

## 引力波探测和引力波天文学

曹周键

(中国科学院数学与系统科学研究院 100190)

### 一、引力波理论基础

引力相互作用是目前人类已经认识的四种基本相互作用之一。广义相对论是爱因斯坦在 1915 年提出的引力理论。在现有的引力理论中，广义相对论是能通过到目前为止所有引力实验检验的、最为简洁的引力理论之一。光线偏折、时间延迟、引力红移、黑洞等广义相对论的理论预言一一被实验所证实。引力波也是广义相对论的重要理论预言之一。泰勒 (J. Taylor) 和赫尔斯 (R. Hulse) 通过对双星系统 PSR1913+16 的观测间接证明了引力波的存在，他们也因此获得 1993 年的诺贝尔物理学奖。但直到现在人们还没有直接观测到引力波。

现存的几乎所有引力理论都预言了引力波的存在。下面我们介绍广义相对论对引力波的理论描述。在广义相对论中，引力由时空几何来描述，引力波也就对应时空几何的波动。在时空中除引力外不受力的测试粒子沿测地线运动。测地线对应我们常见的欧氏几何中的直线。没有引力存在的时空对应的几何是最简单的非欧几何——闵氏几何，其上的测地线也是直线。引力的存在将导致时空的弯曲，这时的几何将是复杂的非欧几何，其上的测地线也变成复杂的曲线。通常我们把时空中除引力外不受力的粒子叫做测试粒子。两个相邻的测试粒子各自沿时空的测地线运动，当时空几何发生波动时，它们之间的距离也随之发生波动。该过程定量地由测地偏离方程描述（感兴趣的读者请参阅梁灿彬、周彬所著《微分几何入门与广义相对论》，上册公式 7-6-8）。

通常，在探测引力波的时空区域，引力场很弱，可以用微扰的办法来描述引力波。在该方法中，引力波由一个量纲为 1（或者说没有单位）的量  $h$  来描述。假设没有引力波时上述的两个沿测地线运动的测试粒子间距  $L_0$ ，引力波来了后它们的距离变为

$$L = hL_0 \quad (1)$$

在发射引力波的源端，引力场很强，近似理论一般都失效。引力波在源端的行为分为近场区和波动区如同电磁波的发射一样，在近场区，波的概念不清楚。人们更关心的是波动区的行为。对于引力波源，波动区在理论上对应为引力波源作为孤立体的渐近区。在渐近平直时空的情况下，这个渐近区可以用邦迪-萨克斯理论框架来描述。在该框架下，引力波描述为消息函数  $c(t, \theta, \phi)$ 。其中的  $\theta$  和  $\phi$  是球坐标系的角坐标。消息函数  $c$  对应上述  $h$  的一阶时间导数  $\dot{h}$ 。再根据 (1) 可知，邦迪消息函数的一阶时间导数对应测试粒子的相对加速度。

从以上的讨论可见，引力波的行为归根结底就是时空几何的行为。但这里的描述只是运动学层次的描述。动力学描述涉及爱因斯坦方程的求解，我们将在第四节中讨论。

### 二、引力波探测器

通过测量引力波对物质的影响即可探测引力波。目前人们有以下五种引力波探测方式。在宇宙早期，引力波对电磁辐射产生影响。这些电磁辐射演化到今天变成宇宙微波背景辐射 (CMB)。通过对 CMB 的相关测量可测量宇宙早期的引力波，这样的探测器包括 BICEP 等。宇宙中的星体，如脉冲星、地球等，近似地是孤立系统，所以沿测地线运动。通过测量脉冲星与地球间的距离变化即可测出测地偏离，从而达到测量引力波的目的。脉冲星计时测量就是这样的测量方式。通过悬挂或者无拖拽等先进技术让试探物体沿测地线运动，同时通过激光干涉测量试探物体间的距离变化也可达到引力波测量的目的。正在运行的 LIGO 等地面干涉仪和计划中的空间引力波探测计划 eLISA 和天琴等使用的就是这样的探测方式。引力波和物体相互作用，在适当的情况下可以导致物体共

振，韦伯型共振棒就是通过这种方式测量引力波的。通过测量引力波对高斯型微波光子流的影响也可以达到引力波探测的目的。微波频带高频引力波探测器使用的就是这样的测量方式。从实际探测的角度看，这些探测器具有不同的测量频段（如图 1 所示）。CMB 探测的引力波频段在约  $10^{-16}$  Hz，脉冲星计时探测的频段在约  $10^{-8}$  Hz，空间引力波干涉仪的探测频段在约 0.01Hz，地面引力波干涉仪以及韦伯型共振棒的探测频段在约几百 Hz，高斯型微波光子流探测器的频段在约  $10^9$  Hz。

在引力波探测实验中，方程（1）动态地表现为

$$\ddot{L} = L_0 \ddot{h} + \frac{1}{m} f, \quad (2)$$

其中  $L$  是两个试探物体的距离， $L_0$  是引力波不存在时两个试探物体的距离， $m$  是试探物体的质量， $f$  是试探物体所受的除引力外的作用力。为了提高实验灵敏度， $f$  要做得尽量的小，这就是 LIGO 复杂悬挂系统的动机。理想地， $f=0$ ，方程（2）的解可写为

$$L = L_0(1+h). \quad (3)$$

可见引力波可导致测试物体间的距离变化  $\Delta L = L_0 h$ 。引力波探测器的灵敏度体现为能分辨的最小  $h$  大小。随着人类精密测量技术的发展，引力波探测器的测量精度也越来越高。典型地，当前 LIGO 的测量精度约为  $10^{-22}$ ，脉冲星计时的测量精度约为  $10^{-15}$ 。在不久的将来，LIGO 升级到 Advanced LIGO，精度可达  $10^{-23}$ ；等到平方公里阵列望远镜（SKA）建成，脉冲星计时的测量精度可达  $10^{-16}$ 。考虑到 LIGO 的测

试物体间距约 4 千米， $h \approx 10^{-23}$  的测量精度意味着它可以测量出  $\Delta L = L_0 h \approx 10^{-20}$  米的距离变化。这比原子核的直径  $10^{-15}$  米还要小 5 个数量级！

### 三、引力波源

由于引力相互作用极其微弱，和电磁波不同，人造引力波源是完全没有希望的。举个例子，我们想办法让两个 1 吨重的物体相距 10 米，以 1 千米每秒的速度相互绕转（比较我们中国高铁的速度约为每小时 300 千米，合为 0.1 千米每秒。可见这个物理设定很难实现）。这个系统发射引力波的频率约为 10Hz，波长约为地球直径。为了让引力波有意义，我们至少要在一个波长外的区域（波动区）进行引力波探测，那个地方的引力波强度约为  $10^{-43}$ 。这个强度太弱，基本没有意义。

但对于宇宙中的星体就不同了，它们质量大，运动速度可以接近光速。比如说天体 V1182Aql，它处在离地球 1500pc（合为  $4.6 \times 10^{19}$  米）的地方，由两个质量分别为 31 个太阳质量和 17 个太阳质量的星体组成。它们以 1.62 天的周期相互绕转。该天体发射频率为  $7 \times 10^{-6}$  Hz 的引力波，强度约为  $10^{-21}$ 。这样的系统在天文学中被称为双星系统。粗略地说，宇宙中的双星系统分为超大质量双黑洞系统、恒星级质量双星系统和质量一大一小的双星系统。宇宙大尺度结构的形成过程很可能包含一连串的星系并合。而星系的并合会带动其中心的超大质量黑洞靠近而形成超大质量双黑洞系统。天文观测表明，大多数恒星级质量的天体都以双星的形式存在。所以可以相信恒星级的双黑洞

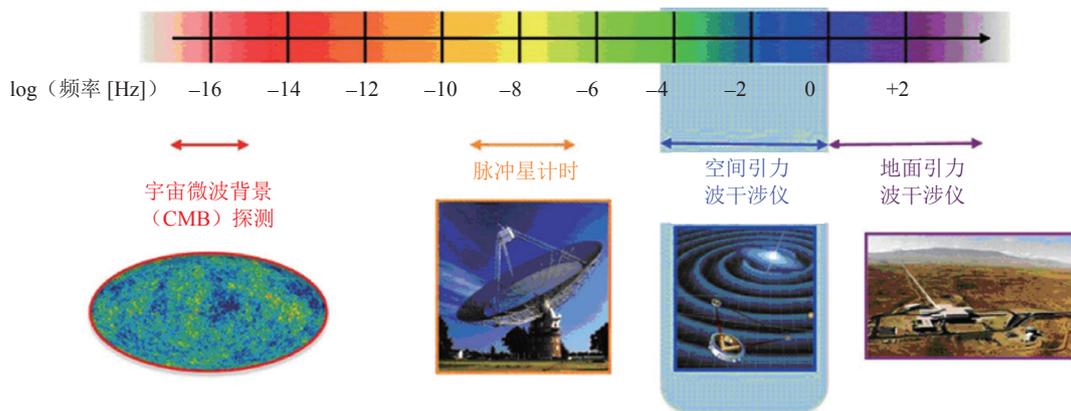


图 1 不同引力波探测器对应的不同引力波频段

# 纪念广义相对论创立 100 周年

系统、黑洞-中子星双星系统、双中子星系统以及双白矮星系统是比较普遍的天体系统。星系中心的超大质量黑洞会俘获其周围的小星体，比如银河系中心的超大质量黑洞，这种俘获过程将形成质量一大一小的双星系统。所有这些双星系统都会发射较强的引力波。所以双星系统是引力波探测实验中最为可能的波源之一。

偏离轴对称的旋转中子星将发射引力波。偏离轴对称的程度越大、旋转速度越快，则所发射引力波越强。超新星爆发是一个极端剧烈的过程，极大质量的物质偏离对称性的剧烈运动将发射强烈的引力波。所以旋转中子星、超新星爆发等都是引力波探测实验的可能波源。

极早期宇宙处于很高的能量标度，量子效应很明显。来自真空的量子涨落在经历诸如暴涨等过程后被放大，形成引力波（人们把这种引力波叫做原初引力波）。由于量子涨落的随机性，可以相信所产生的原初引力波会分布在所有的频段。这些引力波随着宇宙的演化变成今天的引力波（有的时候人们又把这种引力波叫做遗迹引力波，可见原初引力波和遗迹引力波是同一个东西）。所以遗迹引力波也是引力波探测实验重要的引力波源。

上述的引力波源对应不同的频段（见图 2）。根据广义相对论理论和人们目前的天文观测积累，这些引力波源的理论预期典型强度如下。受宇宙演化的影响，遗迹引力波强度随频率增加而减小。在脉冲星计时的  $10^8$  Hz 频段，遗迹引力波的强度小于  $10^{-18}$ ；到 LIGO 的几百 Hz 频段，强度更是小于  $10^{-26}$ 。所以

遗迹引力波的最可能探测方式是 CMB。在 CMB 对应的  $10^{-16}$  Hz 频段，遗迹引力波的强度小于  $10^{-8}$ 。质量在  $10^8$  个太阳质量以上的超大质量双黑洞，其典型的引力波强度约为  $10^{-16}$ ，如双黑洞系统 OJ287。质量在  $10^6$  个太阳质量以上的超大质量双黑洞，其典型的引力波强度约为  $10^{-20}$ 。对于恒星级质量的双星系统，其典型的引力波强度约为  $10^{-23}$ 。对于超新星和旋转中子星，目前的天文观测积累还无法给出一个它们所释放引力波强度的理论估计。

## 四、引力波波源建模

早在二战时期，人们针对雷达数据处理的问题提出了匹配滤波技术，可以很好地增强信号探测的能力。现在，匹配滤波技术被引入到引力波数据处理中。以 LIGO 探测器为例，典型地，匹配滤波技术可以在既定硬件灵敏度的基础上提高引力波探测能力约 100 倍。比如说，基于 LIGO 现有的  $10^{-22}$  的灵敏度，人们给出了天蝎座（Scorpius）X-1 引力波强度上限小于  $10^{-24}$  的结果（感兴趣的读者可具体参阅 PRD91（2015）062008）。但匹配滤波技术使用的前提条件是已知引力波的理论模型。所以说，相对于探测器硬件建设，引力波波源建模可以在软件层次上提高引力波的探测能力。对于地面和空间干涉仪，典型地，它可以提高探测能力 100 倍以上。

粗略地说，引力波探测涉及的是引力波的运动学，而引力波波源建模涉及的是引力波的动力学。更确切地讲，引力波波源建模需要求解爱因斯坦方程，而且是针对宇宙中实际的天体求解爱因斯坦方程。现存的

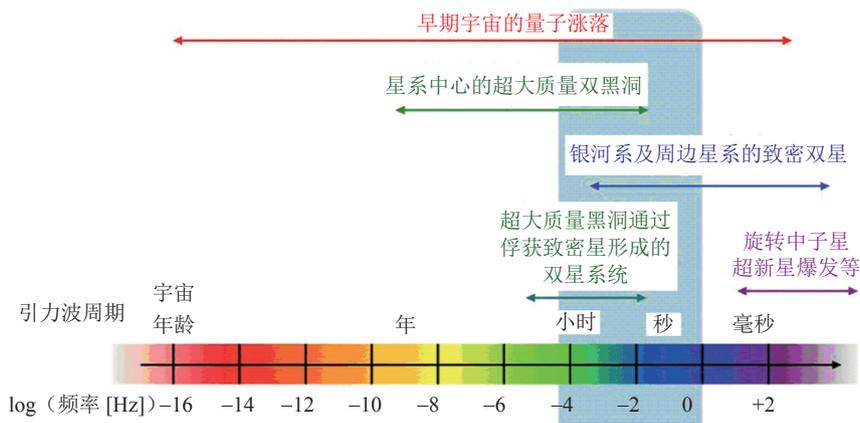


图 2 典型的引力波源及其对应的引力波频段

关于爱因斯坦方程精确解的计算方法往往基于时空的对称性假设。但实际的天体系统一般都不会具有对称性，所以这些精确解的方法都失效。在引力波探测关心的强引力波发射阶段，系统往往处于强引力、强非线性、近光速的运动状态。针对这些阶段，后牛顿展开、微扰等近似方法也都失效。故而，数值计算的方法在引力波波源建模问题中扮演了非常重要的角色。对于爱因斯坦方程，超出人们预期的是，即使是数值计算也非常困难。作为广义相对论一个独立的研究方向——数值相对论，也在这样的背景下发展起来。在 2000 年左右，著名的广义相对论专家基普·索恩(Kip Thorne, 电影《星际穿越》的科学指导)曾说，数值相对论比引力波探测本身还难。

从前面的论述可见，双星系统是人们预期最为常见的引力波源之一。进一步到双黑洞系统，由于它不涉及物质，动力学上只涉及真空爱因斯坦方程，所以在理论建模的运动方程层面没有模糊性。在这个意义上，双黑洞系统是理论上知道得最清楚的引力波源。这使得双黑洞系统成为引力波探测最为重要的波源之一。下面我们以前述双黑洞系统为例简述引力波源建模的方法。

当双黑洞间距较大时，它们相互旋绕的速度较低，这时后牛顿展开是适用的。这段过程被称作双黑洞旋进 (inspiral) 早期。伴随着旋绕过程引力波的释放，能量被耗散，两个黑洞相互靠近。它们的运动速度也逐渐加快，到它们的间距为几十个史瓦西半径时，运动速度和光速可以比拟，后牛顿展开的偏差比较大。这时对应双黑洞旋进后期。接下来，双黑洞迅速靠近，然后碰撞、融合形成一个大的黑洞。这个过程被称为双黑洞并合 (merger)。旋进后期和并合期是双星系统引力波强度最大的阶段，正是引力波探测最感兴趣的阶段。针对这个阶段，数值相对论几乎是目前唯一可行的处理爱因斯坦方程的手段。图 3 是双黑洞旋进后期、并合以及铃振 (ringdown) 过程的例子。铃振过程是指并合得到的大黑洞形成以后，它会经历一段时间慢慢变成稳态的单个黑洞。最后的稳态黑洞是一个克尔 (Kerr) 黑洞，而铃振过程可看作是克尔黑洞的微扰以振荡的方式衰减、耗散的过程。对应图 3，

我们首先通过数值求解爱因斯坦方程的初值方程部分得到时空度规 (描述时空几何的物理量，感兴趣的读者请参阅梁灿彬、周彬所著《微分几何入门与广义相对论》，中册第十四章) 的初始值。然后通过数值求解爱因斯坦方程演化该初值进而得到整个四维时空的度规。随后我们通过数值分析工具分析所得四维时空度规，进而得到相关物理结果。比如说我们可以通过分析表观视界 (黑洞在微分几何中的对应物，感兴趣的读者请参阅梁灿彬、周彬所著《微分几何入门与广义相对论》，下册第十六章) 确定黑洞的形状和位置。图 3 (a) 对应的就是不同时刻黑洞的位置。在引力波的波动区，使用数值分析工具计算微分同胚协变的外尔 (Weyl) 张量，对应该系统所释放引力波 (如图 3 (b))。软件 AMSS-NCKU (计算机软件著作权登

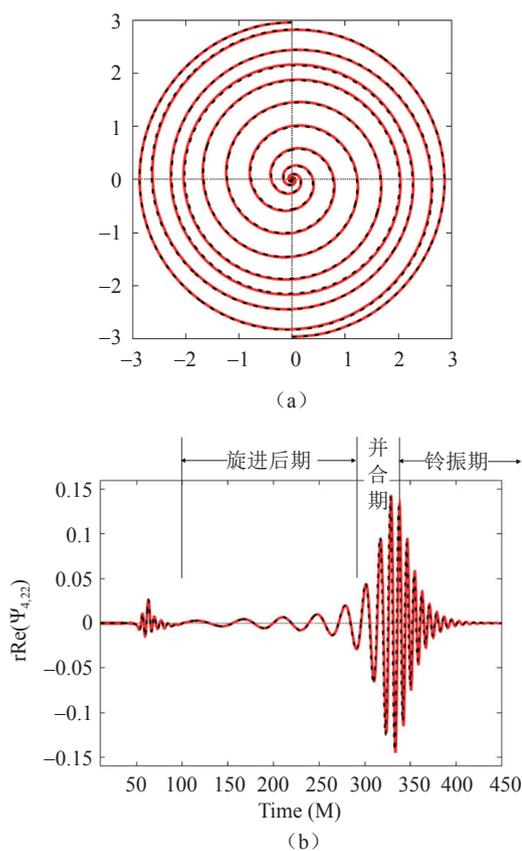


图 3 (a) 通过数值求解爱因斯坦方程得到的双黑洞轨道演化。图中显示的是两个黑洞不同时刻的  $(x, y)$  坐标。它们的初始位置分别在  $(0, 3)$  和  $(0, -3)$ 。(b) 数值计算所得到的引力波波形。这里使用了几何不变量来表达引力波，具体对应  $\bar{h}$ ，也就是正文中讲到的  $h$  的二阶时间导数。本图使用了几何单位制，并且使用了双黑洞的总质量作为基本单位

记号 2015SR047789) 包含整套相关的计算和分析工具, 图 3 的结果由该软件计算得到。基于广义相对论的标度不变性, 我们可以通过适当的标度变换把图 3 的结果应用到若干不同总质量的双黑洞系统。比如对应质量为 10 个太阳质量的双黑洞组成的双黑洞系统, 假设它们处在离地球 100Mpc (合约  $3 \times 10^{24}$  米) 的地方, 则图 3 的结果告诉我们其并合时的引力波强度约为  $4 \times 10^{-21}$ 。

## 五、引力波天文学

不同的引力波源所释放的引力波不同, 反过来讲, 引力波携带着引力波源的信息。所以人们可以通过引力波探测实现对天体的观测, 这就是引力波天文学。当然, 真正意义的引力波天文学只有在引力波探测实现以后才会到来。根据当前 Advanced LIGO 的发展进度, 我们可以相信人们可以在接下来的几年时间内实现这个梦想。

引力波的数据处理包括无模型处理和模型化处理。前述的匹配滤波方法是典型的模型化处理方法。两种方法都可以提取相应的波源信息。但从前面对匹配滤波方法的描述可知, 模型化处理方法具有更高的引力波探测能力。同时, 模型化处理在波源信息提取方面更具有系统性。下面我们以前述匹配滤波法为例简述通过引力波探测提取波源信息的过程。对于某类确定的引力波源, 比如说双黑洞系统, 它将涉及若干的系统参数, 如双黑洞系统的黑洞质量、黑洞自旋、轨道偏心率等。我们记这些参数为  $p$ , 通过理论建模可以得到引力波波函数  $h(p; t)$ 。假设探测器给出测量数

据  $s(t)$ , 探测器的噪声功率谱为  $S(f)$ 。由此我们可以计算

$$\rho^2 = \max_p \left[ \text{Re} \int \frac{\bar{s}(f) h(p; f)}{S(f)} df \right], \quad (5)$$

其中上横线表示复数共轭,  $h(p; f)$  和  $s(f)$  分别是  $h(p; t)$  和  $s(t)$  的傅里叶变换。Re 表示取实部。 $\max_p$  表示对所有可能  $p$  取最大值。 $\rho$  是匹配滤波以后的信噪比 (SNR)。当 SNR 足够大时, 就意味着探测到信号  $h(p_0; f)$ , 其中  $p_0$  是 (5) 式取得最大值时对应的  $p$ , 也就是所测波源的参数。以这种方式, 人们就完成了对引力波源信息的提取。在此, 我们再一次看到引力波波源理论建模的重要性。它不仅可以在很大程度上提高引力波探测能力, 而且它还是引力波天文学实现波源信息提取的理论基础。

## 六、总结与展望

引力波作为广义相对论的理论预言, 一开始就带着神秘色彩。人们, 包括爱因斯坦本人, 经过长时间的理论探讨, 直到 1962 年才由邦迪等人从理论上彻底弄清引力波的存在性。1993 年泰勒和赫尔斯对双星系统 PSR1913+16 的观测从实验层面给出引力波存在的证据。但直到现在引力波仍然躲在人们的视线之外。它的神秘和魅力引导科学家们不断地追求。等到它的神秘面纱被揭开的时刻, 全新的引力波天文学就将开启。到时, 引力波会向人类打开观测宇宙的一扇全新窗户。联合目前的电磁波天文学, 丰富多彩的多信道天文学即将展现在人们的面前。可以预期, 届时人类将观测到许许多多的全新物理现象和天文现象。



## 科苑快讯

### 为什么鲨鱼在黑暗中发光

生活在海平面下几百米的生物令人既陌生又好奇, 乌鲨也不例外。称为侧发光器的神秘荧光标记覆盖在这种纤巧细长的鲨鱼身体两侧, 在黑暗的海水中熠熠生辉。深海研究者努力解读这些标记存在的



原因, 他们不用诱捕猎物, 当然也不需要伪装以及警告猎食者离开。这些荧光标记有何作用呢? 根据最新的研究, 他们是为了寻找伴侣。这些闪亮标记是为了增进种内联系

或同一物种间的沟通。研究者在《皇家学会开放科学》(Royal Society Open Science) 上做了报告。

在黑暗中不易吸引到同伴, 雄性和雌性身体的闪亮部分并不相同, 科学家认为这有助于找到伴侣。不论什么原因, 闪亮标记无疑是成功的进化, 目前乌鲨的种类已达 40 个。

(高凌云编译自 2015 年 7 月 28 日 [www.sciencemag.org](http://www.sciencemag.org))