

走向统一的自然力

超弦理论：四种自然力走向统一的一种尝试 (III)

厉光烈¹ 刘明²

(1 中国科学院高能物理研究所 100049; 2 湖北第二师范学院物理与机电工程学院 430205)

(4) 第二次革命

超弦理论的第二次革命发生在 1994 ~ 1998 年，于 1995 年达到高潮，其持续时间比第一次革命要长，影响也更为深远。

1995 年 3 月，在美国南加州大学弦论界每年举行的为期一周的研讨会上，威滕以《弦论在不同维度中的动力学》为题报告了有关弦论对偶的工作。在这个工作中，他系统地研究了弦论中的各种对偶性，澄清了过去的一些错误的猜测，提出了一些新的猜想。接着，塞伯格报告了关于不同超对称规范理论之间的对偶性；施瓦兹也报告了他与森 (A.Sen, 1956 ~) 有关强弱对偶的新工作。正是这次会议将超弦理论第二次革命推向了高潮。

超弦理论第二次革命的主导思想就是将五种超弦理论相互联系起来的对偶，因此，我们得从对偶谈起。

对偶

所谓对偶，就是两个或多个表面上完全不同的理论却能得出完全相同的物理结果，即它们是等价的。

早在 1977 年，也就是在超弦理论第一次革命之前，芬兰人蒙托宁 (C.Montonen, 1946 ~) 和英国人奥立弗 (D.I.Olive, 1937 ~ 2012) 就猜测在一种特别的场论中存在着电和磁的对称性。说到电和磁的对称，在本系列讲座第二讲“电力和磁力的统一”中，我们曾经谈及狄拉克对“磁单极子”的预言，他曾指出：量子力学要求电荷和磁荷的乘积是一个常数，也就是说，适当选取单位可使电耦合常数 (α_e) 和磁耦合常数 (α_m) 之积等于 1，这就意味着：从电耦合常数 ($\alpha_e = \frac{1}{137}$) 出发建立起来的是弱耦合的场论，例如量子电动力学，可以用微扰论来进行计算，反之，若从磁耦合常数 (α_m)

出发，建立起来的则是强耦合的场论，它是不能用微扰论来进行计算的非微扰理论。因此，奥立弗-蒙托宁猜想蕴涵着一个不可思议的结果——一个弱耦合的微扰理论完全等价于一个强耦合的非微扰理论。后来，这种等价性，具体地说，就是一种理论的强耦合极限与另一种理论的弱耦合极限之间的等价性，就被称为强弱耦合对偶，简称强弱对偶或 S 对偶。

奥立弗-蒙托宁猜想很难直接证明，这是因为，一方面，实验上一直未能证实也无法证伪是否存在磁单极子；另一方面，理论上磁单极子涉及非线性场方程所特有的一种孤子解^①，属于非微扰效应。但是，1992 年，印度人森对它进行了认真的检验，给出了支持这个猜想的最初证据，并大胆地将其推广应用到弦论中。当时，只有很少的几个人支持森的想法，施瓦兹就是其中之一，他们俩还在强弱对偶的研究中进行过合作。顺便指出：施瓦兹，不但是超弦理论的创始人，也是不断推动弦论发展的主要人物，特别令人敬佩的是，他和萨斯坎德在超弦理论第二次革命中虽然年纪已大但仍做出了重要的贡献。

弦论中最简单的对偶是 T 对偶，又叫“靶空间”对偶，字母“T”来自靶空间中的“靶 (target)”字。所谓“靶空间”，就是普通空间，叫成“靶空间”，是因为弦的世界面被嵌入其中，或者说，它是弦论的研究对象。因此，T 对偶就是不同空间之间的对偶。让我们设想存在一个由一个延展维和一个卷曲成圆圈的紧致维组成的两维空间，例如一根水管的表面，在其上，闭弦的运动可以分解为两个部分：一是从一个地方到另一个地方不改变形状的整体性滑动，称为均匀振动；另一是我们熟悉的改变形状的振动，称为普



奥立弗



蒙托宁



森



吉川圭二

通振动。这两种振动所激发的能量，前者反比于紧致维半径；后者正比于紧致维半径。于是，超弦理论便得到了一个令人惊讶的结论：若令紧致维半径为 R （以弦的长度为度量的单位），则弦在紧致维半径分别为 R 和 $1/R$ 的二维空间中运动的激发能的能谱完全一样，也就是说，这两个几何形态不同的“管子表面世界”没有物理学的区别，或者说，这两个二维空间的超弦理论是完全等价的。它们之间的这种对称，就是T对偶。

T对偶是两个日本人吉川圭二(K.Kikkawa)和山中雅美(M.Yamanaka)于1984年首先发现的，但未引起人们的注意。两年之后，另外两个日本人酒井典佑(N.Sakai)和千田郁夫(I.Senda)引用了他们的文章，但真正重视T对偶是在1990年前后，人们用它来论证弦论中可能存在最小尺度：从前面的介绍可以看到，在T对偶中存在一个特别的紧致维半径，当它的倒数等于自身时，T对偶是自对偶的，即一个小于这个自对偶半径的半径对偶于一个大于它的半径，所以，自对偶半径可以看作是弦论中的最小尺度。当以弦的长度作为标度单位时，这个自对偶半径就是弦的长度。鉴于超弦具有普朗克尺度，因此弦论中的最小尺度就是普朗克尺度。吉川圭二和山中雅美在他们的原始文章中计算了真空能量，结果发现：在自对偶半径处，真空能量处于极小值。

T对偶，既可用于玻色弦理论也可用于超弦理论。用于玻色弦，可由一个玻色弦得到另一个玻色弦；用于超弦，可将IIA弦理论变成IIB弦理论，反之亦然。T对偶的一个较为复杂的推广就是所谓的镜像对称性，它是关于IIA弦和IIB弦的对称性，不过，仅当紧化

空间是卡拉比-丘流形时才会有。这个对称性指的是，一个IIA(IIB)弦理论紧化在一个卡拉比-丘流形上时等价(或对偶)于一个IIB(IIA)弦理论紧化在另一个拓扑^②和几何完全不同的卡拉比-丘流形上，即要求卡拉比-丘流形成对地出现。

与T对偶有关的另一项重要工作是胡尔(C.M.Hull, 1957~)和汤森(P.K.Townsend)于1994年秋提出、1995年发表的文章：《有关弦论中对偶性的一些猜想》。这是一篇关于低维II型弦理论的所谓U对偶以及四维的杂化弦和的II型弦之间对偶的文章。这里，字母U的含义是统一(Unity)，指的是在弦论中T对偶和S对偶的统一。他们的工作预见后来在弦论中发现的许多对偶，甚至还提到了11维超引力的可能作用，但是发表之初并未引起太多人的重视。

在对偶性的研究方面做出重大贡献的还有美籍以色列物理学家塞伯格(N.Seiberg, 1956~)，他最先将对偶性应用于超对称量子场论的研究，还与威滕合作发表了两篇著名的论文，创建了塞伯格-威滕理论，取得了自有超对称量子场论以来最为动人的成果，例如，获得了真空中的磁单极子凝聚；得到了粒子物理标准模型所期待的色禁闭和手征对称性破缺等。塞伯格和威滕的工作还上了《纽约时报》，是1994年最为轰动的事情，在1994~1995年间直接引发了超弦理论的第二次革命。

在本文开头提到的威滕的那篇报告中，他的一个最大胆的猜想就是认为10维IIA弦理论的强耦合极限是11维超引力，虽然胡尔和汤森在他们1995的文章中也提到了11维超引力，但他们没有直接猜测这个



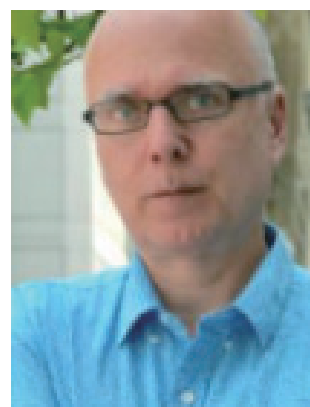
胡尔



汤森



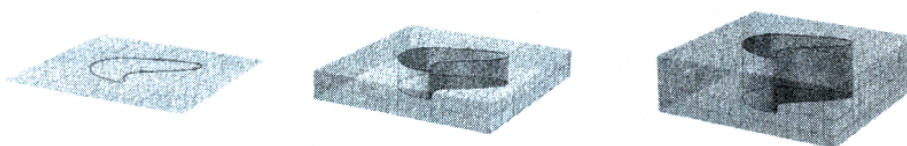
塞伯格



霍扎瓦

11 维超引力在弦论中的位置。在上述会议半年之后，即 1995 年 10 月，霍扎瓦 (P.Horava, 1963 ~) 和威滕还提出了强耦合极限下杂化弦的 11 维解释，给出了另外两个对偶——杂化 O 弦与 I 型弦的强弱对偶和杂化 E 弦与 IIA 弦的强耦合极限的对偶。这样，威滕便借助于这个 11 维理论为五种 10 维超弦理论之间的对偶关系提供了理论解释。顺便指出：与威滕几乎同

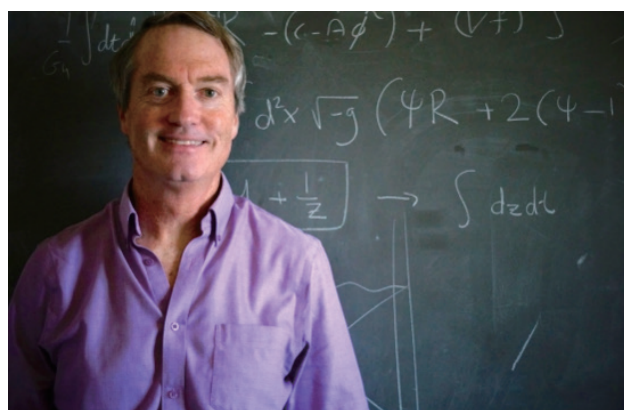
时，汤森在一篇短文中提到了 11 维超引力时还特别指出：10 维中的弦是有一维缠绕在额外的第 11 维上的膜^③的投影(见下图)，首次提出了后来称之为“D 膜”的概念。另外，根据威滕的建议，施瓦兹在随后的一篇文章中将这个 11 维理论称为 M 理论。于是，对偶、D 膜和 M 理论便成为第二次革命的主要内容。前面，已经介绍了对偶，下面，接着介绍 D 膜和 M 理论。



随着杂化 E 弦耦合常数的增大，一个新的空间维出现，弦本身也随之伸展成为柱形膜 (摘自《宇宙的琴弦》第 296 页图 12.7)

D 膜

1995 年 10 月，美国加州大学圣巴巴拉分校理论物理所泡耳钦斯基 (J.Polchinski, 1954 ~) 发现弦论中许多膜状的孤子实际上就是他在 6 年前与他的两个学生发现的 D 膜。所谓 D 膜，指的是一种可以用满足狄利克雷边界条件^④的开弦来描述的膜，字母 D 的含义就是狄利克雷 (Dirichlet)。这个发现使得过去难以计算的东西可以用传统的弦论工具来做严格的计算。又是威滕，第一个系统地研究了 D 膜理论，他的文章仅比泡耳钦斯基的文章迟发表了一个星期。威滕非常欣赏泡耳钦斯基的贡献，他曾在哈佛大学所作的劳布 (Loeb) 演讲中建议将 D 膜称为泡耳钦斯基子，很可惜这个浪漫的名称没有流传下来。温伯格和萨斯坎德也曾说过，泡耳钦斯基是他们见过的最聪明的人。



泡耳钦斯基

在超弦理论第一次革命期间，威滕等四人的工作曾将 10 维超弦理论中多余的 6 维空间卷曲为卡拉比-丘流形，当此流形，即紧致化后的空间，其尺度远小于现今高能物理实验所能观察到的最小空间尺度时，

超弦理论中的 10 维时空便会表现为真实的四维物理时空。但是，由于卡拉比-丘流形并不唯一，因此每一种 10 维超弦理论都对应于多种具有不同真空的四维理论，而现今的高能物理实验又无法观测普朗克尺度的卡拉比-丘流形的结构，也就是说，实验上无法找到一种与现实物理世界（包括各种基本粒子的质量）完全定量一致的紧致化方案。D 膜的引入，增加了一个尺度可以变得很大的额外维空间自由度，鉴于紧致化空间尺度大小并不影响存在于四维物理时空中的规范场，因此可将超弦理论的紧致化空间从普朗克尺度延展到核子尺度——1 费米，这样，未来的高能加速器实验就有可能看到 D 膜，也就是看到弦，于是，就有可能用实验来检验超弦理论，使弦论学家摆脱长期以来没有实验数据支持的困惑。

D 膜的研究，因威滕的加入，一度掀起高潮，使得研究各种膜及其动力学的膜论似乎要取代弦论。但是，与弦不同的是，膜的世界体理论很难量子化，所以，膜论是否可以作为 11 维超引力的微观理论至今尚无结论。目前认为，11 维超引力的微观理论应是 M 理论。膜论，虽然在代数几何方面做出了十分重要的贡献，但是，在物理方面，并未取得重大的突破，只是在解释黑洞熵方面取得了一定的成果。

M 理论

在超弦理论第二次革命中，作为旗手的威滕，其主要贡献就是创建 M 理论，具体地讲，就是引入 11 维超引力，并将其与弦理论相联系，借助 S 对偶和 T 对偶，猜出了各种紧致化下的不同超弦理论之间的对偶关系，为弦理论提供了一个大统一图像，即 M 理论。这个理论在不同的极限下表现为不同的弦理论，例如，将其紧致化到一个小圆上，可以得到 II A 型弦理论；将其紧化致到一个二维环面上，可以得到 II B 弦理论；将其紧致化到一个很短的线段上，可以得到 $E_8 \times E_8$ 杂化弦理论，而其低能极限则就是 11 维超引力理论。概括地说，M 理论包含以下几种对偶：

- (i) II A 型弦理论与 II B 型弦理论之间的对偶；
- (ii) 杂化 E 弦与杂化 O 弦之间的对偶；
- (iii) 杂化 O 弦理论与 I 型弦理论之间的对偶；
- (iv) 紧致化在 4 维环面 T^4 上的杂化 E 和 O 弦理

论与紧致在 K3 曲面^⑥上的 II B 型弦理论之间的对偶；

(v) 紧致化在 6 维环面 T^6 上的杂化 E 和 O 弦理论的自对偶，即耦合常数为 g 的理论等价于耦合常数为 g^{-1} 的理论；

(vi) II B 型弦理论本身是自对偶理论。

显见，威滕通过对偶创建 M 理论，解决了超弦理论第一次革命遗留下来的弦理论的唯一性问题。对偶，最初是作为假设而被引进弦论的，实际上，这些假设至今也没有得到严格的证明，只是通过各种各样的非平凡检验使得在弦论领域工作的大多数科学家都相信在弦论中确实存在这些对偶。对 M 理论的认识，目前仍处在初级阶段，甚至其定义也还不明确。前面提到，根据威滕的建议，施瓦兹将其命名为 M 理论。有人曾问威滕：“M 在这里代表什么？”他回答说：“M 可以代表魔术 (Magic)、神秘 (Mystery) 或膜 (Membrane)，依你所好而定。”对施瓦茨来说，M 代表“母亲 (Mother)”，因为后来的研究证实：所有五种超弦理论都能从这个“母亲”理论导出。不过，威滕也曾提醒大家注意，M 还可以代表矩阵 (Matrix)，因为在无穷大动量坐标系中 M 理论可以用矩阵理论来描述。据说，也曾有人不怀好意地把 M 看作是威滕 (Witten) 第一个英文字母 W 的倒写。B. 格林在《宇宙的琴弦》一书中曾用海星来描绘 M 理论 (下图 (a) 和 (b))：在图 (a) 中，我们看到的只是海星那分

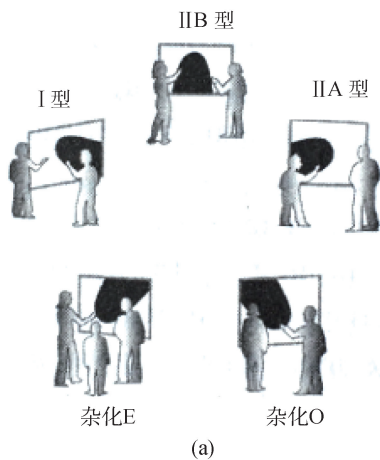
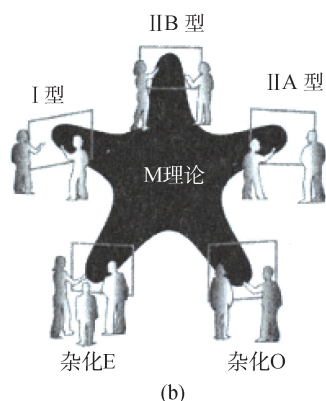


图 (a) 早先在五种超弦理论 (I 型、II A 型、II B 型、杂化 E 和杂化 O) 上做研究的物理学家认为他们是在完全独立的理论上工作 (摘自《宇宙的琴弦》第 276 页图 12.1)

开的五只触角的头部，它们分别代表弦论学家早先认识的五种超弦理论并表示它们是相互独立的，而在图(b)中这五种超弦理论是通过海星的身体(即M理论)联系在一起的；在书中，格林还曾提到海星的第六只触角，那是用来代表11维超引力的。



图(b) 超弦理论的第二次革命使人们认识到五种超弦理论实际上是一个暂时被称为M理论的统一框架的一部分(摘自《宇宙的琴弦》第277页图12.2)

我们认为，北京香山的红(枫)叶更能形象地描绘五种超弦理论和11维超引力分别是M理论的不同极限理论(下图)：叶梗代表11维超引力；叶尖分别表示五种超弦理论。威滕引入11维超引力创建M理论，就好像是拎着叶梗捡起一片香山红叶。

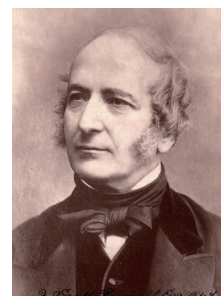


北京香山红叶更能形象地描绘M理论与五种超弦理论和11维超引力之间的关系

前面提到，对M理论的认识，还处在初级阶段。弦论学家知道这个理论应该存在，但却不知道如何用数学语言来表述这个理论的逻辑结构。具体地讲，他

们知道存在一些逻辑上自洽的量子引力理论，即多种多样的超弦理论，但却不知道这些理论和现实世界的联系；他们知道这些理论不是互相独立的，可以统一在一个叫做M理论的未知的逻辑框架下，但是，对其动力学知之甚少，更不知道它的基本原理是什么，因此，至今没有人能够给出这个理论一个完整的数学形式。

①所谓孤子(soliton)，指的是非线性场方程所具有的局限在空间中的一种不弥散的解。早在1845年，卢赛尔(J.S. Russel, 1808~1882)就在一篇报告中说，他看到一个奇特的自然现象：当一艘快速行驶的船突然停止的时候，出现了一个外形不变的突起的水峰，它离开船，沿着河流以恒定速度向前运动，经过一两英里才在河流拐弯处消失。后来，研究发现，这是非线性场方程所特有的一种解，被称为孤子解。在弦论中，与孤子有关，还有一种瞬子(instanton)，它是一种既局限在一个小的空间范围内又局限于一个小的时间间隔中的孤子，是在四维欧氏空间中的无源非阿贝尔规范场的孤子解，由贝拉温、波利雅可夫、施瓦兹和梯尤普金(Yu.S.Tyupkin)于1975年发现，又称为赝粒子(pseudoparticle)。实际上，它并不是一种“粒子”，而是一个量子，具体地讲，它是在不同真空态之间的一个跃迁过程。



卢赛尔

②拓扑(Topology)，几何形态的分类性质，同一类型的不同形态可以不经任何结构破坏而相互转换。

③膜可以说是粒子和弦的简单推广：粒子是零维物体；弦是一维物体；类似肥皂泡的膜是二维物体，但在弦论中，还有三维和三维以上的膜，通称为 D_p 膜，其中 p 是维数。

④开弦在额外维上的延展就变成了D膜。开弦的运动方程包括一个边界条件。如果时空是一个简单的平坦空间，没有任何其他场的背景，有两种可能的边界条件，一种是弦的端点的法向导数为零，叫做诺伊曼边界条件，这相当于要求弦的端点以光速运动。所以开弦不可能是静止的，至少也要转动，其最低激发态(快子除外)是矢量粒子，也就是光子。第二种边界条件就是狄利克雷条件，是说某些坐标在端点处固定。考虑最一般的情形：其中某些坐标满足诺伊曼条件，另一些坐标满足狄利克雷条件，满足后者的坐标说明弦的端点只能在时空的一个超平面上运动，这个超平面由固定的那些坐标确定。例如，假定9个空间坐标中的最后一维空间满足狄利克雷条件，那么我们就有一个8维的超平面，开弦的端点只能在这个超平面上以光速运动。如果这个超平面的空间维度(时间方向除外)是 p 维的，就被定义为 D_p 膜，其中D的含义就是满足狄利克雷边界条件。

⑤在代数几何和复流形理论中，K3曲面是一类重要的紧致化的复曲面，这里“曲面”是指复二维，视作实流形则应为四维；K是恩斯特·库默尔、埃里希·卡莱尔和小平邦彦等三位代数几何学家姓氏的缩写，也可以说，是因为所有K3曲面都是卡莱尔流形。在弦论中，K3曲面扮演重要角色，这是因为它提供了除环面之外最简单的紧致化。