍塌的过程，因为合并产物的高温和高速旋转都是抗拒坍塌的因素，在某些微妙的条件下，这些抗拒坍塌的因素可以阻止黑洞形成，但这种阻止是短暂的，因为旋转会因辐射引力波等因素而减慢、高温也会因中微子辐射、电磁辐射等因素而降低，当这些抗拒坍塌的因素消退到一定程度时，所谓的延迟坍塌就会发生。

除合并产物的“多元化”外，中子星双星合并的另一个不同于黑洞双星合并的地方是：中子星双星合并通常会因激波、巨大的潮汐力等缘故抛出一些富含中子的物质碎片（具体数量与物态方程有关，粗略估计约为太阳质量的零点几倍）。这种物质碎片可以经由诸如快速中子俘获过程（rapid neutron-capture process，简称 r-process）那样的核反应合成重元素，其中包括连恒星内部“反应炉”都无法有效合成的重元素，比如“金子”。

包含中子星的致密双星的另一种类型是中子星-黑洞双星。对于中子星-黑洞双星的合并，合并产物显然是黑洞——在这点上不像中子星双星合并那样“多元”。不过中子星-黑洞双星的合并依然有巨大的复杂性，具体情形视黑洞与中子星的质量比，以及中子星物质的物态方程而定。比如中子星何时会被黑洞的潮汐力所撕裂就既取决于黑洞与中子星的质量比，也取决于中子星物质的物态方程。另外，中子星被撕裂时是位于黑洞的“最内侧稳定圆轨道”（inner most stable circular orbit，简称 ISCO）的外侧还是内侧也有很大区别，前者情形下一部分中子星物质会残留在黑洞周围的“稳定圆轨道”上形成吸积盘，后者情形下则全部中子星物质都会因无

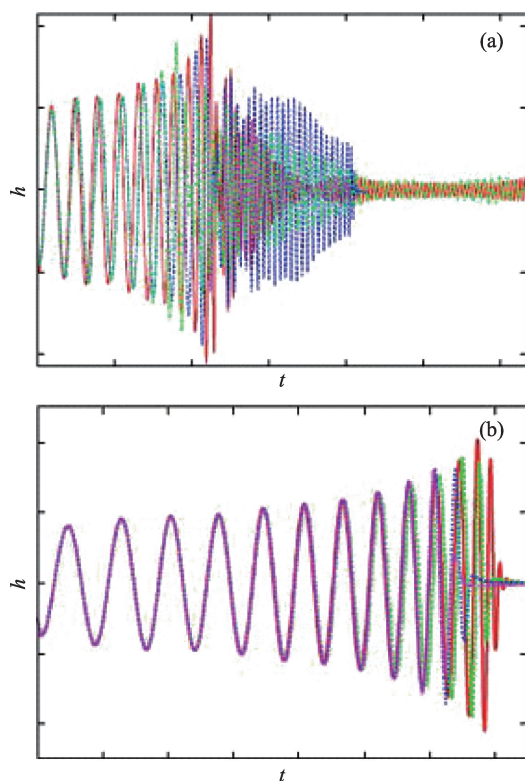


图3 (a) 中子星双星合并末期的引力波波波形；
(b) 中子星-黑洞双星合并末期的引力波波波形

法维持稳定轨道而被黑洞吞噬，基本不留吸积盘。

数值相对论计算给出的包含中子星的两类致密双星合并末期所发射的引力波波波形如图3所示，其中不同颜色的曲线对应于不同的物态方程。由图3可以看到，由于对物态方程缺乏了解，我们对包含中子星的致密双星合并的数值相对论计算具有较大的不确定性，对引力波波波形也只能作出相对粗糙的预言——尤其是针对短暂而重要的“合并”阶段。不过也没什么可沮丧的，因为理论遭遇困难的地方，往往正是观测得以彰显之处，未来引力波天文学的一个迷人课题，就是利用引力波来窥视甚至在一定程度上反推中子星的结构，中子星物质的物态方程，以及作为合并产物的黑洞周围是否有吸积盘之类的细节——就像用光学望远镜探索天体一样。当然，这对引力波探测器的精度要求是很高的。