

# 走向统一的自然力

## 超弦理论：四种自然力走向统一的一种尝试(II)

厉光烈<sup>1</sup> 刘明<sup>2</sup>

(1 中国科学院高能物理研究所 100049; 2 湖北第二师范学院物理与机电工程学院 430205)

### 三、超弦理论的两度革命

南部等人提出的弦模型，通过超对称和超引力的介入，施瓦兹和格林等创建了超弦理论，使包括引力在内的四种自然力的统一有了实现的可能，这一度激发了物理学家的热情，涌现出了数以千计的模型。那么，哪一个真正主宰现实物理世界的“上帝”呢？或者说，谁能导出粒子物理标准模型并解释夸克和轻子为何分代而且只有三代，以及电子和其他粒子的质量为何是那样，等等，粒子物理标准模型无法回答的问题呢？超弦理论的两度革命为这些问题的解决带来了希望。

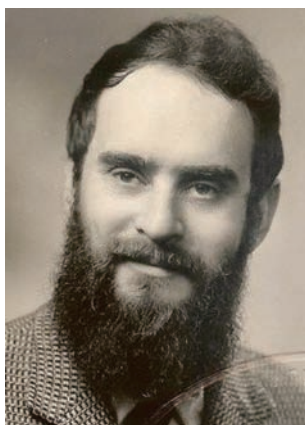
#### (1) 革命前 15 年

1969~1970 年间，南部、尼尔森和萨斯坎德等提出弦模型，用弹性运动的弦来描述两体散射中间过程的介子态，为威尼采亚诺散射振幅公式提供了理论依据，并成功地解释了雷杰轨迹。这个以弦概念为基础的理论，准确地讲，应该叫做玻色弦理论。这里，“玻色弦”指的是，弦的所有振动模式都具有整数自旋，没有半整数的自旋模式，或者说，南部等的弦只有玻色子的振动模式，没有费米子的振动模式，故被称为玻色弦。

南部等的弦理论最初是作为核力的强作用理论来研究的，它们成功地描述了高能粒子如何相互作用，以及它们的质量、角动量和这些量之间的关系等，但是，弦的弹性振动所描述的粒子态中包含有质量为 0、自旋为 2 的粒子，正是这种与核过程无关但与爱因斯坦广义相对论所预言的引力子性质类同的粒子，使施瓦兹和谢尔克，还有米谷明民，想到弦

论有可能被作为统一所有自然力的理论。将弦论看作是核力的强作用理论时，弦有着核子的尺度：1 费米（ $10^{-15}$  米），相应的能标为 100 MeV；而要用其来描述引力，弦就有一个由引力结构决定的自然尺度——普朗克长度（ $\sim 10^{-35}$  米），其能标将等同于普朗克能标—— $10^{22}$  MeV，一下子提高了 20 个数量级，这确实是相当大胆的一步。

鉴于物质基本组分——夸克和轻子——都是自旋为 1/2 的粒子，光靠玻色弦理论来实现上述设想，仅用玻色子振动模式来描述所有的自然力和物质基本组分，显然是不可能的，必须设法把费米子振动模式包括进来。另外，更令人感到困惑的是，在玻色弦理论中，有一种振动模式的质量的平方是负的，即出现所谓的快子<sup>①</sup>。在玻色弦理论框架下，为了使“怪异的快子”这种振动模式变得合情合理，物理学家曾试探过各种可能的解释，结果都失败了。玻色弦理论还遭遇到另一个困难，根据劳弗莱斯（C.Lovelace, 1934~2012）1971 年的研究和布罗维尔（R.Brower, 1959~）、索恩（C.Thorn）和戈达（P.Goddard, 1945~）1971~1972 年间的工作，这个理论的自洽性要求时空的维数为 26。所谓“自洽性”，指的是：玻色弦只在 26 维时空中其振动模式才有可能自洽地描述已知的粒子，并使自旋为 2 的粒子及其同伴的质量为 0，而且，在洛伦兹变换和共形变换<sup>②</sup>下，玻色弦理论保持不变。我们生活其间的毕竟只是三维空间加上一维时间，因此很难接受要求时空维数大于四的弦理论。南部等的弦理论遭遇到的这些困难，使人们越来越感到，必须对其进行根本性的改造。



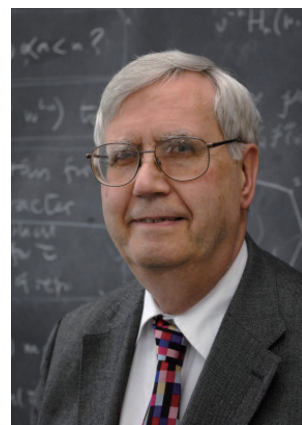
劳弗莱斯



布罗维尔



索恩



戈达

20 世纪 70 年代初，雷芒，还有纳吾和施瓦兹，先后对玻色弦理论进行了改造，分别建立了弦论的雷芒分支和纳吾-施瓦兹分支。新的理论既包含费米子振动模式也包含玻色子振动模式，而且这两种振动模式是成对出现的，也就是说，每一个玻色子对应着一个费米子，每一个费米子也对应着一个玻色子。1976 年，格里奥日、谢尔克和奥立弗引入 GSO 投射，去掉了雷芒分支和纳吾-施瓦兹分支中的一些态，使雷芒-纳吾-施瓦兹理论有了超对称性，而且，特别令人高兴的是，“怪异的快子”也被投射了出去，这样，就解决了真空稳定性问题。1981 年，格林和施瓦兹证明了经过 GSO 投射改造的雷芒-纳吾-施瓦兹理论具有完全的时空超对称，并发现新的理论包含相应的时空超引力。这样，将超对称弦理论与超引力理论相结合的超弦理论就诞生了。应当指出，早在 1971 年，施瓦兹、雷芒和纳吾就将理论自洽性所要求的时空维数从 26 减少到 10，因此，后来流行的、在上述雷芒-纳吾-施瓦兹理论基础上发展起来的超弦理论是 10 维时空理论。那么，如何将 10 维超弦理论，还有 26 维玻色弦理论，改造成自洽的四维时空理论呢？在前一讲提到的那次采访中，施瓦兹谈到：“在随后的几年中，包括我自己在内，做了很大的努力，企图改造这两种理论，使其成为只有四维时空而不是 10 维或 26 维。在这方面，曾经提出过不少饶有兴趣的建议，但往往都是从一个数学上十分漂亮的体系出发，越变越丑，越来越不能令人信服，最后不可避免地成为一个不能自洽的理论。”就这样，直到超弦理论的第一

次革命之后，这个难题才得以解决。

## (2) 第一次革命

1984~1985 年间，有三篇论文引发了超弦理论的第一次革命，它们分别是：（1）格林和施瓦兹关于“10 维超对称规范理论和超弦理论中反常抵消”的文章；（2）以格罗斯 (D.Gross, 1941~) 为首的“普林斯顿弦乐四重奏”关于“杂化弦构造”的文章，这篇文章的其他三位作者分别是哈维 (J. A. Harvey, 1955~)、马丁尼克 (E. Martinec, 1958~) 和威滕 (E.Witten, 1951~) 的学生罗姆 (R. Rohm)，因他们四人当时都在普林斯顿大学，故被戏称为“普林斯顿弦乐四重奏”；（3）坎德拉斯 (P.Candelas, 1951~)、霍罗威茨 (G.Horowitz, 1955~)、施特劳明格 (A. Strominger, 1955~) 和威滕等关于“超弦的真空组态”的文章，现一一介绍如下：

### 格林和施瓦兹抵消反常

1979 年，格林开始与施瓦兹合作，研究如何使弦理论超对称化。经过两年的努力，他们证明了经过 GSO 投射改造的雷芒-纳吾-施瓦兹理论具有完全的时空超对称，并且在计算该理论中引力的量子力学修正时得到了不再发散的有限表达式，也就是说，新的理论包含相应的时空超引力。这样，格林和施瓦兹就将超对称弦理论与超引力相结合创建了超弦理论。与此同时，他们还发现，超弦可以有两类：一类是开弦，南部等的弦就是开弦，它们有着自由的端点；另一类是闭弦，就是一些圈。在最初的超弦理论中，这两类弦同时存在，但是，后来的发展表明，只有闭弦的理

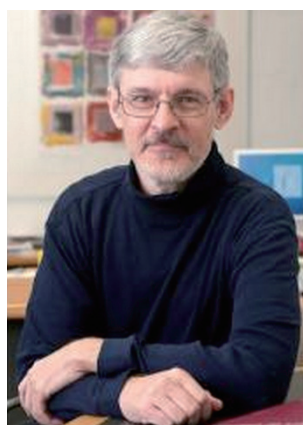




格罗斯



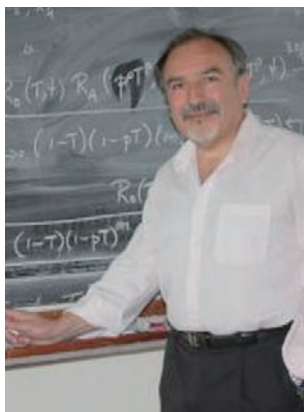
哈维



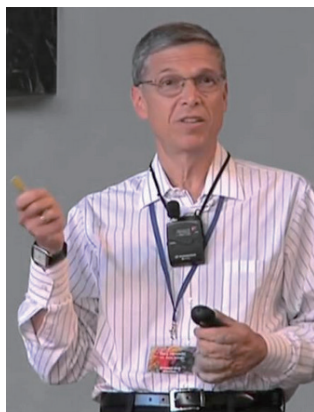
马丁尼克



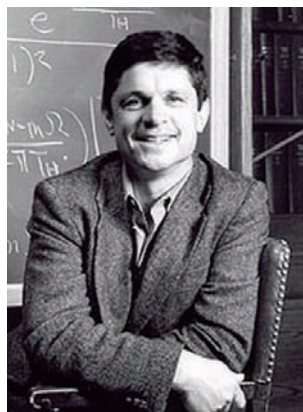
罗姆



坎德拉斯



霍罗威茨



施特劳明格



威滕

论最有成功的希望。

超弦理论，既要被视作为可以统一描述自然力和物质基本组分的基础理论，就应该具有粒子物理标准模型已经具有的所有对称性，例如，手征对称性。格林和施瓦兹发现，当时已经存在的几种超弦理论，除了一种之外，都具有这种左右不对称性，但不幸的是，它们也都包含一种新的不自洽性，使理论有垮台的危险，这就是所谓的“反常”问题，简单地讲，就是具有某种对称性的经典理论，只要考虑了量子力学效应，便会使这种对称性遭到破坏，人们将其称为“有反常存在”。显然，这样的理论不能被认为是一种有意义的自洽的理论，因为手征反常会使从其导出粒子物理标准模型出现困难。

1984年，格林和施瓦兹对其中一种超弦理论——他们称其为I型弦理论——做了详细的计算，惊奇地发现：尽管确实有反常，但最初定义这种理论时使用

的对称性结构有选择的自由，一旦选择了某种特定的方式，反常便会奇迹般地消失，这种导致理论自洽的特殊的对称性结构就叫 $SO(32)$ 群<sup>③</sup>，也就是说，在I型弦理论中，当规范群为 $SO(32)$ 时，可以抵消这种反常。这种抵消，后来被称之为格林-施瓦兹机制。不久之后，格林和施瓦兹又证明了I型弦理论本身是有限的。

在上面提到的格林和施瓦兹1984年的文章中，他们还注意到，另一种对称性结构也可以抵消反常，它就是 $E_8 \times E_8$ 群<sup>④</sup>，不过这种群不能用开弦来实现。他们曾预言存在与之相应的超弦理论，后来，“普林斯顿弦乐四重奏”构造了杂化弦，实现了他们的这个预言，而且由这种对称性结构建立起来的超弦理论最有希望容纳已经观察到的粒子物理现象<sup>⑤</sup>，因此令人更感兴趣。顺便指出：法国人蒂里-米格(J.Thierry-Mieg)等也曾建议用这种群来抵消反常。

格罗斯等构造杂化弦

格林在接受前一讲提到的 BBC 的那次采访中谈到他和施瓦兹 1984 年的工作时说：“这种理论，除了能够描写引力外，没有足够的力量描写所有其他的力，这也是我们的结果没有引起足够注意的原因。直到后来人们对它做了进一步的扩充，变成了今天所谓的“杂化弦”，才使很多人相信它也可以解释其他种力。”格林所说的“杂化弦”，就是以格罗斯为首的“普林斯顿弦乐四重奏”在上述第二篇文章中构造的，那么，他们是如何构造的呢？

格林和施瓦兹所研究的 I 型弦理论既包括开弦也包括闭弦，另外还存在两种只包含闭弦的 II 型弦理论，即 II A 和 II B 型弦理论。对于闭弦，沿弦圈的振动模式可以是顺时针方向的，也可以是反时针方向的，而且这两种振动模式是相互独立的。II A 和 II B 型弦理论的差别在于，在 II B 型弦理论中，顺、反时针方向的振动模式是一样的，而在 II A 型弦理论中，两个方向的振动模式正好相反。引入弦振动模式（或粒子）的自旋概念，这就是说，在 II B 型弦理论中，所有粒子的自旋都指向同一方向，即具有相同的手征性，而在 II A 型弦理论中，粒子的自旋可以指向相反方向，即具有两种手征性。顺便指出：在 I 型弦理论中，闭弦的顺、反时针方向的振动模式也是一样的，与 II B 型弦理论类同。1985 年，“普林斯顿弦乐四重奏”在上述文章中指出：如果把 10 维的 II 型超弦与 26 维的玻色弦相结合，便能得到一个非常合理的理论，即杂化弦理论。所谓“杂化弦”，就是 10 维超弦与 26 维玻色弦“杂交”而成的一种具有“杂交优势(heterosis)”的产物，具体地讲，就是将 10 维超弦中的顺时针方向的振动模式加上 26 维玻色弦的反时针方向的振动模式来构成杂化弦。表面上看，这好像是说，顺时针振动的弦在 10 维时空里活动，而反时针振动的弦却活动在 26 维里，显得很怪异，实际上，“普林斯顿弦乐四重奏”是从反时针振动的 26 维玻色弦中取出 10 个维度与顺时针振动的 10 维超弦相结合来形成物理的 10 维时空，至于 26 维玻色弦中剩余的 16 维，他们则将其卷缩成一个或两个高维的“面包圈”，从而生成杂化 O 和杂化 E 两种弦理论（关于多余维空间的卷缩，我们将在下一节再作介绍）。由于那多余的

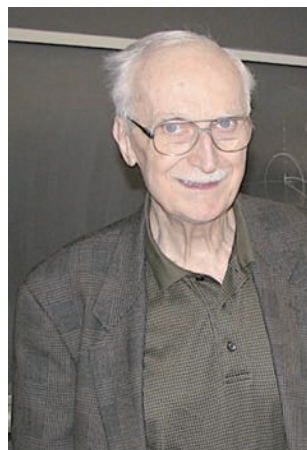
16 维被紧紧地卷缩在普朗克尺度之内，淹没在海森伯不确定关系所引起的“量子涨落”之中，所以，这两种杂化弦理论与 I 型和 II 型弦理论一样，都表现为只有 10 维的样子。当然，它们还是具有某种形式的超对称性，其对称性结构可有两种选择：其一为  $EO(32)$  群，给出杂化 O 弦理论；另一是  $E_8 \times E_8$  群，给出杂化 E 弦理论。这样，“普林斯顿弦乐四重奏”与格林和施瓦兹一起便从超弦理论创建后涌现出的数以千计的理论模型中选出了五种 10 维超弦理论，即 I 型、II A 型和 II B 型、杂化 O 和杂化 E 弦理论，从而大大减少了统一描述自然力和物质基本组分的候选者的数目，引发了超弦理论的第一次革命。但是，对第一次革命贡献更大、引用最多的还是威滕等四人的文章，因为他们解决“如何改造 10 维时空为真实的四维时空”的问题，将超弦理论从只有数人知道的理论做成后来有数千人研究的学问。

威滕等改造 10 维时空

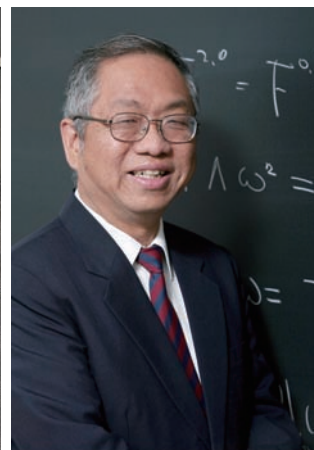
1985 年，威滕等四人将 10 维时空中多余的 6 维空间卷曲为卡拉比-丘 (Calabi-Yau) 流形<sup>①</sup>创建了关于 I 型弦或杂化弦的具有  $N$  等于 1（即只有一个旋量场）的超对称的四维时空理论。

那么，何谓“卷缩”？

以大家熟悉的万里长城为例，从直升机往下看，它是雄伟起伏的城墙，是三维的，但在人造卫星上拍摄到的，却是一条曲线，是一维的，那么，另外两维到哪里去了呢？我们就说，被“卷缩”起来了，可以说，这是关于“卷缩”的最为形象的例子。



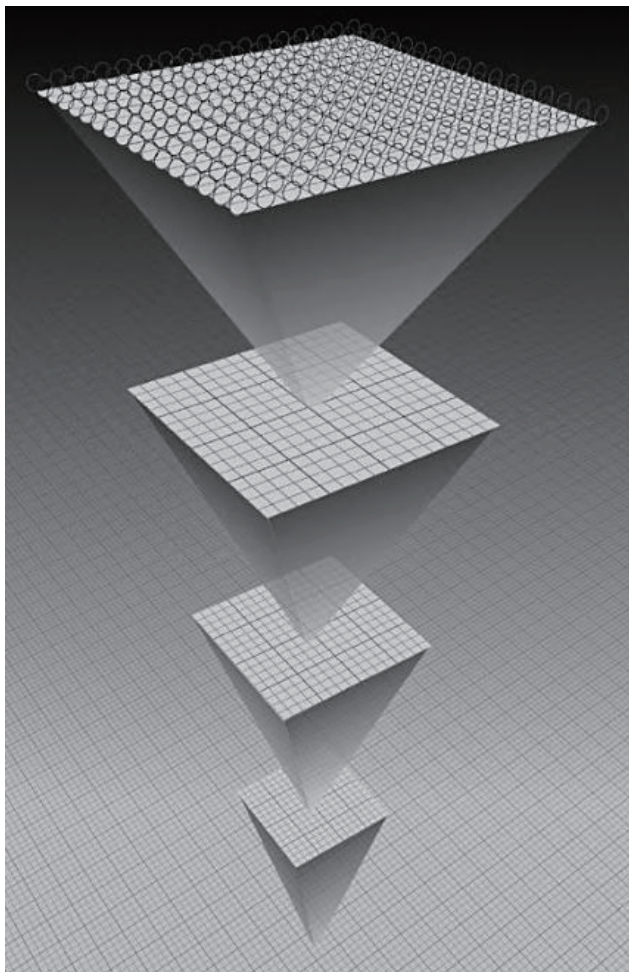
卡拉比



丘成桐



在本系列讲座第三讲“爱因斯坦：试图统一电磁力和引力未能如愿”中谈到“爱因斯坦统一场论”时，曾经提及“德国数学家卡鲁扎（T. Kaluza, 1885~1954）于1919年首先想到把四维时空扩展为五维流形来使电磁场和引力场达到统一”。虽然他的理论及随后克莱因的改进并未帮助爱因斯坦实现电磁场和引力场的统一，但是，他引入的“多维时空”的概念以及用来处理第五维空间的“卷缩”方法却在超弦理论的发展过程中得到了推广应用。下图（a）就是三维空间中有一维被“卷缩”的示意图；图（b）则是10维时空中多余的6维空间被“卷缩”为卡拉比-丘流形的示意图。卡拉比-丘流形是丘成桐（S.T. Yau, 1949~）利用1955年卡拉比（E. Calabi, 1923~）提出的方法将10维时空中多余的6维空间“卷缩”而成的。顺便指出，在学术论文中，现在又将“卷缩”



（a）超微世界可能存在额外的维数，如图中最高层所示（摘自 B. Greene 著 *The Elegant Universe* 的图 8.3）



（b）多余的6维空间卷缩成的卡拉比-丘流形（摘自 B. Greene 著 *The Elegant Universe* 的图 8.10）

称为“紧致化”或“紧化”。另外，从图（a）可以看到，当空间尺度越来越小并接近普朗克尺度时，我们的宇宙可能有额外的维度出现，正如图中最高层所示，不过，这些额外的维度被“卷缩”在超微空间里，以致于目前的实验探针观察不到。威滕等将10维超弦理论中多余的6维空间卷缩成普朗克尺度的小球——卡拉比-丘流形，在目前粒子探针的能量远远低于普朗克能量的情况下，实验无法观察到它，也就是说，粒子探针不能“看到”这多余的6维空间，这样10维超弦理论看起来就像是四维时空理论，于是，便有可能与粒子物理标准模型相联系，用来解释粒子物理实验现象。

至于为何威滕等只讨论I型弦和杂化弦而不考虑II型弦，那是因为I型弦和杂化弦保持手征对称性而IIA型弦没有，因此I型弦和杂化弦理论有可能与粒子物理标准模型相联系。

顺便指出：在本刊上发表的“不确定原理及其应用”（2008年第四期）一文中，我们曾经提到，不确定关系不仅反映了时空( $\Delta t$ 和 $\Delta x$ )和物质及其运动( $\Delta E$ 和 $\Delta p$ )密切相关，而且反映了时空分离时时间不会从零时刻开始，因为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\Delta E \rightarrow \infty$ ，因此，时空应是量子化的。以二维时空为例，时间量子就是普朗克时间；空间量子就是普朗克长度。现在看来，威滕等将10维超弦理论改造为四维时空理论后，空间量子应该就是卡拉比-丘流形。

### （3）又一个低谷

事物发展总是波浪式前进的，弦论的发展也不例外，第一次革命掀起了一个高潮，但持续时间很短，

差不多就是一年时间，因其所涉及的一些主要问题和相应的推广已经研究得比较成熟，很难进一步深入，加上“革命”过程中未能解决的问题仍然未能得到解决，而且看来是越来越难以解决，因此，弦论的发展在随后的十年又跌入了一个低谷。在第一次革命前，弦论的发展曾经经历过一个低谷，施瓦兹在1987年底接受BBC采访时曾经谈到：“随着QCD理论的发展，大多数人还是放弃了这方面的研究，我没有这样做。”当时，只有施瓦兹和谢尔克等少数人还在坚持弦论的研究。但是，这一次低谷与上一次不同，大多数成熟的弦论专家仍在继续从事与弦论有关的研究，主要有以下两方面的工作：共形场论和矩阵模型。

共形场论，顾名思义，是在共形变换<sup>②</sup>下保持不变（即具有共形不变性）的场论。早在20世纪70年代初，苏联人玻利雅可夫（A.M.Polyakov, 1945~）就开始研究共形不变性，并于1981年发表了关于“玻色弦（费米弦）的量子几何”（即所谓玻利雅可夫弦）的两篇重要文章，将二维共形场论不仅应用于凝聚态物理中的临界现象而且应用于弦论。作为这项工作的继续，1984年，三个苏联人：贝拉温（A.A.Belavin, 1942~）、玻利雅可夫和查莫罗德契可夫（A.B.Zamolodchikov, 1952~）发表了简称为BPZ的重要文章，使二维共形场论成为微扰弦论的基础。在了解了BPZ的工作后，美国人弗里丹（D.Friedan, 1948~）与申克（S.Shenker, 1953~）和马丁尼克合作在超对称的二维共形场论方面做出了很好的工作，并向西方介绍了BPZ的文章。



贝拉温



玻利雅可夫



查莫罗德契可夫



弗里丹

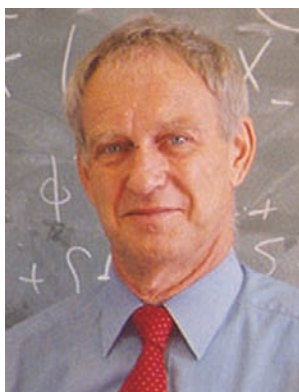


申克

在超弦理论发生第二次革命之前，弦论集中研究其微扰行为，共形场论就是试图从微扰论的角度去理解弦论的自洽背景。但是，弦论的微扰展开的发散程度比量子场论还要严重，或者说，弦论的非微扰效应比量子场论中的还要

大。20世纪80年代，格罗斯和他的印度学生佩里维尔（V.Periwal）就曾对弦论的非微扰性质进行过研究。实际上，早在1974年，特霍夫特为了尝试解决夸克禁闭就曾研究过量子场论中的非微扰效应，引进了所谓的“大 $N$ 展开”。这种展开只有在非阿贝尔规范理论一类的矩阵理论中才能做，其中的 $N$ 就是矩阵的阶数，也就是说，大 $N$ 展开是按 $1/N$ 展开。其后，很多人，特别是布雷赞（E.Brezin, 1938~）、伊日克逊（C.Itzykson, 1938~）、帕里西（G.Parisi, 1948~）和朱伯（J.B. Zuber）等四人的工作，系统地研究了一类简单矩阵模型的平面解。另外，由于大 $N$ 展开与弦的微扰展开极其类似，1989年，以下三个小组几乎同时发现了等同于弦论的矩阵模型：一组是苏联人卡扎科夫（V.Kazakov, 1954~）和法国人布雷赞；另一组是道格拉斯（M.Douglas, 1961~）和申克；第三组是格罗斯和米格达尔（A.Migdal, 1945~）。正是这些工作最终导致矩阵模型在第二次革命后为M理论提供了一种相对来说便于操作的近似计算方法。

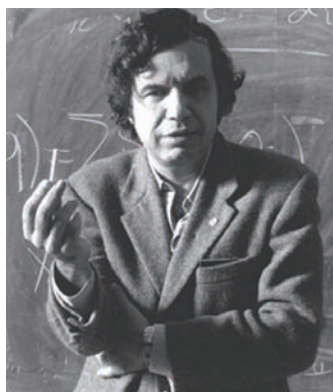




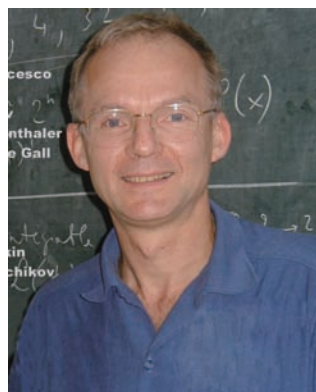
布雷赞



伊日克逊



帕里西



朱伯



道格拉斯



米格达尔

超弦理论的第一次革命使物理学家认识到，弦论结构的核心元素——超对称性，实际上可以通过5种不同的方式进入弦论。每一种方式都能生成成对的玻色子和费米子振动模式，但是，这些对的具体性质有着巨大的不同，它们所产生的五种理论，即I型、IIA和IIB型、杂化O和E型弦理论，虽然都具有弦论的一切特征，但是在细节上仍有所不同。研究超弦，原本是要建立一个能够统一描述物质基本组分和作用于其间的自然力的终极理论，现在一下子出来了五个理论，如果考虑到将10维超弦理论改造为四维时空理论可以用不同的方式将多余的6维空间卷缩起来，那么还会有更多的模型，对弦理论学家来说，只是很讨厌的。终极理论，或者说，关于宇宙的最深刻、最基本的认识，应该是唯一的。我们生活在一个宇宙中，自然希望只有一个解释。威滕说：“如果5个理论有一个描写了我们的宇宙，那么谁住在其他4个宇宙呢？”超弦理论的第二次革命，特别是M理论的创建，将弦论的研究推进了一大步：原来，这五种不同的理

论只是描绘同一理论的五种不同方法。因此，借助M理论，超弦理论确实有可能走向统一。

①快子：一种假定的以超光速运动的粒子，也曾被称为超光子。1960年，印度物理学家苏达山等，利用与惯性坐标系选择无关的洛伦兹不变量——粒子的静质量和自旋——来研究粒子的运动属性，并按粒子质量的平方 $m^2$ 把粒子分为三类：（1）慢子（ $m^2 > 0$ ）——静质量不为0、速度小于光速的粒子；（2）光子（ $m^2 = 0$ ）——静质量为0、速度等于光速的粒子；（3）快子（ $m^2 < 0$ ）——静质量为虚数、速度大于光速的粒子。快子的静质量虽为虚数，但因其速度大于光速，它的能量和动量仍是实数，因此，快子仍是可观测的。只是，快子的 $m^2 < 0$ 会使其在真空中喷涌而出，这样，真空的稳定性便出现了问题，这在逻辑上是令人难以接受的。

②共形变换，就是保持任何图形的所有夹角而改变其长度的变换。

③ $SO(32)$ 群是空间转动群 $SO(3)$ 的推广，它与在杨-米尔斯规范场理论中出现的 $SU(2)$ 群同属单纯李群。单纯李群分为A、B、C、D四类， $SU(2)$ 群属于A类； $SO(3)$ 群属于B类； $SO(32)$ 群属于D类。 $E_8$ 群在这四类之外，称为例外群，意即上述分类之外的单纯李群。

④在目前可以达到的能量范围内，实验上已经观察到的粒子物理对称性是 $E_8 \times E_8$ 群中的一个 $E_8$ 的一部分；另一个 $E_8$ 描写一类新的物质，人们称之为“影子物质”，它们与我们所熟悉的物质或者完全不发生相互作用，或者只有极弱的相互作用。

⑤在多维时空中，就像在四维时空中一样，零维是点；一维是线；二维是面，三维是体，大于三维的具有一定光滑性的时空连续区，就叫“流形”。

