

场论小史谈 奥斯卡 克莱因 及其矢量规范理论

沈建其

(浙江大学光电学院 310058)

在物理学史中,科学史家对很多著名物理学家已经有诸多研究。本文介绍一位重要的但非特别著名的物理学家——瑞典物理学家奥斯卡·克莱因(Oskar Klein, 1894~1977)。他于1938年在波兰华沙一次物理学研讨会上提出了一个矢量规范理论和电磁力-核力统一场论模型。该工作本可以使得他成为近代物理学巨擘,但因为各种各样的原因,他的理论并没有受到他的同时代人的足够重视。虽然有关他的理论在物理学史和一些专业文献上有所提及,但其真面目却并非广为理论物理学人士所知。本文意在介绍克莱因1938年理论主要特质,并结合目前部分文献对其之分析评价,再作出一些评述,希望对进一步理解克莱因理论起抛砖引玉的作用。

1954年杨振宁(Yang)与米尔斯(Mills)提出SU(2)非阿贝尔(non-Abelian)规范场理论,该理论后来成为描述核力的基本框架。20世纪60年代施温格(J. Schwinger)、格拉肖(S. Glashow)、温伯格(S. Weinberg)、萨拉姆(A. Salam)等在杨-米尔斯规范理论框架下逐渐提出了SU(2)×U(1)弱电统一模型,即将电磁相互作用与弱相互作用统一起来的模型。这些理论和模型已经构成了近代粒子物理和量子场论基本框架和主要内容。其实,早在1938年,这些理论已经在克莱因的论文(包含矢量规范理论和电磁力-核力统一场论)中已经基本建立,譬如他的矢量规范理论与16年后的杨-米尔斯理论在数学上精确一致,他的电磁力-核力统一场论其实是30年后弱电统一模型的雏形。本文将简评克莱因在这方面

的工作。

首先介绍克莱因生平简历:奥斯卡·本杰明·克莱因(Oskar Benjamin Klein),生于1894年9月15日,卒于1977年2月5日,瑞典理论物理学家。他青少年时先在瑞典受教育,在1914年去法国求学遇一战爆发,于是应征入伍。自1917年起,他拜量子力学创立者之一丹麦哥本哈根大学的玻尔(N. Bohr)为导师,在1921年他取得斯德哥尔摩学院的博士学位。1923年他与新婚妻子离开丹麦,在美国密歇根大学接受教职,于1925年返回哥本哈根,与荷兰物理学家艾伦菲斯特(P. Ehrenfest)一起工作了一段时间。克莱因在1926年任职于瑞典隆德大学,1930年任职于斯德哥尔摩学院。1959年,克莱因获得马克斯·普朗克(Max Planck)奖章,1962年退休。除了发表于1938年的矢量规范理论和电磁力-核力统一场论模型,克莱因的重要工作还有很多,这些工作大多已经被写进当前的物理学教科书中,例如克莱因-戈登(Klein-Gordon)方程(1926)、克莱因佯谬(也称为克莱因隧穿效应)、统一引力与电磁力的卡鲁扎-克莱因(Kaluza-Klein)理论(1926)、约旦-克莱因(Jordan-Klein)二次量子化方案(1927)、量子电动力学低能电子-光子散射截面公式即克莱因-仁科公式(Klein-Nishina formula, 1929)等。本文要评述的恰恰是本作者认为属于他的最重要的工作,即他发表于1938年波兰华沙研讨会上的矢量规范理论和电磁力-核力统一模型。后世对他的该项工作在持肯定评价的同时又有所保留,如对于克莱因1938年的场论,一般人都用了“有点像杨-米尔斯规范理

论”、“有点接近,但不是杨-米尔斯规范理论”、“有近似的非阿贝尔规范场非线性项”这样的评价。在物理学史中,他的该工作在规范理论发展历程中是被当作一个陪衬例子而放入的。本文将要阐明克莱因理论的先进之处,证明克莱因的1938年理论其实与16年后的杨-米尔斯理论在数学结构上可以说是精确一致的。

发表克莱因矢量规范理论和电磁力-核力统一场论模型工作的会议是于1938年5月30日至6月3日在波兰华沙一个具有悠久历史的地区Kasimierz召开的,会议主题是物理学新理论。克莱因1938年理论其实是作为一个统一场论提出的,即他将当时的引力、电磁力与核力统一在一个五维的广义相对论中。爱因斯坦(A. Einstein)、外尔(H. Weyl)、卡鲁扎(T. Kaluza)等在1920年前后掀起一股以统一引力与电磁力为目的的统一场论风潮,一直余波未息,克莱因的该工作属于该统一场论风尚的一部分。克莱因该文(17页)按照现在的眼光看,他的论文可以拆分为三个小主题(虽然他在写作时这三个主题是混合在一起的):引力与广义的电磁力(即包括了核力)在五维时空内的统一;SU(2)矢量规范理论;电磁力与核力的统一。需要说明的是,克莱因的矢量规范理论和电磁力-核力统一模型是悬挂在五维时空广义相对论中的,即五维广义相对论

是他的理论的寄主。克莱因论文的题目是《关于带电电场的理论》。从这个题目可以看出,五维寄主虽然是他的理论的落脚点,但并非是他的理论的核心,他要研究的是一种广义的“电磁场”,该广义“电磁场”本身也是带电的,有自相互作用。按照今天的眼光看,这正是后来的杨-米尔斯非阿贝尔规范理论的特点,其中的矢量规范场具有非线性的自相互作用。因此,在本文内我们不评价该广义相对论寄主(该寄主其实可以弃掉),我们仅仅讨论其矢量规范理论和电磁力-核力统一模型。值得一提的是,在克莱因时代,强力与弱力是不做明显区分的。那时强力与弱力,笼统称为核力。现在核力属于强相互作用(即属于强力在核子层次上的相互作用),而克莱因文内所谓的核力,在现在看来,其实是弱相互作用(既包括中子衰变为质子与轻子的相互作用,也包括与核子无关的电子-中微子相互作用)。为顾及历史习惯,本文仍称克莱因所描述的后来被称呼为“弱衰变力”的相互作用为核力,但读者需要注意“核力”术语在后来含义上的转变,不要将它与今天的术语内涵混同起来。

在介绍克莱因的矢量规范理论之前,我们有必要先来简述一下发表于1954年的杨-米尔斯规范理论基本结构,以便与1938年克莱因的理论作比较。杨-米尔斯规范理论建立时,最大的难点在于其非



青年、中年与老年奥斯卡·克莱因肖像

克莱因肖像取自J. O' Connor与E. Robertson等编撰的由英国圣安德鲁大学出版的数学史人物档案(http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Klein_Oskar.html)以及1977年6月美国《今日物理》译文[S. Deser, Oskar Klein, *Phys. Today*. 30(6), 67-68 (1977)]

阿贝尔规范场强的构造。根据目前文献内的符号与惯例,杨-米尔斯规范场强表达式是 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$ 。这里使用了自然单位制($\hbar=c=1$),其中矢量规范势定义为 $A_\mu = A_\mu^i \tau^i$ (采用了爱因斯坦求和规则,即要求相同指标求和), $\tau^i = \sigma^i/2$ 是 SU(2) 群生成元(σ^i 是三个泡利矩阵, $i=1,2,3$),它们满足对易关系 $[\tau^i, \tau^j] = i\epsilon^{ijk} \tau^k$,其中 ϵ^{ijk} 是 SU(2) 群全反对称群结构常数($\epsilon^{123} = \epsilon^{231} = \epsilon^{312} = +1$ 、 $\epsilon^{213} = \epsilon^{321} = \epsilon^{132} = -1$)。由此,我们可以得到杨-米尔斯规范场强三个表达式(此为杨-米尔斯理论中最重要的构件):

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^1 &= \partial_\mu A_\nu^1 - \partial_\nu A_\mu^1 + g(A_\mu^2 A_\nu^3 - A_\mu^3 A_\nu^2), \\ F_{\mu\nu}^2 &= \partial_\mu A_\nu^2 - \partial_\nu A_\mu^2 + g(A_\mu^3 A_\nu^1 - A_\mu^1 A_\nu^3), \\ F_{\mu\nu}^3 &= \partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3 + g(A_\mu^1 A_\nu^2 - A_\mu^2 A_\nu^1). \end{aligned}$$

杨-米尔斯的作用量密度(拉格朗日密度)是 $\ell_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^1 F^{1\mu\nu} + F_{\mu\nu}^2 F^{2\mu\nu} + F_{\mu\nu}^3 F^{3\mu\nu})$ 。为了体现杨-米尔斯规范场强的物理含义,我们对上面的场强进行线性组合,可以定义非对角规范场 $W_\nu^\pm = (A_\nu^1 \pm iA_\nu^2)/\sqrt{2}$ 与 $W_{\mu\nu}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(F_{\mu\nu}^1 \pm iF_{\mu\nu}^2)$,于是新构造出来的非阿贝尔规范场强是

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(F_{\mu\nu}^1 + iF_{\mu\nu}^2) = (\partial_\mu + igA_\mu^3)W_\nu^+ - (\partial_\nu + igA_\nu^3)W_\mu^+, \\ W_{\mu\nu}^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(F_{\mu\nu}^1 - iF_{\mu\nu}^2) = (\partial_\mu - igA_\mu^3)W_\nu^- - (\partial_\nu - igA_\nu^3)W_\mu^-. \end{aligned}$$

在现在的格拉肖-温伯格-萨拉姆 SU(2)×U(1) 弱电统一模型中,该两种规范场是分别带正电和负电的,故克莱因 1938 年论文《关于带电场的理论》题目说的就是指这类场。我们还可以证明杨-米尔斯理论第三个(对角)规范场强 $F_{\mu\nu}^3$ 内的双线性项 $A_\mu^1 A_\nu^2 - A_\mu^2 A_\nu^1$ 可以化为 $A_\mu^1 A_\nu^2 - A_\mu^2 A_\nu^1 = i(W_\mu^+ W_\nu^- - W_\mu^- W_\nu^+)$ 。这样,第三个非阿贝尔规范场强 $F_{\mu\nu}^3$ 最终可以化为

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^3 &= \partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3 + ig(W_\mu^+ W_\nu^- - W_\mu^- W_\nu^+) \\ &= \partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3 + ig[W_\mu^- (-W_\nu^+) - W_\nu^- (-W_\mu^+)]. \end{aligned}$$

下面我们来介绍克莱因理论。首先需要说明,克莱因(在 1938 年)并没有像后来杨与米尔斯(在 1954 年)那样主动意识到及利用了 SU(2) 规范不变

性去构造这样的矢量规范理论,他只是推广了 U(1) 电磁规范场,提出了带电的规范场。由于克莱因使用了协变导数以及同位旋二重态,这些使得他不知不觉地被引导到 SU(2) 非阿贝尔规范理论道路上去,虽然他并没有提及 SU(2) 群。他当时的意图是把电荷推广到弱同位旋二重态(即由电子与中微子构成该二重态),他同时还想把电磁力与当时的核力(即弱相互作用)在一个框架下描述(即统一在一起)。下面我们简述克莱因该规范理论中的矢量场的作用量密度 ℓ_{gauge} 与规范场强 $B_{\mu\nu}$ 、 $\bar{B}_{\mu\nu}$ 、 A_μ 表达式,再与上面的杨-米尔斯矢量场理论作比较,看看它们在数学上到底是否精确等价。

克莱因 1938 年的矢量规范理论可以表述如下:

$$\begin{aligned} \ell_{\text{gauge}} &= -\frac{1}{4}(A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} + B_{\mu\nu} \bar{B}^{\mu\nu}), \\ B_{\mu\nu} &= \left(\partial_\mu - \frac{ie}{\hbar c} A_\mu\right) B_\nu - \left(\partial_\nu - \frac{ie}{\hbar c} A_\nu\right) B_\mu, \\ \bar{B}_{\mu\nu} &= \left(\partial_\mu + \frac{ie}{\hbar c} A_\mu\right) \bar{B}_\nu - \left(\partial_\nu + \frac{ie}{\hbar c} A_\nu\right) \bar{B}_\mu, \\ A_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + \frac{ie}{\hbar c}(B_\mu \bar{B}_\nu - B_\nu \bar{B}_\mu). \end{aligned}$$

在上面的公式中, A_μ 、 B_μ 和 \bar{B}_μ 是克莱因引入的 SU(2) 规范对称性所需要的三种矢量场。按照今天的经验看,一般二重态(例如自旋在磁场内的进动、原子二能级布居数在光场作用下的拉比振荡)都会自动具有 SU(2) 群性质,所以这也将使得克莱因的理论天然就是一个 SU(2) 规范场理论(尽管克莱因在当时并没有意识到这 SU(2) 规范群特点)。克莱因把 A_μ 解释为电磁势,耦合系数 e 是电荷; B_μ 和 \bar{B}_μ 的引入乃是为了解释弱力(电子与中微子之间的相互作用)。

我们下面来说明克莱因以上矢量规范理论其实与杨-米尔斯规范理论是精确一致的,即杨-米尔斯理论内的规范势 W_μ^+ 对应克莱因的 $-\bar{B}_\mu$ 、杨-米尔斯的 W_μ^- 对应克莱因的 B_μ 、杨-米尔斯的 A_ν^3 对应克莱因的 A_ν ; 杨-米尔斯的规范场强 $W_{\mu\nu}^+$ 对应克莱因的 $-\bar{B}_{\mu\nu}$, $W_{\mu\nu}^-$ 对应克莱因的 $B_{\mu\nu}$, 且杨-米尔斯的第三分量 $F_{\mu\nu}^3$ 对应克莱因的 $A_{\mu\nu}$; 杨-米尔斯的耦合系

数 g 对应于克莱因的耦合系数 $e/(\hbar c)$;在杨-米尔斯理论中, $W_{\mu\nu}^+$ 与 $W_{\mu\nu}^-$ 互为复数共轭 ($W_{\mu\nu}^- = (W_{\mu\nu}^+)^*$); 在克莱因的理论中, 这个关系就是 $\bar{B}_{\mu\nu} = -(B_{\mu\nu})^*$ 。于是上面克莱因矢量规范理论与杨-米尔斯非阿贝尔规范理论在数学结构上是精确相等的。

但不幸的是, 无论在学术还是在学史上, 克莱因该理论上述特质并没有被时人完全认识, 至今仍旧有很多物理学家并没有完全意识到以上两个理论在非阿贝尔规范场强(属于后来的杨-米尔斯规范理论核心配件)上的精确一致性, 他们在学术意义上叙述非阿贝尔规范理论时, 根本不提更早的克莱因理论; 在叙述规范理论历史时, 只是把克莱因1938年理论当作是1954年杨-米尔斯理论出现之前的一个“失败了”的前奏, 或者当作是一个注脚提及一下。我们认为这对克莱因并不十分公正。例如, 在一篇关于1938年波兰会议的综述文中, 虽然格罗斯(O. J. Gross)高度评价了克莱因的工作(尤其是对其电磁力-核力统一模型), 认为“由五十多年后我们的观点看来, 非常引人注目的是, 他做出的假设是多么的合理, 以及似乎也很令人惊讶的是, 他当时是多么地接近真理”, 但格罗斯同时也多次提及, 克莱因的SU(2)矢量规范理论并非真的完全是一个杨-米尔斯理论, 例如他认为克莱因的场强 $A_{\mu\nu}$ 中的 $B_\mu \bar{B}_\nu - B_\nu \bar{B}_\mu$ 这一新特点“非常像杨-米尔斯理论, 但实际上它不是”; “实际上克莱因几乎构造了一个SU(2)规范理论, 但并不完全”; “他几乎发明了SU(2)规范理论但是并不完全。但他已经非常接近了”。本作者已经在上面证实, 这样的评价其实并不完全反映克莱因矢量规范理论核心特质。克莱因的上述理论形式(主要为规范场强)与杨-米尔斯理论是精确等价的, 而非一般文献所说的“仅仅很像, 但实际不是”。

值得一提的是, 泡利(W. Pauli)在1953年也提出了类似理论, 他的理论也是基于高维广义相对论这个寄主。按照现在的眼光看, 克莱因和泡利的理论其实都属于非阿贝尔卡鲁扎-克莱因(Kaluza-Klein)理论, 只不过克莱因用的是五维时空, 泡利用

的是六维时空。但其实他们的“高维广义相对论”寄主是可以被剔除的, 剔除之后就是SU(2)规范理论了。泡利由于对规范粒子零质量问题有过犹豫, 最终选择了不发表, 只是写给了派斯(A. Pais)一封信, 讲述了他的名为《介子-核子相互作用与微分几何》的理论。

文献①作者回顾规范理论历史, 在论述到克莱因1938年理论时倒是承认了克莱因将U(1)规范对称性理论推广到SU(2)规范对称性理论, 但是他们在论述泡利1953年的该类理论时, 又作了晦涩评价, 看起来又对克莱因的理论有含糊的否定潜意。例如, 该文作者说: “通过研究高维空间曲率, 泡利第一次自动发现了非阿贝尔规范场强的正确表达式”, 在进一步论述泡利理论之后, 他们又说: “这正是后来又由杨与米尔斯引入的场强。据我们所知, 除了克莱因1938年论文, 它在(泡利)这里是首次出现”^①。由此可以看出, 文献①作者先是强调了在规范理论历史上, 是泡利第一个获得了正确的非阿贝尔规范场强表达式(相当于否定了克莱因的规范场强的正确性); 后面这句话“除了克莱因1938年论文, 它在(泡利)这里是首次出现”又说得含混晦涩, 似乎又肯定了克莱因(1938)是得到正确规范场强的第一人, 但同时又说泡利(1953)也是第一人。因此, 我们认为文献①作者对克莱因理论的评价也并不完全反映克莱因矢量规范理论的核心特质, 他们并没有很明确地意识到克莱因其实比泡利更早获得了正确的非阿贝尔规范场强的表达式。他们也许也像其他文献作者一样, 认为克莱因的场强只是在表观上有点近似像非阿贝尔规范场强(在场论历史上这么像的非阿贝尔规范场强是第一次), 但又认为其实在数学上并不精确, 故而他们才说了这句模棱两可的评语。其他科学史作者也类似提到: “克莱因在1938年华沙一次物理学会议上提出一个场论, 因为这个场论包含一个非线性项, 有一些近似非阿贝尔规范理论的非线性项, ……”。但是, 我们在上面已经证明, 克莱因理论并非是包含“近似的”非阿贝尔规范理论的非线性项, 而是恰恰包含了精确的

该非线性项。

我们也需要指出的是,虽然克莱因场强是标准的SU(2)非阿贝尔规范场强,但克莱因的规范场作用量密度 ℓ_{gauge} 内有一个-2系数错误(顺便提及,格罗斯也提及克莱因的作用量中的因子2错误,它应与本文所提的属于同一性质问题)。这里进一步说明一下:对照一下杨-米尔斯的作用量密度,克莱因的该作用量密度括号内的项 $A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} + B_{\mu\nu}\bar{B}^{\mu\nu}$ 其实应当改为 $A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} - 2B_{\mu\nu}\bar{B}^{\mu\nu}$ 才对。由于关系式 $\bar{B}_{\mu\nu} = -(B_{\mu\nu})^*$ 内有一个负号,克莱因有可能没有顾及到这个负号,故而导致漏掉了作用量密度 $B_{\mu\nu}\bar{B}^{\mu\nu}$ 前的负号。另外, $B_{\mu\nu}\bar{B}^{\mu\nu}$ 前也缺少因子2,这个失误有点令人不解。研习过量子理论(如高等量子力学或量子场论)的人都知道复数场的作用量密度中的系数应当是实数场作用量密度系数的两倍,如在他的克莱因-戈登标量场的动能密度项中,对复数场,动能项是 $\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi^*$;如果是实数场,那么动能项是 $\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi/2$,即系数就有该两倍关系。因为 $B_{\mu\nu}$ 与 $\bar{B}_{\mu\nu}$ 也是复场,我们认为,克莱因作为经验老手,本不应该漏掉 $B_{\mu\nu}\bar{B}^{\mu\nu}$ 前的系数2。如果按照克莱因的作用量密度 ℓ_{gauge} ,那么 $B_{\mu\nu}$ 与 $\bar{B}_{\mu\nu}$ 的能量密度将是负数,克莱因或其他人可以立即明白这个系数有问题。作为一篇论文,这个系数-2问题是一个失误,但是作为一个理论体系,它不是原则性的瑕疵,因为克莱因本人或他人可以立即发现并纠正之。

上面介绍了克莱因理论的要义,那么克莱因是如何得到他这一正确的矢量规范场强 $F_{\mu\nu}$ 的呢?杨与米尔斯在1954年是利用规范对称性来获得这一矢量规范场强的。这个方法当然正确,但也让这个问题变得很难,例如这曾经让杨振宁经历了六七年(1947~1954)才推导得到了正确的“非阿贝尔规范场强”这一核心配件。我们钻研克莱因论文,发现他竟然是很轻易地就化解了这一难题。用现代语言表述,克莱因用了定义 $F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$ 作为一种推广的“电磁场”,其中“协变导数”定义为 $\nabla_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ 和 $\nabla_\nu = \partial_\nu - igA_\nu$,这些也即他论文中的

一些公式(即(9)、(15)、(27)式)。不过,由于第五维以及来自他的电荷矩阵的“干扰”,他在写出以上这些结果时,也伴随着诸多波折、看似不规范以及否定之否定的地方,譬如他的电荷矩阵就放错了位置(按照现在的规范理论角度来看)。上面只是本作者弃其枝蔓,而得到的简化论述。无论如何,将“协变导数”代入克莱因场强 $F_{\mu\nu}$,他得到的结果确实是现在的标准的非阿贝尔规范场强 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$ 。应该说,按照规范对称性要求,我们一般不敢使用 $\nabla_\mu A_\nu$ 这样的形式,因为协变导数 $\partial_\mu - igA_\mu$ 只会作用于规范群的基础表示如物质场 ψ 上,即有 $D_\mu\psi = (\partial_\mu - igA_\mu)\psi$,因此作用在规范势上的“协变导数” $\nabla_\mu A_\nu$ 和 $\nabla_\nu A_\mu$ 可能并无物理意义,但是它们之差却是有物理意义的规范场强 $F_{\mu\nu}$ (当然,这是我们“事后诸葛亮”式的评语)。那么,当时克莱因的规范场强 $F_{\mu\nu}$ 是否仅是侥幸蒙对的呢?我们通过钻研他的论文,认为克莱因的这种写法($F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$)在他的五维时空场论中确有逻辑上的理由(在一定的条件下)。我们在前面已经强调过,虽然按照后来的杨-米尔斯理论看来,克莱因的五维时空是一个不必要的寄主,但是在当年克莱因没有特意强调和刻意应用SU(2)规范对称性,因此他为建立“带电的规范场理论”时,条件相当匮乏,不过此时他的五维理论(本是不必要的寄主)恰好帮他弥补了条件的不足。与1919~1926年的卡鲁扎-克莱因理论类似,克莱因的非阿贝尔规范场强 $F_{\mu\nu}$ 也产生自黎曼几何中的列维-齐维塔(Levi-Civita)联络。他论证了这样一个事实:当他的五维时空紧致为四维时空时,因受第五维的影响,普通四维时空内的列维-齐维塔联络内的普通导数算符 ∂_μ 都会带上额外的一项 $-igA_\mu$,变为了“协变导数” $\nabla_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ 。由于以上每一步都是合法的推理(在一定的条件下),因此克莱因对矢量规范场强的定义 $F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$ 并非偶然蒙对,而是一个推理的结果。虽然从现在主流物理学角度讲,对克莱因的这种思路(由第五维来衍生出非阿贝尔规范场)已

经弃用,但不得不肯定,其在数学上包含的某些合理要素(这些要素往往与具体物理客体无关)却是让他在这个问题(轻松获得非阿贝尔规范场场强)上获得成功的原因。从物理学史角度来看,克莱因的做法,其实也是一条正常的必由路子。我们都知道,每一个重要的基础物理学理论,往往都有新旧两种提出过程,一般旧版本总是带有思辩性的猜测和逻辑上不甚完备的地方,甚至不少正确的重要理论还是从错误的问题中产生的,这是符合历史现实性的,而新版本借助某些新的基本原理和对称性理念,往往就能干净利索漂亮地将旧理论推理出来。克莱因1938年理论就属于这样的老版本理论,而杨-米尔斯1954年规范理论就属于新版本理论。一般老版本的提出者地位很高,如从牛顿力学(经典力学老版本)到新版本即分析力学(拉格朗日力学和哈密顿力学),从安培-法拉第-麦克斯韦电动力学(老版本)到后来的用张量表述的紧凑的电动力学和电磁规范理论(新版本),旧版本的提出者地位不可撼动。但在规范理论中,克莱因理论由于没有被同时代人重视,它只以配角的身份作为规范理论前奏史中的一部分出现在某些专门化的物理学史中,在当时20世纪50~70年代主流学术中并没有获得本该有的承认。

克莱因1938年理论还包含电磁力-核力统一理论。今天我们根据格拉肖-温伯格-萨拉姆 $SU(2)\times U(1)$ 弱电统一模型知道,克莱因的电磁力-核力统一理论还缺少一个配件即 $U(1)$ 规范场,因为需要由 $U(1)$ 规范场与克莱因的 A_μ 一起线性组合(即温伯格混合)才得到电磁规范场。不过,克莱因在波兰会议报告结束后的提问环节中,他说准备添加一个 $U(1)$ 规范场以便解释某些相关现象。所以,克莱因的电磁力-核力统一模型其实已经具备了30年后弱电统一理论的必要配件。按照格罗斯的观点,是克莱因首先在该理论中把电子和中微子看作一个二重态,而克莱因也确实将 $SU(2)$ 用在了中微子-电子弱同位旋二重态上。这些要素在1960年代初被薛文格和格拉肖重新再“发现”。如格拉肖将电子和中

微子看作是同一种轻子的两种状态(弱同位旋二重态);格拉肖还将 $SU(2)$ 和 $U(1)$ 这两个规范场直乘起来,形成了一个更大的规范群 $SU(2)\times U(1)$ 的规范场。按照现在主流的看法,格拉肖是第一个提出电磁相互作用与弱相互作用基本统一结构的人。但是,实际上格拉肖的这些发现,克莱因在1938年工作中都已经提出了。在这方面,仅有极少数文献如格罗斯的文章才对克莱因的电磁力-核力统一模型有肯定的评价,认为克莱因“当时是多么地接近真理”。

对于规范场粒子质量问题,这是当时一个难以克服的问题。规范对称性需要让规范粒子的质量必须精确为零(在泡利和克莱因的高维空间理论中,也要求规范粒子的质量必须为零),但是实际上核力都是短程力,这要求规范粒子质量比较大。这是理论原理与实践之间的一个矛盾。克莱因在他的1938年工作中曾提出可能存在某种自能让规范粒子带上质量。不过克莱因只是模糊提及,没能提出细节机制。这个问题直到1964年才被恩格勒(F. Englert)、布鲁特(R. Brout)与希格斯(P. Higgs)等人解决,他们通过自相互作用希格斯场的低能凝聚,让规范粒子带上质量(相当于用自能产生了规范粒子质量),这被称为希格斯机制。在1967和1968年,温伯格和萨拉姆将希格斯机制用到了格拉肖模型中去,于是最终建立了弱电统一模型。克莱因在1938年在猜测了自能方案后,旋即认为也可以允许在作用量密度中直接用手添加规范粒子质量项。这违反规范对称原理,克莱因“站错了队”,这成为后人所认为的“克莱因没有发现 $SU(2)$ 规范对称”的证据之一,这也是世人没有进一步愿意重视克莱因矢量规范理论的原因之一。我们认为世人这个认定是属于有点过于强加给克莱因的要求,因为克莱因1938年的理论目的并非是发现与利用规范对称性,他的目的是建立引力-电磁力-核力的统一场论。虽然克莱因没有关注、强调、意识到这个非阿贝尔规范对称结构及其重要性(如格罗斯认为克莱因并没有试图提出也没有讨论这种扩展的 $SU(2)$ 规

范对称性及其思想),但我们认为,克莱因是可以自动去满足规范对称性要求的,只要有协变导数、同位旋二重态、且要求满足同位旋几率守恒,也即相当于要求满足么正变换不变性,克莱因就能自动被引导到建立具有SU(2)规范对称性的理论的道路上,也即后来的泡利和杨-米尔斯规范理论。事实上,1938年克莱因在他的理论中也确实做到了。

格拉肖-温伯格-萨拉姆SU(2)×U(1)弱电统一模型获得了1979年诺贝尔物理学奖。如果说格拉肖主要是因为“最早”发现了弱电统一结构SU(2)×U(1)的人,那么因克莱因发现这一点其实比他更早,克莱因也应该获奖(当然,在1977年克莱因已经去世了)。但在格拉肖-温伯格-萨拉姆弱电统一模型名称前添加克莱因,可以说也是应该的。但实际的现状却是有点悲屈,在该工作中,克莱因在过去几十年没有得到该有的承认,且世人还认为他的矢量规范理论并非是一个很正确的非阿贝尔规范理论(如世人认为他的理论只是“有点像”后来的杨-米尔斯理论,“但其实不是”),于是连同在这基础之上克莱因建立的弱电统一模型雏形也不被世人当作一回事(据本作者所了解,仅有极稍许文献如上面的格罗斯述评中才肯定了他的电磁力-核力统一模型的先进性)。如果说前者(克莱因的矢量规范理论)还被当作一个试探性的失败了的“配角”放在规范理论历史前传中提及一下,那么后者(克莱因的电磁力-核力统一模型)基本上没有在物理学史(如粒子物理学史)中被提及一下。

那么克莱因1938年理论为何未被他的同时代人重视呢?原因是多方面的。首先,他将他的1938年理论发表在会议论文集中,用的是法语,该论文集于1939年在巴黎出版。在1986年,当克莱因早已去世、非阿贝尔规范理论和粒子物理标准模型尘埃落定时,作为历史文献,克莱因该论文被翻译为英文再版,但后人仍旧只当作它是规范理论和标准模型高潮之前一个有意思的但“并不完全正确的”的前奏,我们认为这仍然留下了遗珠之憾;在1955年克莱因应邀参加伯尔尼研讨会,他回顾了他的这一工作。伯尔尼研讨会论文集发表在期刊

Helvetica Physica Acta 上(O. Klein, *Helv. Phys. Acta*, Suppl 4, 58, 1956)。正如我们现在所知,无论是1938年波兰会议论文集以及在1956年*Helvetica Physica Acta*上的回顾,都没有得到多少反响。其次,克莱因过早地提出了他的矢量规范理论和电磁力-核力统一模型,时人来不及消化。等时人消化或者也提出了类似理论,他们已经发表到后来新生的主流物理期刊中去了,而克莱因的早期工作也就这样被埋在历史的烟云之中了。再次,克莱因建立他的理论的过程采用了统一场论思想,如把引力与规范理论统一在一起,或者将规范场从高维空间中衍生出来。由于由爱因斯坦创导的“统一场论”思想在之后已经被当作是失败了的“老人的游戏”,已经不合后人的口味,克莱因理论正确部分也就天然被后人轻视或误会。最后,克莱因的1938年理论中也确实存在其他的一些瑕疵或错误,如他的理论身兼二职,既是一个非阿贝尔矢量规范理论,又是一个电磁力-核力统一模型,为了解释同位旋二重态中为何电子带电荷、中微子不带电荷,他在耦合系数中,引入了一个“电荷矩阵”,这让他的理论在读者面前显得“方寸大乱”,多有不协调之处,甚至看起来有的相互作用项似乎还破坏了规范对称性,因为这个“电荷矩阵”问题其实无法单靠一个SU(2)规范理论能解决的。在20多年后的格拉肖-温伯格-萨拉姆SU(2)×U(1)弱电统一模型中,该问题是通过SU(2)与U(1)群的“温伯格混合”才解决的,它可以将“电荷矩阵”合理地推导出来,而非用手放入。虽然克莱因在他的1938年报告结束时也提及将在他的理论中再引入一个U(1)规范场,这样他的“电荷矩阵”问题不会再不自然,不过从他的叙述看出,他这样的理论其实是U(2)统一模型(因为只有一个耦合系数),不是后来的SU(2)×U(1)统一模型(有两个耦合系数;SU(2)与U(1)群都是U(2)的子群)。总之,由于当时缺少更多的实验数据,克莱因的电磁力-核力统一模型虽然在大方向上是正确的,甚至一些细节也对,但是仍然是有瑕疵的。不过,这在克莱因那个时代,他是避免不了这些问题的。我们当然不能要求克莱因在一篇论文中将非

阿贝尔规范理论和弱电统一模型全部建立起来。实际上,这些后来的理论也是在20年后由很多人在很多论文中逐渐建立起来的,并且还参考了来自后来实验上的结果作为线索。

总而言之,克莱因的1938年工作 with 后来杨-米尔斯理论具有完全不同的出发点:克莱因用到了五维统一理论,他受电荷矩阵的干扰,将电荷矩阵放错了位置,他也没有像杨振宁与米尔斯1954年那样主动意识到非阿贝尔规范对称性。克莱因该文确实不是以规范对称性目的来建立他的矢量场论,他的目的是统一当时已经发现的全部基本相互作用(基于高维广义相对论,将引力、电磁力与核力统一在一起),这在后来20世纪50~70年代,都被认为是“走错了方向”的路子。也就是说,克莱因的“五维广义相对论”壳子是不必要的,但是他在该理论中,确实(非主动地)建立了SU(2)非阿贝尔规范理论,甚至也已经完成了后来的弱电统一模型的雏形架构。这些本可以使得他成为近代物理学巨擘,甚至可以说,他可成为该系列部分重要工作完成者杨振宁-米尔斯、施温格、格拉肖等多人(在该类工作中)的合体。不过,十分遗憾的是,因为以上逐条原因,在规范理论和粒子物理学建立过程最酣时20世纪50~70年代,他的理论并没有引起当时人足够的重视。

克莱因所研究的“核力”,属于现在的弱衰变力。在1938年克莱因发表他的论文时,弱相互作用研究还处于起步阶段,物理学家对弱相互作用的本质知之甚少,弱相互作用还有很多结构如宇称不守恒、费米子手征性、对称破缺、夸克混合等有待实验揭示。克莱因虽有超前眼光与意识,但仍然受他所在时代的历史限制,他对弱相互作用模型基本雏形的揭示,也受其非主动意识的驱使,他并不完全知晓他所研究的属于是弱衰变力(不像后来格拉肖、温伯格等人深受实验结果影响从而主动地建立弱衰变力和弱电统一模型),因此我们也不能完全以今天对物理学的认识去解读当时其文章内容。当然,我们也不能以今天对物理学的认知水平去要求80年前的克莱因。他有其局限性,但他大胆拓展了汤川(Yukawa)介子理论,提出了一个电磁学和核力

的统一模型,这一工作的确预示了后来非阿贝尔规范理论的发展。今天的粒子物理标准模型(量子色动力学和弱电统一模型理论)取得极大的成功也表明非阿贝尔规范理论是我们现在的粒子物理学理论基础。虽然克莱因确实发现了后来的杨-米尔斯非线性规范场方程,但从第一性原理角度讲,他建立理论的方法是基于20世纪20~30年代“五维广义相对论”这一已被淘汰了的“统一场论”线索,他虽也用到了规范场的一些构件(如协变导数、同位旋二重态、正确的规范场强等),但是毕竟缺少目前所认为的物理学原理意义上的价值。这些缺失后来由杨振宁与米尔斯完成,他们在1954年的论文的关键贡献是将规范变换对称性上升到基本原理的高度,系统建立了非阿贝尔规范理论,夯实了该理论的基础。

本文主要就克莱因1938年理论的矢量规范场主要特征(如规范场强、同位旋二重态、协变导数等)及他的“弱电统一”模型雏形进行叙述,并对目前文献内对克莱因理论的有关评价作了一些解析说明,希望有助于理解克莱因理论在当时的先进性、创新性以及瑕疵和不足,以便给后人以启发借鉴。读书罢,掩卷忖量,克莱因理论的这一段历史,可供后人不断回味、反思,以及汲取必要的经验教训。

① L. O' Raifeartaigh and N. Straumann, Early history of gauge theories and Kaluza-Klein theories, with a glance at recent developments, arxiv.org/hep-ph/9810524 (1999).

