

玻色 - 爱因斯坦凝聚中的量子涡旋

杨涛¹ 邹姗¹ 刘伍明²

(1 西北大学现代物理研究所 710069; 2 中国科学院物理研究所 100190)

玻色 - 爱因斯坦凝聚 (BEC) 是物理学中弥足珍贵的一种宏观量子现象, 是指极低温度下 (nK 量级) 玻色子在能量最低量子态的聚集, 被认为是物质除固态、液态和气态之外的第四种存在形态。从 1925 年爱因斯坦预言其存在后, 就一直吸引着理论和实验的研究。关于玻色 - 爱因斯坦凝聚的突破性进展明确地展示了其与超流和超导等重要物理现象之间存在着本质性的关联。朗道基于 ^4He 原子在极低温度下形成玻色 - 爱因斯坦凝聚解释了其超流性 (1962 年诺贝尔物理学奖), 然而超流液氦中凝聚原子仅仅占到系统总原子数的 1%。由于玻色 - 爱因斯坦凝聚对温度的苛刻要求, 直到这一理论提出 70 年后的 1995 年, 得益于激光冷却原子技术的发展 (1997 年诺贝尔物理学奖), 天体物理实验室联合研究所 (JILA) 和麻省理工学院 (MIT) 的科学家才分别独立地在实验上成功地实现了铷原子和钠原子的玻色 - 爱因斯坦凝聚, 并因此获得了 2001 年的诺贝尔物理学奖。科学家们认为两个费米子通过结成玻色子对也可以在极低温度下产生凝聚。金属超导体中的电子 (费米子) 通过结成库伯对 (BCS 理论, 1972 年诺贝尔物理学奖) 显现出玻色子的行为, 也可以形成玻色 - 爱因斯坦凝聚。1972 年, ^3He 费米凝聚超流在康奈尔大学的低温物理实验室被发现 (1996 年诺贝尔物理学奖)。2003 年, JILA 的狄波拉·金 (Deborah Jin) 首次实现了 ^{40}K 的费米凝聚。在对超流的研究中, 科学家们发现旋转的超流体宏观波函数中存在拓扑奇点, 原子会围绕这些拓扑奇点做旋转运动——这就是所谓的量子涡旋。

涡旋是我们现实生活中常见的一类物体, 从

吐出的烟圈到飓风的风暴中心, 从排水时形成的水涡到宇宙中的涡旋星系, 都是经典涡旋的表现形式 (图 1)。其本质在于围绕涡旋核存在一个环形的速度场。在普通流体中, 描述流体性质最为重要的一个参量是流体的黏滞性, 可直观地理解为流体的黏稠度。黏滞性的存在会阻碍两物体的接触面之间的相对运动, 使得容器中盛放的普通液体会与容器一起以相同的角速度绕对称轴转动。然而对于黏滞性为零的超流体而言, 这一情形并不适用。我们来考虑超流液氦在什么情况下会转起来, 这样的转动如何与量子化的涡旋相联系? 众所周知, 量子力学中用波函数来描述系统的状态, 其运动形式由波函数相位随空间的变化来表示。也就是说量子流体的速度场正比于波函数相位的梯度。对应于经典涡旋, 我们设想液氦中有一个闭合环, 环上每一点的速度场 (相位) 都围绕环产生了一个微小的位移。由于波函数的单值性要求, 围绕环路所产生的局部相位变化的总和, 即系统的整体相位改变量必须是 2π 的整数倍。其数学表示为一个环路积分

$$\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \iint (\nabla \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{s} = n \frac{2\pi\hbar}{m} (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

其中 m 是原子质量, n 的符号由旋转速度场的方向决定, 一般规定逆时针为正, 顺时针为负。从上式可以明显看出当 $n=0$ 时, 对应的是无黏滞性的无旋液体。而当我们旋转超流时, 其宏观波函数就会出现拓扑奇点, 围绕这些奇点, 波函数的相位将出现周期性的改变, 速度的旋度在系统中将不满足连续性条件 $n \neq 0$, 形成量子化的涡旋。速度场的奇点称为涡旋核, 涡旋核处流体密度为零, 量子数 n 称为涡旋的拓

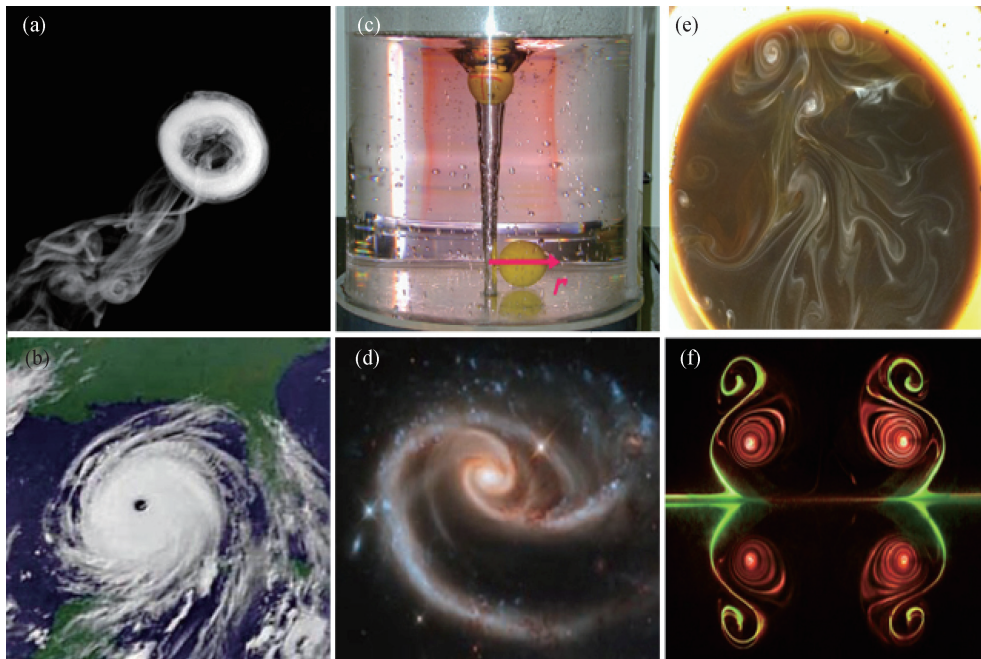


图1 经典涡流的表现形式。(a)香烟的烟圈。(b)2005年美国卡特里娜飓风风眼。(c)水槽下水时形成的水涡。(d)哈勃太空望远镜拍摄到的涡旋星系。(e)咖啡杯里牛奶标记涡旋对的形成。(f)飞机机翼在空气中激起的翼尖涡旋(图片来自网络)

扑荷。因此，量子涡旋的形成成为判断系统超流性的重要标志。 $n=\pm 1$ 的涡旋是基本涡旋，拓扑荷绝对值大于1的涡旋是动力学不稳定的，它会分解成为 n 个基本涡旋。当 ^4He 旋转角频率超过某一临界值时，系统中就会出现涡旋态。俄罗斯物理学家阿布里科索夫(A. Abrikosov)通过求解Ginzburg-Landau方程发现了超导体中量子涡旋的周期性晶格结构(2003年诺贝尔物理学奖)。

由于原子间非常强的相互作用，在超流液氦中，

涡旋的大小数量级约为0.1纳米，相对系统大小而言几乎可以忽略，因此很难在试验中观测到。同时，涡旋之间的相互作用往往十分微弱，这也使得在超流液氦中更深入地研究涡旋的性质变得十分困难。而玻色-爱因斯坦凝聚的实现为研究涡旋的动力学行为提供了一个清洁的(不受杂质和缺陷影响)、具有良好可控性的平台，通过改变束缚凝聚体的势阱在各个方向上的频率，我们可以改变凝聚体的形状甚至空间维度；通过Feshbach共振技术，我们可以调节凝聚体中原子

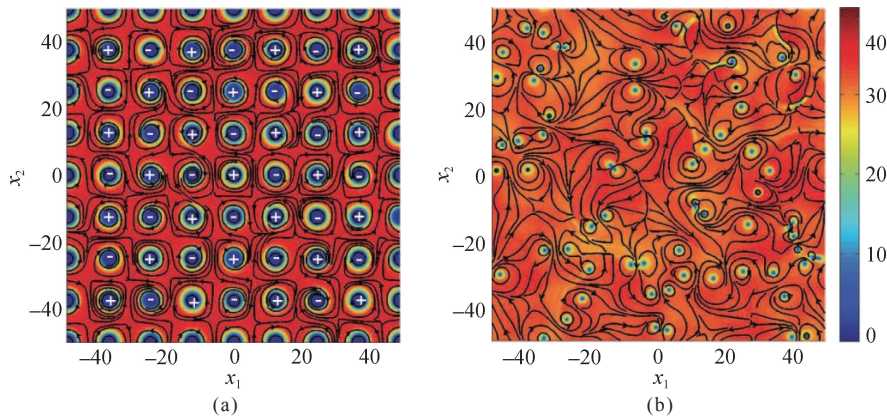


图2 超流凝聚体中的涡旋。(a)拓扑荷为 ± 6 的涡旋格子。蓝色低密度区部分是涡旋核的位置，黑色实线标示超流速度场的走向。(b)由(a)中的结构演化得到的拓扑荷为 ± 1 的涡旋流体。其中的涡旋和反涡旋以涡旋偶极子对的形式出现。从(a)和(b)可以看出涡旋核的尺寸与其携带的拓扑荷值成正比

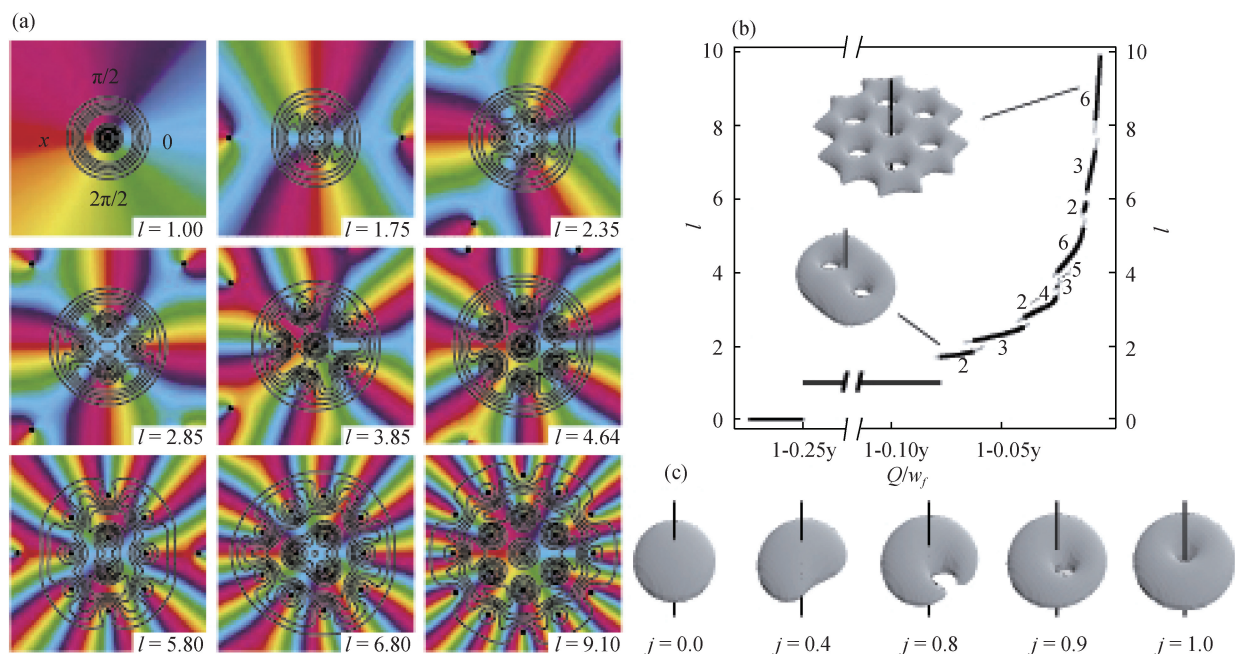


图3 旋转凝聚体中的涡旋格子。(a)不同旋转角频率对应的涡旋格子。黑色实线标记围绕涡旋核的速度场,彩色背景为凝聚体的相图。(b)旋转角动量与凝聚体中产生涡旋数目的关系。(c)通过旋转在凝聚体中产生一个涡旋的过程

间相互作用强度;从而实现我们需要的实验环境。图2给出了在凝聚体中形成的 $n=\pm 6$ 的复杂涡旋结构经过一段时间的演化,衰变为 $n=\pm 1$ 的涡旋结构。黑色带箭头的实线表示凝聚体中速度场的走向。下面我们来介绍如何在凝聚体中产生量子涡旋。

在凝聚体中产生涡旋的办法有很多。

(1) 我们可以通过旋转势阱来产生涡旋格子(凝聚体中含有涡旋的数目不同),不同的格子结构取决于旋转的角频率,这种方法只会产生具有相同拓扑荷的涡旋。图3(a)(b)给出了绕 z 轴旋转的凝聚体在不同转动角频率情况下生成的涡旋结构,可以看到随着角频率的增加,凝聚体中涡旋数目也不断增加。图3(c)给出了通过旋转凝聚体生成单个涡旋的过程,涡旋在凝聚体的边缘低密度区逐渐形成,随着凝聚的旋转运动到凝聚体的中心位置。在这些构型中,三角格子的涡旋结构是最稳定的,这类似于前面提到的II型超导体中的Abrikosov涡旋晶格。

(2) 我们可以用一束激光在凝聚体中搅动来产生涡旋,如同用勺子搅拌咖啡。当搅动的角频率低于某一临界值时,凝聚体中会产生一个涡旋,如图4第I栏所示;而图4第II栏给出了当搅动频率超过临界值时,凝聚体中激发出的很多涡旋的动力学演化过程,

绝大多数涡旋拓扑荷的符号与搅动的方向相同。但是也会产生少量成对的涡旋偶极子($n=1$ 和 $n=-1$ 的涡旋成对出现)。最近,中国科学技术大学潘建伟、陈宇翱团队用激光搅动的方法在 ${}^6\text{Li}$ 和 ${}^{41}\text{K}$ 混合原子中观察到了玻色-费米量子涡旋晶格(图4第III栏),从而证实了玻色-费米混合超流这一难题得以突破。

(3) 我们还可以通过相位印记技术,如同给凝聚体敷上一层面膜(相位场),强制其相位围绕一个或多个奇点发生 0 到 2π 的变化,这样在非旋转的凝聚体中就可以产生我们需要的任何涡旋结构,同时也可以最大限度地减少系统中表面密度波(声波)的激发。图5(a)中的四涡旋结构就是由相位印记法生成的。

(4) 两个凝聚体在碰撞的时候,如同两束相干光在交叠时一样会产生干涉条纹,显示了凝聚体的物质波属性,这也是玻色-爱因斯坦凝聚宏观量子性的表现。在这一干涉过程中,由于原子间的非线性相互作用,也会激发出涡旋结构,如图6第I栏所示。

(5) 另外,凝聚体中的暗孤子(两边相差为 π 的拓扑激发)会衰变产生涡旋。图6第II栏给出了初始时刻通过相位印记方法在凝聚体中产生的一个孤子衰变成涡旋结构的过程,这一过程也被称为孤子的蛇形不稳定性。

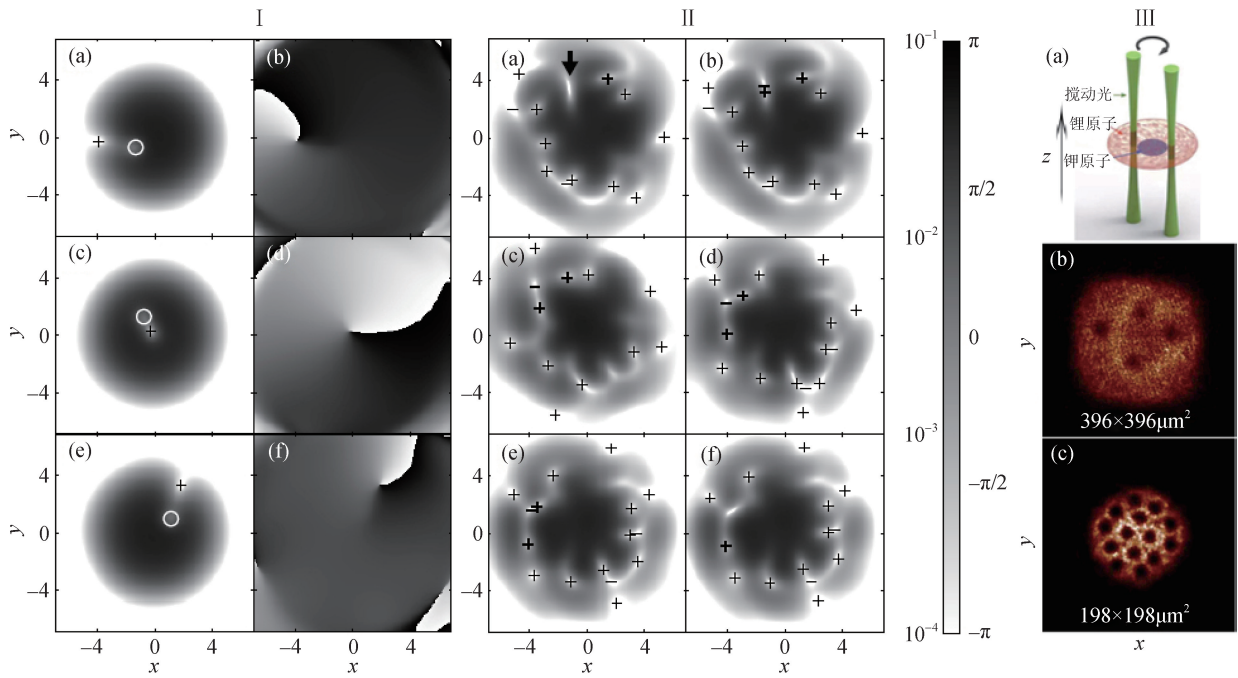


图4 激光搅动凝聚体产生涡旋。第I栏(a)-(f)给出了用一束激光搅动凝聚体得到一个拓扑荷为+1的涡旋时凝聚体的密度图(左)和对应的相图(右)。第II栏(a)-(f)给出了激光搅动凝聚体形成多涡旋结构及其演化过程。+、-号分别代表拓扑荷为 ± 1 的涡旋。第III栏(a)为两束激光搅动凝聚体的示意图。绿色部分代表激光束,红色(锂原子)和蓝色(钾原子)部分为两种原子组成的双分量凝聚体。(b)和(c)分别为实验观察到的锂和钾凝聚体中的涡旋格子

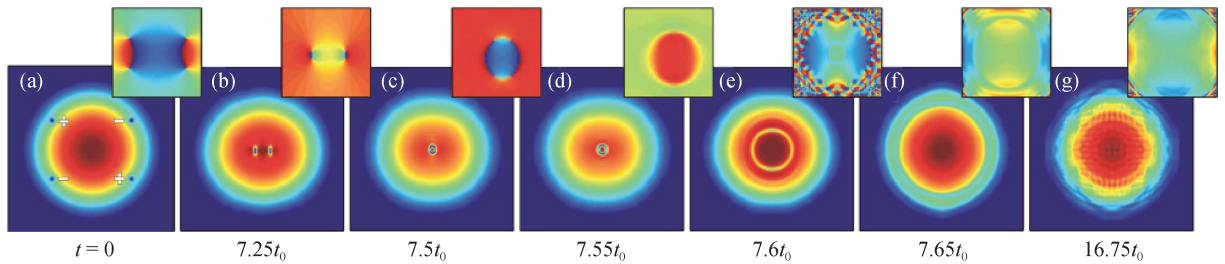


图5 含有相反荷的涡旋在凝聚体中湮灭的过程。(a)初始时刻系统中有两个涡旋偶极子对(左、右)。(b)-(g)不同时刻凝聚体的密度图和相图(右上角小图)。从(g)可以看出涡旋湮灭后在凝聚体中激发出很强的表面密度波震荡(声子激发)

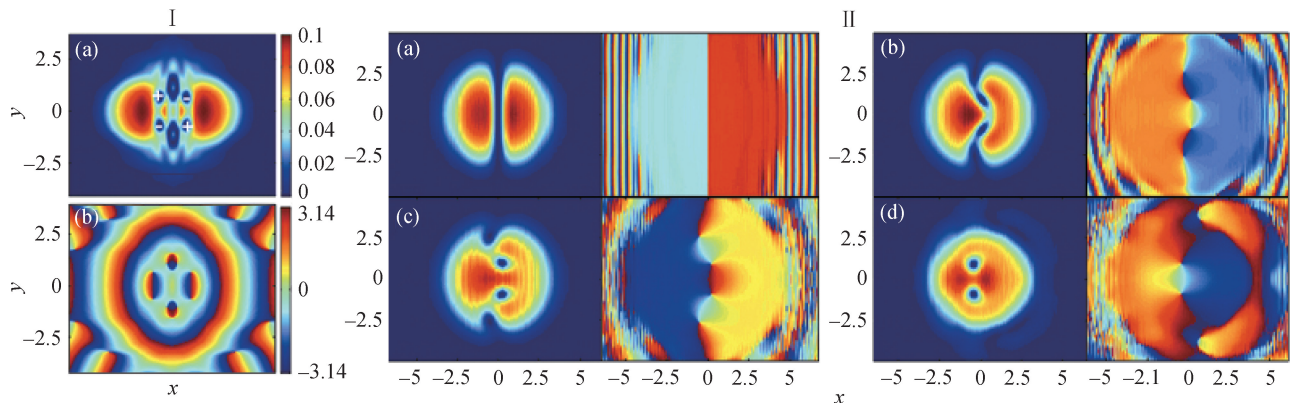


图6 第I栏:两个凝聚体碰撞产生涡旋的密度分布(a)和相图(b)。第II栏:(a)-(d)展示了初始时刻凝聚体中含有一个孤子,由于蛇形不稳定性湮灭成为凝聚体中一对涡旋的动力学过程。每幅子图左边为凝聚体密度图,右边为相图

在方法 (4) 和 (5) 中由于系统角动量守恒的要求, 涡旋都是成对产生的。通常我们称 $n=1$ 为涡旋, 与之相对应 $n=-1$ 则称为反涡旋。如同正负电子一样, 涡旋和反涡旋也会湮灭, 图 6 展示了通过相位印记法在凝聚体中初始放置的四个涡旋 (两正两负) 的湮灭过程。涡旋偶极子是最基本, 也是最稳定的多涡旋结构。当凝聚原子间的排斥相互作用与异荷涡旋之间的吸引相互作用以及涡旋核的动能达到平衡时, 涡旋偶极子也可以稳定地存在于凝聚体中, 如上面几幅图中所出现的一样。在宏观世界中, 涡旋偶极子同样会随处出现, 在海洋的洋流中、肥皂泡的表面、一杯咖啡中或者是飞机机翼激起的气流中 (如图 1(e) 和 (f) 所示)。量子涡旋偶极子对于深刻理解超流湍流、Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT 或 KT) 相变 (2016 年诺贝尔物理学奖)、量子系统的相变动力学等超流现象有着重要的意义。BKT 相变描述的正是二维超流和超导系统中涡旋偶极子对束缚态在超过某一临界温度时融化, 形成非束缚的涡旋和反涡旋态 (涡旋游离态) 的相变过程。

量子涡旋在凝聚体中的运动是涡旋研究的一个重要方面, 对于研究量子流体中湍流的形成和控制具有

重要的意义。凝聚体中多个涡旋的运动非常复杂, 取决于涡旋之间的相对距离, 涡旋在凝聚体中的初始位置, 凝聚体的对称性以及原子间相互作用强度等诸多因素。在非旋转凝聚体中, 位于凝聚 (势阱) 中心的单个涡旋处于稳定状态, 当它被放置于偏离凝聚中心的某处时, 它会沿着等势线围绕凝聚中心做进动。在有限温度条件下, 涡旋旋转的半径会逐渐变大, 直到其消失在凝聚体边缘的低密度区 (如图 7(a) 所示), 这也是涡旋湮灭的一种重要机制。图 7(b)(c) 给出了涡旋偶极子在凝聚体中不同初始位置的运动轨迹; (d) 呈现了两个同荷涡旋互相环绕的运动轨迹。围绕凝聚中心对称放置的两个同荷涡旋互相环绕转动如同天体物理中的双星或双黑洞系统。(e)(f) 分别为三涡旋结构和四涡旋结构在某一给定初始参数条件下的运动轨迹。然而我们需要强调的是 (a)-(e) 给出的只是涡旋运动轨迹的理论结果。由于涡旋与声子激发的相互作用, 其运动轨迹并不是完美的光滑曲线。其真实轨迹会伴有围绕理论轨迹的震荡, 如图 7(g)(h) 所示。

上面我们介绍的涡旋核是在二维凝聚体内的拓扑激发, 近来, 二维涡旋核也被对应到奇异弦的末端应

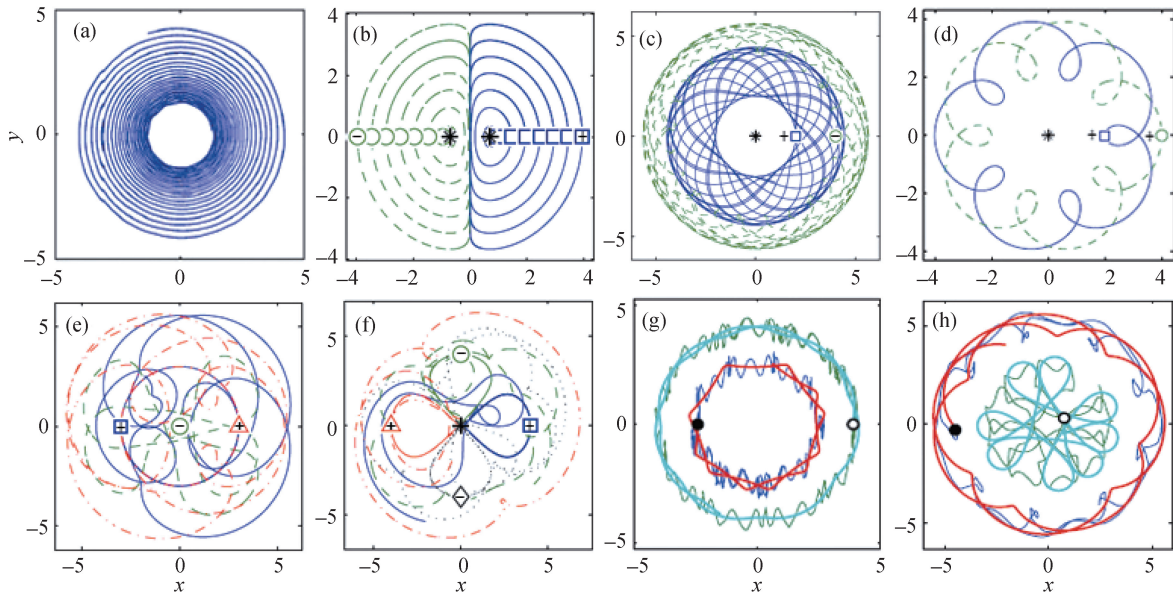


图 7 涡旋结构在凝聚体中的运动轨迹。(a) 有限温度情况下单个涡旋在凝聚体中的螺旋型轨迹。(b) 涡旋偶极子在 x 轴上相对于 y 轴对称放置时的轨迹。蓝色实线和绿色虚线分别代表拓扑荷等于 1 和 -1 的涡旋的运动轨迹。蓝色方框和绿色圆圈代表涡旋偶极子的一系列初始位置。(c) 涡旋偶极子放置于凝聚体右边时的运动轨迹。(d) 两个拓扑荷为 +1 的涡旋在凝聚体中的运动轨迹。(e) 三涡旋结构 (+++) 在凝聚体中的运动轨迹。(f) 四涡旋结构在凝聚体中的运动轨迹。(g)-(h) 为不同初始位置的涡旋偶极子在凝聚体中的运动轨迹。红色和青色实线为理论值, 蓝色和绿色实线为数值模拟实验结果

用于弦理论的研究。当我们把空间扩展到三维时,就会引出更多有意思的拓扑结构。当我们把 xy 平面上的涡旋核在 z 方向上堆积,就会形成涡旋线(图8(a)(b)),当涡旋线首尾相接时就会形成涡旋环(图8(c)-(e)),涡旋线和涡旋环的组合会形成hopfion(图8(f)(g)),涡旋线的缠绕会形成纽结(图8(h)(i))。纽结在物理中常常与弦理论相联系。

当玻色凝聚体中含有多种原子(不同种类)时,我们称其为多分量凝聚体。多分量凝聚体在旋转时产生涡旋格子的情况更加复杂,与原子之间的质量比,同种原子间相互作用强度与不同种原子间相互作用强度的比值等因素密切相关。前文中所述的凝聚体都没有考虑自旋自由度,其中产生的涡旋都是所谓的质量涡旋,即凝聚中粒子数密度为零的奇点。对于原子来说由于原子中核自旋的存在,原子的总角动量由轨道角动量,电子自旋和核自旋共同组成,当原子被束缚在磁势阱中时,原子的自旋自由度被冻结,因此原子的波函数可以由一个标量式来描述。而当原子被束缚在一个光势阱中时,就必须考虑自旋自由度。包含原子自旋的凝聚体称为自旋BEC。研究表明在原子的自旋场中同样存在涡旋等一系列拓扑结构,这种涡旋称为自旋涡旋,自旋涡旋通常出现在自旋BEC中并且具有更加丰富的内部结构。简单来说,自旋BEC里的涡旋可分为有核

涡旋和无核涡旋,如图9第I栏所示。在不同的相中可以产生不同的拓扑缺陷,如涡旋、半涡旋、磁单极子、斯格明子,等等,就通常情况而言这些拓扑缺陷十分稳定且抗干扰能力强,他们可以在系统中自由运动而不改变他们的自身性质。而且他们的性质不依赖于系统的一些特殊参数,而是由一系列类似于涡旋拓扑荷的整数来决定。斯格明子(图9第II栏)和磁单极子(图9第III栏)最初分别是电动力学与核物理中所提出的两个概念,磁单极子最初由麦克斯韦在建立麦氏方程组时提出,是和产生电场的源电荷相对应的假想粒子,而斯格明子是非线性 σ 模型的一个非平庸经典解,是一种拓扑孤立子,这两个模型都可以在自旋BEC中得以实现。

玻色-爱因斯坦凝聚中包括涡旋在内的拓扑量子物态是一座丰富的物理宝库,是一个充满活力和挑战的研究领域,自旋-轨道耦合凝聚体、玻色-费米双超流等系统中还有很多未知等待我们去挖掘。同时,拓扑量子态也是我们探索凝聚态物理、信息科学直至宇宙学等领域内众多问题的一把钥匙。

致谢

感谢国家重点研发计划量子调控与量子信息重点专项2016YFA0301500,国家自然科学基金NSFC 11347025, 11647303的支持。

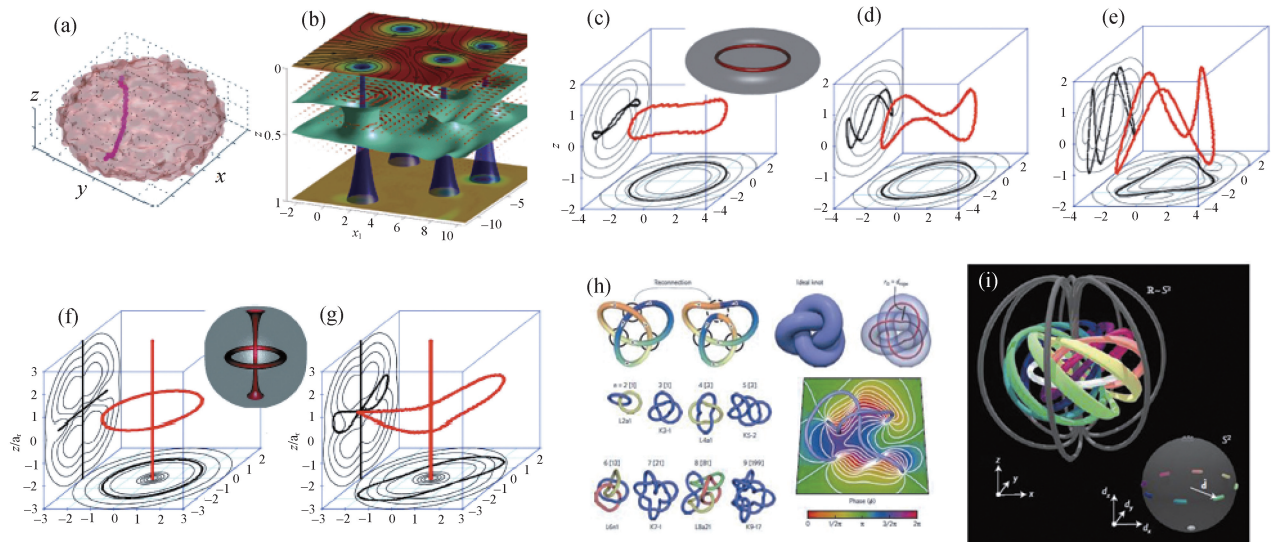


图8 三维凝聚体中的拓扑结构。(a)-(b) 凝聚体中的涡旋线。(b) 图中红色箭头表示能量场分布,黑色实线表示速度场分布。(c)-(e) 凝聚体中的涡旋环及其震荡。(f)-(g) 凝聚体中的hopfion结构及其震荡。(h) 单分量凝聚体中的纽结。(i) 极化相自旋BEC中的纽结

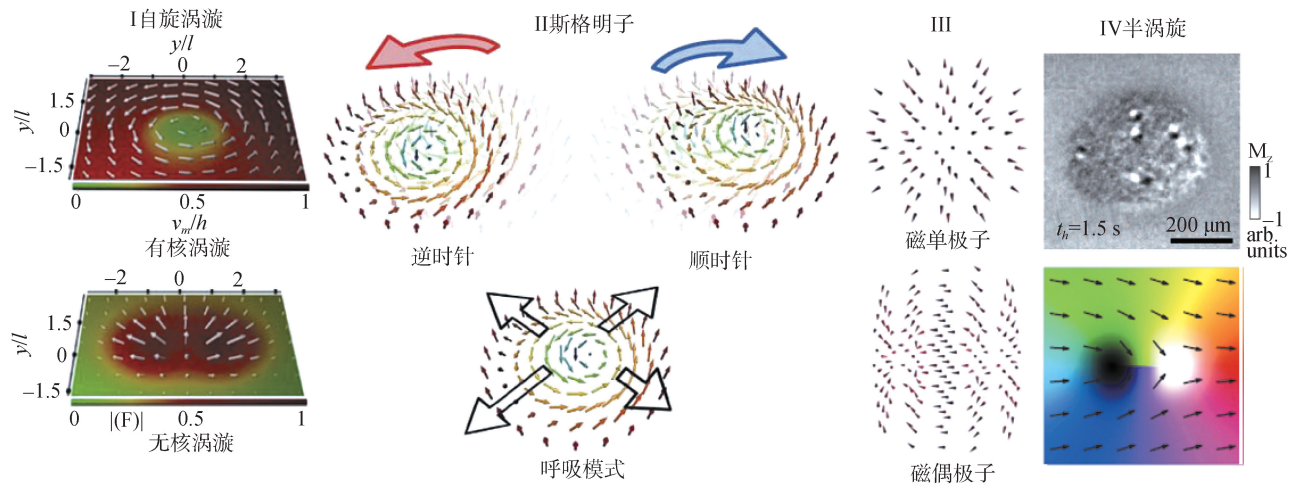


图9 自旋玻色-爱因斯坦凝聚中的其他拓扑激发。第I栏：自旋BEC中的有核涡旋和无核涡旋。第II栏：三种状态的斯格明子。第III栏：磁单极子和磁偶极子。第IV栏：反铁磁相自旋BEC中的半涡旋对结构。半涡旋围绕奇点的相变为 $0 \rightarrow \pi$ 。图中箭头标示自旋取向



科苑快讯

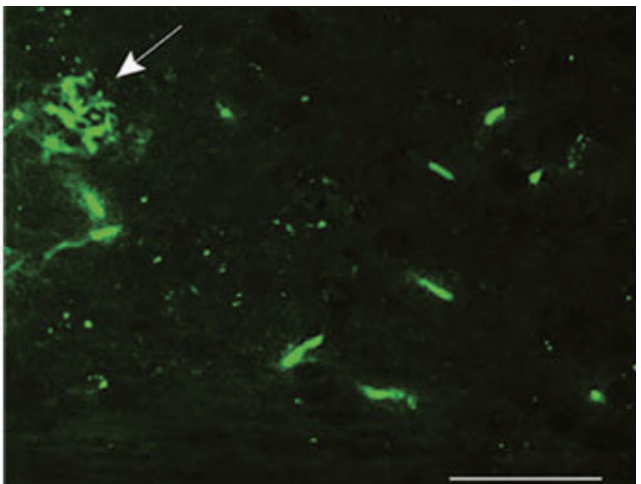
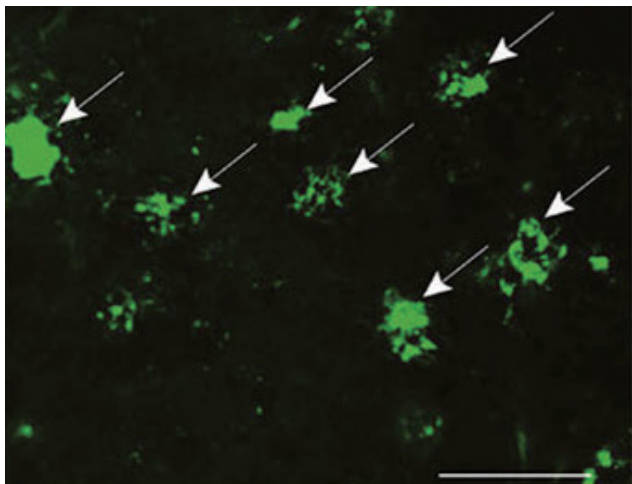
闪烁LED灯治疗阿尔茨海默氏症

美国研究者公布一种利用闪烁LED灯非侵入性治疗阿尔茨海默氏症的非药物疗法。麻省理工学院(MIT)的亚卡里诺(H. Iaccarino)和同事展示了他们的研究结果,患有不同类型阿尔茨海默氏症的小鼠,在暴露于频率40赫兹闪烁LED灯下后,其 α 淀粉样蛋白斑块的水平都降低了。

40赫兹正处于 γ 脑电波的频率范围(25~80赫兹)内,这一频率范围与注意力、洞察力和记忆力这

些正常大脑功能密切相关。一个小时的光线暴露明显减少了40%~50%的 β 淀粉样蛋白斑块,与阿尔茨海默氏症相关的异常修饰 τ 蛋白的水平也降低了。而20~80赫兹之间的其他频率对治疗阿尔茨海默氏症则是无效的。目前,他们正计划进行人类临床试验。

(高凌云编译自2017年1月13日《欧洲核子中心快报》)



每日1小时处于黑暗中的小鼠(左)和每日1小时暴露于40赫兹闪烁LED灯下的小鼠(右)7天后的斑块(白色箭头指示),比例尺为50微米