

时空的乐章——引力波

百年漫谈(五)

卢昌海

八、引力波探测的基本思路

除爱因斯坦的去世及对狭义相对论问世 50 周年和广义相对论问世 40 周年的研讨外,物理学家们对广义相对论的重新关注还有另外两个重要原因:一个是理论上的,另一个是经费上的。前者是因为融合了狭义相对论与量子力学的量子电动力学在 20 世纪 40 年代的成功,使一些物理学家以为很快要轮到广义相对论了,因而萌生了“抢滩”的兴趣;后者则是因为以原子弹为代表的物理学在第二次世界大战中的重大应用吸引了美国军方的持续兴趣,考虑到像核物理那样新兴而高深的物理分支都能产生出像原子弹那样的重大应用,美国军方一度对物理学的军事应用采取了“宁信其有,不信其无”的态度,其中成天跟引力相抗衡的美国空军为广义相对论研究提供了经费。

这两条原因事后看来都未产生出靠谱的结果——起码未在预期的时间内、在预期的程度上产生出靠谱的结果,比如像融合狭义相对论与量子力学那样融合广义相对论与量子力学是一个迄今仍未实现的目标;而广义相对论本身虽在诸如 GPS (全球定位系统) 那样的应用中起到了作用,甚至因此而军事有所贡献,但那种贡献并不具有美国空军所幻想的尺度^①。

不过尽管有负预期,这两条原因综合而言对广义相对论的复苏是不无助益的。读过美国物理学家费曼 (R. Feynman) 的自传《别闹了,费曼先生》(Surely You're Joking, Mr. Feynman!) 的读者也许对一则有趣的故事留有印象:费曼去北卡罗来纳大学参加一个广义相对论会议,却不幸迟到了一天(因

此既不会有人接机,也没有同伴可问),更糟糕的是,出租车司机告诉费曼“北卡罗来纳大学”在当地有两个校区,而费曼不知道自己该去哪个。眼看就要坏菜,好在费曼是个超级聪明的家伙,灵机一动告诉司机,他的目的地跟前一天的某批客人相同,那批客人的特点是相互间频繁念叨“G-mu-nu, G-mu-nu”。司机当然不知道“G-mu-nu”是度规张量 $g_{\mu\nu}$ 的读音,但对那批满口怪语的客人显然印象深刻,于是立刻明白了费曼要去哪里。这则故事发生在 1957 年,正是广义相对论复苏期间的小插曲,而费曼所要参加的会议被称为“教堂山会议”(Chapel Hill Conference),地点在北卡罗来纳大学教堂山分校,是那一时期的重要会议。

在那一时期的广义相对论研究中,引力波是一个被深入探讨的课题。惠勒曾经说过,广义相对论在问世之后的前半世纪里是理论家的天堂,实验家的地狱。这话大体没错,但引力波可算半个例外——因为在那段时间里它不仅是实验家的地狱,一定程度上也是理论家的地狱。这一点从爱因斯坦本人在引力波研究上的不止一次出错,以及态度的不止一次转变就不难看出。由于缺乏观测和实验的引导,曾经困扰过爱因斯坦的引力波存在与否,以及能否携带能量等问题在爱因斯坦去世之后仍屡屡引发争论,其炽烈程度就连爱开玩笑的费曼都有些吃不消,在“教堂山会议”期间给美籍物理学家韦斯科夫 (V. Weisskopf) 写信表示为一整天都在讨论此类问题而吃惊,在 1962 年于波兰华沙举行的另一次广义相对论会议期间则给妻子写信表示有关引力波的持续争论对他的血压不利!

不过争论虽迟迟无法平息,主流观点的壮大依

然成了趋势,这主流观点便是:引力波是存在并且携带能量的,具体而言则是我们在前面几节中介绍过的那些结果。

但壮大归壮大,再主流的科学观点也必须接受观测或实验的检验。对引力波而言,最直接的检验莫过于是对它的存在进行探测,这种努力正是在那一时期被提上了议事日程。

要想对引力波进行探测,首先要找出探测思路。这思路其实我们在第五节中就已提到过了,那就是利用“一根长杆、一个圆柱……乃至任何具有广延的物体”。具体地说,由于引力波的 h_{ij} 是度规偏离闵科夫斯基度规的幅度,而“一根长杆、一个圆柱……乃至任何具有广延的物体”的长度是有赖于度规的,从而会被 h_{ij} 所扰动——也就是发生长度变化。对这种长度变化进行探测就是引力波探测的基本思路。

思路有了,接下来要谈的自然具体的办法,不过在这之前,让我们先对引力波造成的长度变化的幅度——确切地说是幅度的上限——作一个估算,以便对引力波探测的难度有一个直观了解。

既然要通过长度变化来探测引力波,那么首先要有一个基准长度——通常就是引力波探测器中的探测臂。设探测臂的长度为 L ,为简单起见,我们有时干脆用 L 来标示探测臂,称为探测臂 L 。设 ΔL 为引力波经过时 L 因 h_{ij} 而发生的长度变化,则显然 $\Delta L/L \sim h$ 。这里我们略去了 h_{ij} 的指标,因为对估算来说我们只对 h_{ij} 的典型大小感兴趣;另外当然也略去了 $1/2$ 之类数量级为1的数值因子^②。

利用(5.2)式, $\Delta L/L$ 可被进一步表述为 $\Delta L/L \sim (2G/r) \partial^2 Q/\partial t^2$,其中基于相同的理由,我们只对 Q_{ij} 的典型大小感兴趣,从而略去了指标。另一方面,在第六节中我们已估算过 Q_{ij} 的典型大小——即 Q ,结果为 MR^2 (其中 M 是体系的总质量, R 是线度),而 $\partial^2 Q/\partial t^2$ 则可近似为 Mv^2 (其中 v 是体系中物质运动的典型速度)。最后, v 本身我们也在第六节中估算过,为 $v \sim (GM/R)^{1/2}$ 。将这些结果综合起来可得:

$$\Delta L/L \sim h \sim (2G/r) \partial^2 Q/\partial t^2 \sim (R/r)(GM/Rc^2)^2 \quad (8.1)$$

其中在最后一步中,我们对物理量作了适当的归并,且补上了光速,感兴趣的读者可自行推演一下。

(8.1)式的物理意义是相当清晰的:其右端第一个因子,即 R/r ,意味着引力波造成的长度变化——确切地说是长度的相对变化——反比于探测器与波源的距离;第二个因子,即 $(GM/Rc^2)^2$,则意味着在距离及波源线度给定的情况下,波源越致密,所发射的引力波造成的长度变化就越显著——因为 GM/Rc^2 乃是描述波源致密程度的波源施瓦西半径与真实线度之比。这两条都是物理上可以预期的,因为离波源越远,引力波的影响越弱,其所造成的长度变化自然也就越小;而在距离及波源线度给定的情况下,波源越致密,所涉及的质量就越大,发射的引力波也越强,所造成的长度变化自然也就越显著。

除上面这两个因子外,更细致的分析还需考虑两类额外因素:一类是关于波源的,也就是第六节中提到过的,需将对称性高的运动排除掉;另一类是关于探测器的,也就是注释②中所提到的探测臂 L 的取向,以及探测器所在处引力波的传播方向、偏振方向等带来的细致影响。这两类额外因素都会使 $\Delta L/L$ 变小,因此有必要再次强调:(8.1)式所估算的乃是 $\Delta L/L$ 的上限,实际的数值——视情形而定——将小于甚至显著小于该上限。

那么,(8.1)式给出的 $\Delta L/L$ 的上限的具体数值有多大呢?我们以本系列开篇谈及过的美国激光干涉引力波天文台首次探测到的引力波为例估算一下。那次探测到的引力波来自一对黑洞的合并,其中的峰值——也就是引力波造成的最剧烈的长度变化——对应于合并过程的末期,从而波源的真实线度与施瓦西半径相近,即 $GM/Rc^2 \sim 1$ 。另一方面,那对黑洞的质量数十倍于太阳质量,因而波源线度在100千米的量级;与我们的距离约为13亿光年,则约合100万亿亿千米,由此可得 $R/r \sim 10^{-20}$ 。将这两部分代入(8.1)式便可得到 $\Delta L/L$ 的上限为 $\Delta L/L \sim 10^{-20}$ ^③。

$\Delta L/L \sim 10^{-20}$ 是一个什么概念呢?仍以美国激光干涉引力波天文台为例,它的探测臂长度 L 约为4千米,相应的长度变化 ΔL 在 10^{-17} 米的量级。作为比较,原子核的线度为 10^{-15} 米的量级,因此美国激光干涉引力波天文台探测到的长度变化——或曰扰动——确实如本系列开篇所引述的,比原子核的

线度还小得多。由此我们也再次初步印证了科学新闻中的描述^④。

针对一个长达数千米的探测臂,探测一个比原子核线度还小得多的长度变化,这就是引力波探测所需的精度。比单纯达到这种精度更加困难的则是:这种精度所对应的乃是引力波的峰值影响,而这种峰值是转瞬即逝的。一边是宇宙中最激烈的运动,另一边则是无论空间还是时间上都极其精微的扰动,这可谓是引力波探测这一独特领域中最独特的反差,也是引力波探测的难度所在。

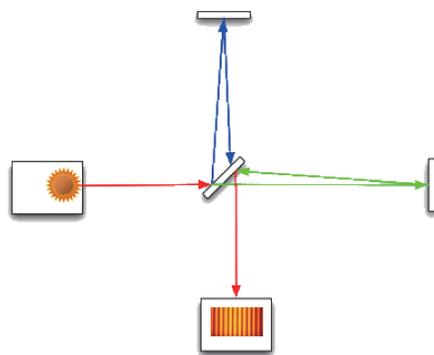
九、迈克耳孙干涉仪与共振质量探测器

介绍完了难度,现在可以来谈具体的办法了:比原子核的线度还小得多的长度变化该怎样探测呢?主要的办法有两类。

第一类办法是利用干涉仪(interferometer),具体地说是利用迈克耳逊干涉仪(Michelson interferometer)。不难猜到,名字中有“干涉”二字的美国激光干涉引力波天文台属于此类^⑤。迈克耳孙干涉仪的原型早在狭义相对论问世之前就由美国物理学家迈克耳孙(A. Michelson)所发明,曾被用来探测地球相对于所谓“光以太”(luminiferous aether)的运动速度,结果却为动摇“光以太”这一概念出了力,被戏称为“史上最著名的‘失败’实验”。然而迈克耳孙干涉仪本身却不仅没有失败,而且大为成功,成了探测微小长度变化的标准手段。

迈克耳孙干涉仪的基本原理是将光源发射的光波分成相互垂直的两路,分别沿两条探测臂运动并经历反射——包括多次反射,最终,两路光波重新汇合并形成干涉。由于干涉的细节取决于两路光波的光程差,而引力波造成的两条探测臂的长度变化对光程差有贡献^⑥,从而会在干涉的细节中得到体现——这也正是探测引力波造成的长度变化的办法。

由于引力波造成的长度变化极为细微,即便利用迈克耳孙干涉仪,探测起来也绝非易事(否则引力波早就被探测到了)。在最初发明的迈克耳孙干

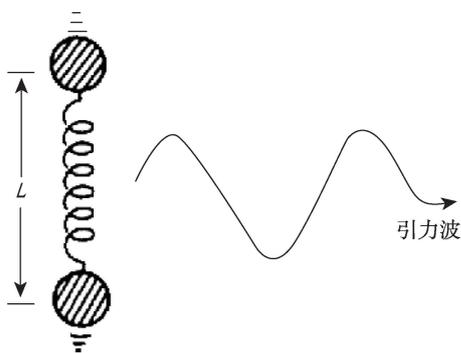


迈克耳孙干涉仪抽象图

涉仪的原型中,探测臂的长度只有1.2米左右,光源则是普通光源(因为激光尚未发明),不具有足够的相干性,用那样的配置探测引力波是毫无希望的。不过在问世之后的一个多世纪的时间里,迈克耳孙干涉仪的技术在所有环节上都取得了长足进展,从而大大提升了探测能力。拿美国激光干涉引力波天文台来说,光源被顾名思义地换成了激光,探测臂的长度扩展了三个数量级,达到了4千米左右,而且光波还会被重复反射(迈克耳孙干涉仪的原型也有那样的能力,只是重复反射的次数较少),相当于进一步显著扩展了干涉臂的长度——也相应地放大了长度的变化。

第二类办法是利用共振(resonance)。如果说迈克耳孙干涉仪是探测微小长度变化的标准手段,那么共振就是探测微小振动的有效办法。这两者的区别是:引力波造成的长度变化假如发生在相互间不相耦合的质点之间,则本质上是一种长度变化,可以像上面那样从几何的角度来看待及检测;但假如探测臂是一个刚性固体结构的物件,则引力波造成的长度变化就不能从单纯的几何角度来看待,而必须将刚性固体结构抗拒形变的能力考虑在内,那样的问题就由几何问题转变成了动力学问题,确切地说是转变成了受迫振动问题——那振动当然是微小振动。

以共振为手段的引力波探测器被称为共振质量探测器(resonant-mass detector)。对于简略的分析来说,这种探测器的探测臂可被抽象为一对以自由长度为 L 的轻弹簧相连结的质点。在引力波的作用下,那对质点之间会因所谓的“测地偏移”(geode-



共振质量探测器抽象图

sis deviation) 效应而出现相对运动,所涉及的相对加速度为 $a_i = R_{i00}L'$ 。这种加速度等效于在单位质量上受到一个形如

$$f_i = -R_{i00}L' \quad (9.1)$$

的“外力”作用。由于这种“外力”是由引力波造成的,因而是周期性的,其频率就是引力波的频率,具体形式则可通过将第5节得到的 R_{i00} 代入(9.1)式而得到。这种周期性的“外力”与轻弹簧的回复力,以及对任何现实共振体系都必然存在的阻尼力一同构成了受迫振动问题的要素。

而受迫振动问题的一个众所周知的特点就是,若“外力”的频率恰好与体系的共振频率足够接近,振动幅度会被显著放大,具体的放大程度由所谓的 Q 因子 (Q factor) 也即品质因子 (quality factor) 所描述^⑦。由于振动幅度可以因共振而放大,因此共振质量探测器可以探测微小振动——原则上甚至包括引力波造成的微小振动。共振质量探测器的另一个特点是探测器的尺度由所要探测的频率所决定的,从而未必得是巨无霸,这使得它的建造门槛比较低。

从历史的角度讲,设备庞大、人员众多、耗资不菲的美国激光干涉引力波天文台走的是所谓“大科学”(Big Science) 的路子,这种路子若选择得当,威力自然是各类实验之冠。美国激光干涉引力波天文台的成功可以说是这种威力的体现。相比之下,尺度“迷你”得多的共振质量探测器是寥寥数人在普通实验室里就能开展起来的常规实验模式的延续。在探测引力波的竞赛中,共振质量探测器虽未能拔得头筹,却也留下了属于自己的历史足印,因

为对引力波进行直接探测的最早尝试就是通过这类探测器展开的。这类尝试中最著名的人物是美国物理学家韦伯 (J. Weber),他是广义相对论复苏期间进入这一领域的“新人”之一。在引力波探测的最初一段时间里,韦伯称得上是最重要的人物——虽然那重要性有一种昙花一现的戏剧性乃至悲剧性。

① 要想知道美国空军所幻想的尺度有多大,一个典型的例子是“反重力”(anti-gravity)。不过这种纯粹拍脑袋的项目之存在,倒使得广义相对论专家不至于有浪费空军军费之嫌,因为他们的参与替空军避免了在“反重力”之类项目上浪费更多经费。

② 对于不满足于这种粗略性的读者,细致的做法是通过 $L = \int (\eta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j$ 来计算长度,其结果将与探测器所处引力波的传播方向、偏振方向、探测臂 L 的取向、 h_{ij} 的空间变化等诸多因素有关。但对估算来说,重要的是数量级,那些因素在数量级意义上并不提供有实质价值的新信息,故而可以忽略。比如 h_{ij} 的空间变化只会带来很小的修正——因为跟电磁波可以被微观体系所发射,从而具有极短的波长不同,有希望被探测的引力波乃是来自天体体系,其运动频率跟微观体系相比是很低的,哪怕高速自转的脉冲星也不过是千赫兹 (kHz) 的量级,相应的引力波波长在数百千米以上,远大于现有的引力波探测器的尺度,因此 h_{ij} 的空间变化完全可以忽略。而引力波的传播方向、偏振方向、探测臂 L 的取向等等所带来的全都是数量级不超过1的修正,在我们这种原本就只针对上限的估算中也是可以忽略的。

③ 作为比较,美国激光干涉引力波天文台发表在《物理评论快报》(Physical Review Letters) 上的原始论文所给出的 $\Delta L/L$ 为 10^{-21} ,与该上限相容并且相当接近。

④ 如果嫌原子核离经验太远,从而“比原子核的线度还小得多”仍不够直观的话,那么还可采用美国物理学家泰森 (T. Tyson) 向一位美国众议员“科普”时所用的比喻,那就是:想象一个能绕地球赤道1000亿圈的长度,引力波使这一长度发生变化的幅度比一根头发丝的直径还小。这一比喻并非针对美国激光干涉引力波天文台首次探测到的那种引力波,但数量级是相近的。

⑤ 此类办法原则上还可搬到太空中,通过一组卫星来实现,从而可以避免很多在地球上无法排除的干扰。不过那样的实现方式目前还停留在蓝图阶段。

⑥ 确切地说,是两条探测臂的长度变化的差异对光程差有贡献。差异之所以存在,则是因为如正文及注释②所述,引力波造成的探测臂的长度变化跟探测臂的取向及引力波的传播方向、偏振方向等诸多因素有关,因而两条相互垂直的探测臂的长度变化一般而言是不同的,比如一条被拉伸时,另一条往往被压缩——当然幅度都在(8.1)式所给出的上限以内。

⑦ Q 因子的直接物理意义——或曰定义——是受迫振动所储存的能量与每个周期因阻尼而损耗的能量之比。显然, Q 因子越大意味着阻尼的作用越小,振动的衰减越慢,共振的振幅越大——从而放大效果越显著。另一方面, Q 因子也是共振频率与共振峰的宽度之比,因此 Q 因子越大意味着共振峰越尖锐,产生共振的频率范围则越狭窄。这些特点对共振质量探测器的运作都有重要影响。