

## 交通网的结构特性

辜 姣<sup>1,2</sup> 邓为炳<sup>2</sup> 郭 龙<sup>3</sup> 江 健<sup>4</sup> 池丽平<sup>2,\*</sup> 李 炜<sup>2</sup>

(1 江南大学理学院 214122; 2 华中师范大学盖尔曼复杂性科学研究所 430079; 3 中国地质大学(武汉)

数学与物理学院 430074; 4 武汉纺织大学非线性研究所 430200)

### 一、导 言

交通是现代生活的重要组成部分,随着科技进步与社会发展,交通运输系统也发生着日新月异的变化。100多年前的中国,广泛存在的“交通”主要通过人的两条腿完成;50多年前,上下班的自行车大军是城市中一道壮丽的“人工”景观。现在的中国,汽车已成为许多家庭的必备工具。与个人交通工具的快速发展相同,公共交通也发生了翻天覆地的变化。城市中装载着人群穿梭的,不仅有陆地上忙碌的公共汽车,还有地下呼啸奔驰的地铁。绿皮车与轰隆轰隆的车轮声正慢慢成为许多人的记忆,越来越多白色宽敞的动车和高铁伴着嘹亮的鸣叫驶入站台。“飞的”已是许多商务人士的家常便饭,密集的航班和相对低廉的票价使得飞机成为了国际旅行的首选交通工具,为洲际间的交流提供了方便。一艘艘满载着集装箱的货轮交织穿梭于四大洋之间,将整个世界连接成现代化的工厂,为现代化的全球分工协作提供保障。交通如同空气一样,充斥着现代化生活的方方面面。如果将交通中的实体抽象成节点,节点之间的连接抽象成线,它们所织成的大网几乎可以罩住地球上所有有人居住的地方,而这张大网也展现着它迷人的魅力。

### 二、交通网络的拓扑特性

交通运输系统可用点和线组成的网状结构描述,图1为我们展示了航空、地铁、公交运输系统的示意图。例如,在航空网络中,每个机场抽象成一个节点,而航班成为连接这些节点的连线,机场与航线组成了航空网络。为了方便有效地研究交通运输系统,我们利用图论的思想和方法将其映射为交通网络,进而依据拓扑特性对其整体性质进行分析,如节点度分布、聚集系数、最短路径等。

在对交通网络的拓扑特性进行分析的过程中,我们从关注问题的角度出发,分别在不同的表象空间研究其拓扑特性,这里常用的是P空间和L空间(见图2):P空间忽略了交通工具在运输过程中的时间属性和空间属性的约束,主要考虑人们对交通工具的换乘要求;L空间更专注于时空属性对交通系统的限制,主要考虑交通工具的依次停靠要求,因此L空间对客运系统的运输效率有更重要的影响。

这里,我们主要介绍交通网络研究中将要用到的三个基本拓扑量。

(1) 节点度及其分布。某个节点的度 $k$ 是指与该节点相连的边的数目。在有向网络中,节点度又可



图1 三种交通运输系统的示意图

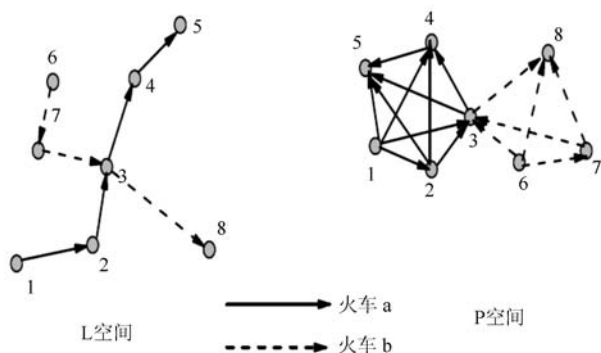


图2 直观解释L空间和P空间的有向铁路网络图。其中，实线和虚线分别表示火车a和火车b的实际运营线路，节点(灰色圆点)表示两列火车分别停靠的站点

分为出度  $k_{out}$  和入度  $k_{in}$ ，其中出度是指由该节点指向其他节点的边的数目，入度是指由其他节点指向该节点的连边数目，总的节点度则为  $k=k_{in}+k_{out}$ 。节点度反映了该节点在网络中与其他节点联系(或相互作用)的强弱，可以表征该节点在网络中的重要程度。例如在交通网络中，L空间的节点度反映了其他节点经过该节点的数目；而P空间的节点度反映了其他节点无需换乘即可到达该节点的数目。知晓每一个节点的节点度只是了解了该节点的局域属性，从整个系统而言，我们还需要分析节点度的整体特性——节点度分布  $P(k)$ 。大量实证分析表明真实交通网络的节点度分布满足幂律分布  $P(k) \sim k^{-\gamma}$ ，完全不同于规则格子和随机图的节点度分布。我们称具有幂律度分布的网络为无标度网络。交通网络的节点度满足幂律分布，说明交通网络节点度的差异性很大，比如中心区节点度很大，边缘区度较小。例如，我们测出法国勒芒地区的城市道路网中  $\gamma$  为 3.1，北京公交网为 2.86，武汉公交网络为 2.41，天津公交网络为 2.68 (实际上大部分交通网络具有节点度分布的双段幂律特性  $P(k) \sim k^{-\gamma}$ ，当  $k \geq k_c$  时，幂指数为  $\gamma_1$ ；当  $k < k_c$  时，幂指数为  $\gamma_2$ 。在这里，只列出首段幂律分布的幂指数，即  $\gamma_1$ )。

(2) 聚集系数。聚集系数反映了网络中节点聚集的强弱。考虑  $N$  个节点的网络，与第  $i$  个节点有连接的节点数为  $k_i$ ， $k_i$  个节点彼此相连的最多连线数为： $k_i(k_i-1)/2$ 。用  $M_{real}$  表示  $k_i$  个节点之间实际存在的连接条数，比值  $C_i = \frac{M_{real}}{k_i(k_i-1)/2}$ ，( $0 \leq C_i \leq 1$ ) 反映了结点  $i$  的“邻居”之间的连接紧密度。而平均聚集

系数  $\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$  则反映了整个网络作为一个整体的相互连接的频繁程度和复杂程度。

(3) 最短路径和平均最短路径。在网络中两节点 ( $i, j$ ) 间的路径长度定义为从节点  $i$  到节点  $j$  经过的边的数目。节点  $i$  和  $j$  之间往往有许多不同的可选择的路径，通常定义这两个点间连边数最少的路径为最短路径  $L_{ij}$ ，它在网络信息的传输中起着很重要的作用。网络的平均路径长度  $\langle L \rangle$  可定义为该网络中任意两个节点间最短路径的算术平均值，即

$$\langle L \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N L_{ij}$$

它在一定程度上反映了整个网络的信息传输的效率。在对实际网络研究的过程中，学者往往将之与随机网络进行比较。比较的前提是它们具有相同的尺寸，即具有相同的节点数目和连边数目。若实际网络的平均聚集系数远大于随机网的平均聚集系数，而实际网络的平均最短路径远小于随机网的平均最短路径，这种性质称为小世界性质。具有小世界性质的网络称为小世界网络，典型的实例便是社会网络中的“六度分离”。表1展示了交通网络同样具有小世界性质。大量实证研究表明，不仅仅是交通网络和社会网络，其他如生化网络、神经网络等，大都具有节点度分布的无标度性质和小世界性质。

表1 我们所研究的部分实际交通网络的基本拓扑参量

	$N$	$M$	$\langle L \rangle$	$\langle C \rangle$
美国航空网	215	116725	2.40	0.61
法国勒芒道路网	1585	5066	4.18	0.042
上海地铁网	251	275	14.93	0.007
北京公交网	9182	27601	23.9	0.163
武汉公交网	1692	5036	16.2	0.167
天津公交网	3219	9002	25.2	0.161

注：美国航空网的分析在P空间进行；其他网络均在L空间进行。

### 三、交通网络的运输效率

无论对于公共交通的使用者，还是公共交通的设计者，交通网络的效率问题都是需要重点考虑的。这个效率不仅包括狭义上选择行车路线时花费时间的多少、运输能力的大小，还包括建设成本的多寡。以地铁网络为例，在选择搭乘方案时，人们希望使用最短的时间到达目的地，这使得运输网络中的平均最短路径不能太大。在城市生活中，不可避免的是工作日的上下班早高峰，这是考验交通系统运输能力的重要时

期，此时地铁线路的数目有限，只能通过增加班次来扩大运输能力，消化聚集的大量人群。为了使地铁系统服务尽可能多的人群，可以设置更多的站点，但这无疑会增加建设成本，并导致站点过多，增加出行时间，降低运输效率。

如何衡量一个交通网络的效率呢？抛开班次的增加或减少，交通网络的效率实际上取决于运输网络的拓扑结构。目前关于交通网络的效率有很多种定义方式，在此，我们仅介绍与我们工作相关的测量方法。

在交通网络中，任意两个站点间的平均花费时间是评价交通网络运输效率的一个重要因素，而这个时间又与网络中这两个点的最短路径密切相关。拉托让（Latora）和马尔基奥里（Marchiori）根据两点间的最短路径的倒数定义了两个站点间的效率，网络的全局效率则是网络中所有站点间效率的平均值。而每一个节点的局部效率则为这个点的近邻组成的子网络中，所有节点间的效率。统计所有的点的局部效率并进行平均得到的是网络的局部效率。有趣的是，对于波士顿地铁网络，如果仅仅只统计地铁网络的效率则会得到具有较高全局效率和较低局域效率的结论。而把公交网络和地铁网络一起考察时，此时的交通网络既具有较高的全局效率也具有较高的局部效率。这是因为，地铁网络接近树状网络，而公交网络为其加入了一些连边，使得整个交通网络更接近于小世界网络。而这些加入的连边可以迅速提高网络的局部效率。由此可见，网络的结构对网络功能可以起到非常大的影响。

网络的运输效率还可以通过分形和能量来定义。分形是法国数学家曼德博（Mandelbrot）在 20 世纪 70 年代提出的。简单而言，分形通常指的是一类形状或边界很粗糙几何体，这些几何体被分成数个部分后，每一部分都与整体缩小后的形状相似或接近。例如，图 3 是一幅著名的分形图形——科赫（Koch）雪花。从初始的直线开始，每一步，都将直线平分为三段，中间那一段被与之等长的两条线段代替。由此多步重复后，形成了科赫雪花图形。当我们将它等分为三个连续部分时，每一个部分都接近整个图形的形状，继续等分也依然如此。通常这样的图形，其维度并不是整数维的，而是分数维的（科赫雪花的分形维度约为 1.26）。该维数可以反应这个图形在平面或空间的覆盖率。其维数越接近 2，那么表明，图形在二维平面

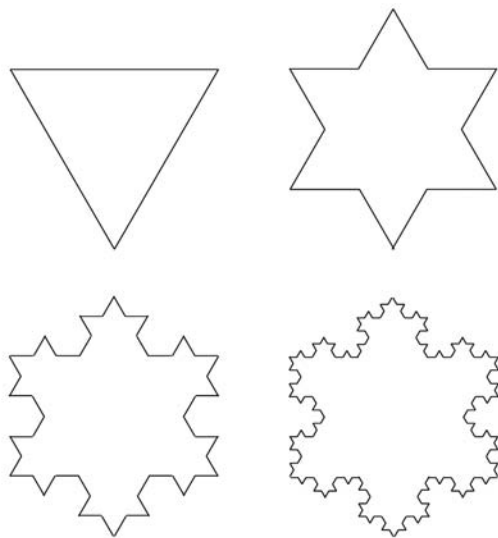


图 3 科赫雪花曲线

的覆盖率越高。交通网络的分形维数可以作为其站点在平面城市版图中的覆盖形态指标，例如欧洲城市的地铁网络的分形维数较高，纽约可以达到 1.8，巴黎为 1.6，而亚洲城市的分形维数较低，上海和北京均为 1.3。其原因一方面和地铁网络中的圈形结构有关，另一方面则是欧洲城市相对中国城市而言规模较小。

网络的能量是衡量网络构建消耗的一个重要参量。一般而言，低能量对应网络构建过程中的低消耗，同时也对应较佳的网络结构。图的能量可以用其邻接矩阵的所有本征值的绝对值之和来表示，这一定义由古特曼（Gutman）于 20 世纪 70 年代首次提出。通常对于节点数为  $N$  的图而言，星图（中心节点与所有其他节点相连，而其他节点只与中心节点相连）的能量最低。而完全图（每个站点都彼此通过一条边相连）通常具有较高能量  $2(N-1)$ 。由此看出，我们可以用网络的能量来衡量网络构建时的消耗。忽略两个站点间的地理位置差别，仅仅只考虑拓扑结构，即每两个站点间的距离可视为相等，把一个地铁网络建成一个完全图时，此时需要消耗的建筑成本相当大。反之，如果仅仅只设置一个中心站点，而其他站点均与它相连时，此时的建筑成本较小。因此，由于地铁网络的分形维数可以作为其站点在平面城市中的覆盖指标，将网络的能量与网络的分形维数相除就可以反映出单位面积的站点耗费，用来衡量运输网络的效率。

分析交通网络的运输效率也可以从临界流量产生率与其流量承载力出发来考虑。通常来说，无标度网

络可以承载更大的交通流量。此外，汪秉宏小组通过将网络中的每个节点分为供应方（提供资源）与需求方（接受资源），将交通网络看作是异质的供需网络，其传输能力强烈依赖供应方在网络中所处的位置。通过对中国大城市公交网络的交通运输效率的定量分析发现，它们都具有较高的局部效率和较低的全局效率。大都市的上下班早晚高峰早已成为困扰无数城市人的问题（图4为北京地铁的早高峰人群），提高交通网络的运输效率仍是当前迫在眉睫的问题。



图4 北京地铁早高峰的候车人流

#### 四、交通网络的鲁棒性

在交通网络中，另一个非常重要的方面是其鲁棒性分析。交通网络的鲁棒性主要关注交通系统在遭到破坏时的表现，用以帮助我们建立更加稳固的交通运输系统。例如，2010年艾雅法拉火山爆发，火山灰使得27个欧洲重要机场关闭，6天时间内造成约10万航班取消，1000万乘客受到影响，航空业的损失达17亿美元。为什么仅仅部分机场关闭会有如此大的影响？在多大程度上航空系统是鲁棒的？

巴拉巴希（Barabasi）等人于2000年提出的出错与遭袭机制一直是理解复杂网络鲁棒性的基础。所谓出错，是指随机挑选网络中的一些节点，删除这些节点及其连边；而遭袭则是有意地删除一些重要节点及其连边（见图5）。何谓之“重要”节点？可以从度（与其他节点的连边数）、介数（所有最短路径中经过该节点的数目）、强度（该节点的权重之和）等多方面予以考虑。最后，从两个方面判断复杂网络的鲁棒性，一是结构鲁棒性，即最大连通图是否瓦解；二是动力学鲁棒性，即删除节点的负载再分配时能否引发级联坍塌效应。从图5中看到，对指数网络而言，

不论是出错还是遭袭，当删除节点数占总节点数的比率 $f$ 比较小时（ $f=0.05$ ），网络中仍存在最大连通图。随着 $f$ 的增大，当 $f=f_c$ 时，最大连通图瓦解，形成一些小的连通图。 $f$ 继续增大，连通图的尺寸进一步减小。对无标度网络，其遭袭过程与指数网络类似，但其出错情形却截然不同，即使 $f=0.45$ ，最大连通图依然存在。

那么，以航空网络为例，其鲁棒性如何呢？目前，航空网络的鲁棒性研究主要集中在拓扑结构上。由于航空网络中重要机场只占少数，大部分是一些小机场，该分布形式决定了随机出错对航空系统不会有太大影响，而蓄意攻击则会导致整个航空系统瘫痪。2004年，我们从度的角度对美国航空网络的出错和遭袭进行了模拟。结果表明，当10%的小机场关闭时，机场之间的平均航班数基本不变，而当10%的重要机场关闭时，机场之间的平均航班数约减少80%。2014年，洛丹（Lordan）等人按照度、介数等由高到低的方式破坏机场，研究了全球航空网络的鲁棒性。他们发现依据介数的破坏方式最具威胁，当2.5%的这些重要机场关闭时，全球航空系统几近崩溃。

在航空系统的鲁棒性探讨中，有很多因素可以考虑。2006年，我们曾引入修复策略，使被攻击的机场能够重新以一定概率与其他机场相连。虽然这种修复策略在一定程度上能够缓解对网络系统的破坏，但重要节点被攻击仍将导致系统的鲁棒性整体下降。2012年，伍利梅扎（Woolley-Meza）等人将地理位置和自然灾害考虑进来，以恶劣天气所处的地理位置为中心，

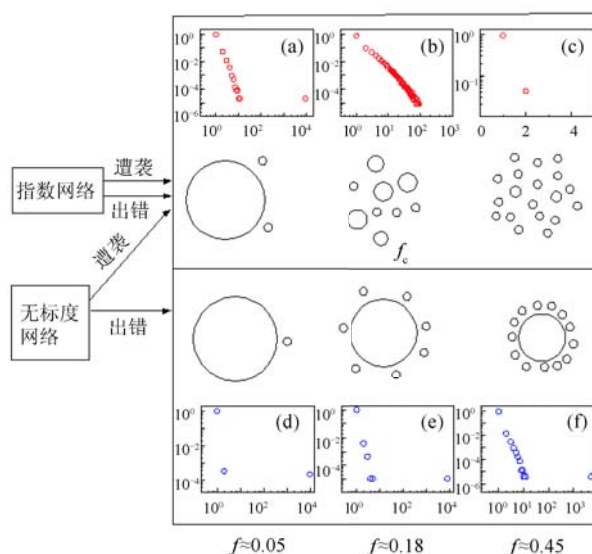


图5 巴拉巴希等人对指数网络和无标度网络在出错与遭袭下的鲁棒性分析

使其周边一定范围内的机场关闭。他们发现，地理因素的影响更接近于出错的情形，主要是一定地域范围内受影响的机场大多数还是小机场。除此之外，乘客的分流问题、航线的拥堵问题等也会影响航空网络的鲁棒性。最近，相互作用网络的出现，使航空网络的鲁棒性还将依赖于与之相关联的信息网络、电力网络等。

对航空网络鲁棒性的研究，最终还是为了优化航空网络结构。如今多层航空网络是多层复杂网络在实证研究方面的一个热点话题，它是对以往单层航空网络的深层次扩展。在单层航空网络中，节点代表的是某个城市的机场，连线代表的是两个机场之间有直飞航线存在。在多层航空网络中，不同的层次代表由不同的航空公司所形成的航空网络，其中的节点仍然代表机场（每个层次网络中的节点数是相同的），连线则代表由某家航空公司运营的两个机场之间的直飞航线（见图6）。多层航空网络可以通过层次聚合过程过渡到以前的单层航空网络。在聚合过程中，节点数目保持不变且不存在重边的情况。如果两个节点在任一层次网络中有过连接，则它们在聚合后的单层网络中仍然保持连接。由此可见在从多层航空网络向单层网络的转化过程中，大量的连接信息将丢失，无法体现不同层次的信息，这样会导致在单层网络中无法观察到各层次网络间的相互作用及动力学之间的影响。

以多层中国航空网络为例，它包含22个层次即有22家航空公司和201个机场即每层有201个节点。不同的航空公司根据各自所负责的区域和经济实力运营不同的航线。为了在现有的机场资源下，根据不同地区航空市场的需求，最大限度地减少资源浪费，多层航空网络的结构优化问题就产生了。我们从聚合过程中拓扑结构的演化出发，分析了度分布、聚集系数、平均最短路径以及异质性这些属性在从22层网络逐次聚合到单层网络的变化，发现由9层航空网络聚合而成的单层网络能够拥有目前由22层航空网络聚合而成的单层网络的大部分结构属性。因此，我们得到的结论是由9家航空公司构成的多层中国航空网络在拓扑结构上最优。此结论在其他方面如动力学演化角度还有待验证。另外，多米尼克（Demenico）等人从拓扑性质演化中发现欧洲多层航空网络不存在航线

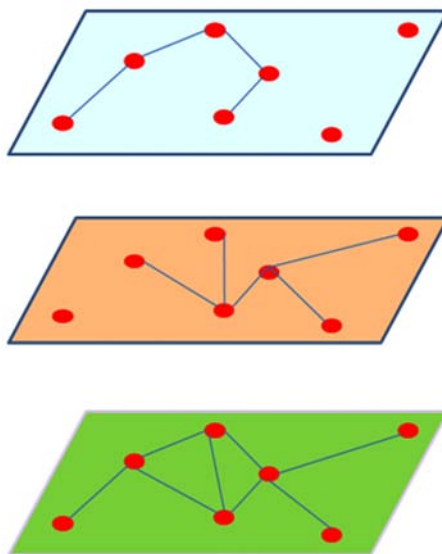


图6 多层航空网络示意图。每一层代表一家航空公司，每一层的连线则代表这家航空公司运营的两个机场之间的直飞航线

重复现象，不需要进行结构方面的优化和设计。

## 五、结束语

交通网络与人们的生活息息相关，本文简要地介绍了交通网络的拓扑特性、运输效率以及鲁棒性研究。对交通运输系统的研究，我们还可以更详尽地分析实际交通网络节点连接的匹配性、网络结构的社团性和层级性、网络的分形属性等。

实际上，交通网络在我们的生活中，不仅仅只是扮演着把人流或物质从一个地方运输到另一个地方的作用，而是渗透到了我们生活的方方面面。2003年SARS在中国多地的肆虐以及2014年埃博拉病毒在非洲国家的猖獗，并且随着疫情的发展在其他国家也时有发生，其危害和造成的损失之大不得不令人深思。在疾病大范围的传播过程中，人类迁移的频率和强度起着非常重要的作用。然而，人类长距离的迁徙和移动必然依赖于交通运输系统，如公交客运系统、地铁客运系统、铁路客运系统、航空客运系统等。

研究网络的拓扑结构只是研究复杂系统的开始，通过复杂系统的拓扑结构，进而理解复杂系统上的动力学行为与功能，以便更好地研究交通网络的拓扑结构与动力学行为（如疾病传播动力学、信息传播、人口迁徙等）的相互作用。

作者姓名处的“\*”表示通讯作者。