

物理学史中的十一月

2002年11月：佩雷尔曼将庞加莱猜想的
证明贴到 arXiv 网站
(译自 APS News, 2013年11月)



萧如珀¹ 杨信男²

(1 自由业; 2 台湾大学物理系 10617)

2000年,克雷数学研究所(the Clay Mathematics Institute)宣布,它要悬赏100万美元,给凡是正确解答出任一所谓千禧年大奖名题(Millennium Prize Problems)的七大未解数学难题的人。七个难题中至今只有一题被解答出来,即是所谓的庞加莱猜想(Poincaré Conjecture),当时被认为是拓扑学(Topology)中最重要、尚未解决的问题之一。

这个猜想是庞加莱(Jules Henri Poincaré)独创的概念。庞加莱1854年4月出生,父亲是法国南锡大学(University of Nancy)的医学教授。他童年时得了传染性强的白喉,所以早期都由母亲在家教导学习,但1862年他上公立学校时,即是一个出众的学生,除了音乐和体育外其他的学科都很突出,有一位教师形容他是一位“数学巨兽”。毕业后,他和父亲都在普法战争期间服役于伤员救护中心。

1873年,庞加莱开始于巴黎综合理工学院(École Polytechnique)研习数学,之后于1879年在法国国立高等矿业学院(École des Mines)攻读工程学位。他一面在法国矿业团当督察员,一面在巴黎大学完成数学博士学位。庞加莱1879年完成毕业论文,提出了研究微分方程性质的新方法。他先在戛纳大学(University of Caen)教课,后来于1881年在巴黎大



庞加莱(Jules Henri Poincaré)

学任职,那时他已赢得了欧洲最伟大数学家之一的声誉。

1887年,当时年仅32岁的庞加莱即被选入法国科学院,同年他还赢得了瑞典国王所举办,为了解决多个轨道运行星体自由运动间的三体问题的竞试。那研究为现代的混沌理论奠下了基础。庞加莱对数学的许多其他贡献后来证明对建立拓扑学领域,以及狭义相对论极具关键性。

20世纪初,庞加莱将研究重心转移至球体拓扑性质的测定。拓扑学论及那些在拉长、压缩或扭曲下都不会改变的几何形状的性质,例

如空间中的封闭曲线有结否,或是否有边界。庞加莱对球体深感兴趣,二维球体,或在拓扑学上来说,三维球体的二维表面,具有大家所知的简单连通性,因此任何一个已知的二维封闭表面,不论它如何扭曲,在拓扑学上都是等同的。

庞加莱著名的猜想概述于他1904年的一篇文章中,简单说明上述二维球体的拓扑性质在三维球体,或更确切地说,在四维球体的三维表面,也适用。它通常如此被陈述:“任一简单连通的、封闭的三维流形均与三维球面同胚(homeomorphic)。”做这样的陈述是很容易,但要设计一个严谨的数学证明就困难多了。

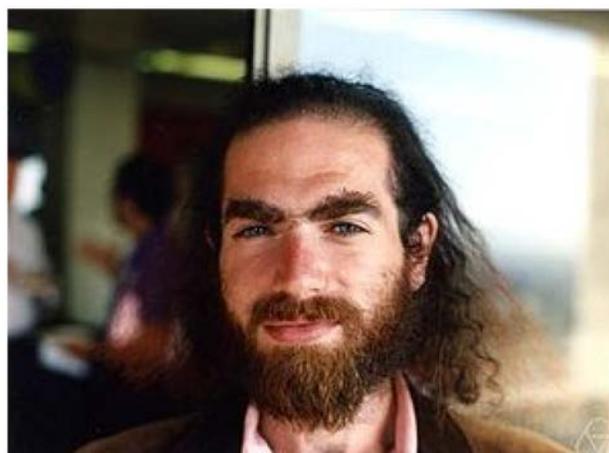
庞加莱1912年因前列腺手术后并发症而过世,

他的猜想有将近 100 年都无人能解答。第一位宣称找到了证明的是在 1930 年代的数学家怀特海 (J. H. C. Whitehead)，但他后来撤回声明；1950 和 1960 年代又有其他人宣称，但它们也都很快被发现存在瑕疵而撤回。

有许多数学家对最终的解答做出了一些贡献，美国普林斯顿大学 (Princeton University) 的瑟斯顿 (William Thurston) 指出研究的方向应在于探究球体不管维度大小，都有固定曲率的事实；他的同行，康乃尔大学 (Cornell University) 的哈密顿 (Richard Hamilton) 以此作为基础，利用瑞奇流 (Ricci flow) 的技巧，以类似热流的方式来处理型态的变换。就像热流会使不规则的温度分布变得均匀，瑞奇流可以均匀化类球体状型态的不规则。很不幸地，由于奇异点的可能产生，这种过程无法一直继续，需要拓扑学家在产生问题的部分去执行一种“手术”的动作，将其切除后移植其他形体过来置于其上。

然而，甚至哈密顿也无法确定是否所有可能的奇异性都能修复。最后的谜底是由一位孤寂的俄罗斯数学家佩雷尔曼 (Grigori Perelman) 所提出的，他于 2002 年 11 月先投稿一篇短论文至网络论文档案库 (arXiv)，接着又发表了两篇。他说明的确可能修复所有这些的奇异性，对庞加莱猜想提出第一个严谨的证明。他的论文在数学界引起了大轰动，专家们组队密集检视此研究。密歇根大学的数学家拉德 (John Lot) 承认说：“检视佩雷尔曼的研究花了我们好些时间，有一部分是因为佩雷尔曼研究的原创性，另一部分是由于他论点的技巧精密性，所有的迹象都说明他的论点是正确的。”

(上接 22 页) 呢？根据它们的负热膨胀性质可应用于航天材料、发动机部件、集成线路板和光学器件等许多领域，如在高精密光学镜的表面采用零膨胀材料作涂层，可以防止因温度变化而光学性能降低；结构材料中，应用低或零膨胀陶瓷材料，可以大大提高材料的热震稳定性，如各种热工炉衬等；电子工业中，可控热膨胀材料可与基体硅的热膨胀匹配，控制印刷线路板和散热片的热膨胀；生物医学中，用可控热膨胀材料与基体材料复合，制成与牙齿紧密结合的牙科



佩雷尔曼 (Grigori Perelman)

2006 年，消息传来说，佩雷尔曼已因“他对几何的贡献，与他对瑞奇流分析及几何结构革命性的洞悉力”，获得了极富声望的菲尔兹奖 (Fields Medal)，这是数学界最高的荣誉。然而，他的行径总是异于常人，这位越来越孤独的学者拒绝了此奖项，还说：“大家都了解，假若论点是对的话，那就不需其他的认可了。”这并非他第一次拒绝受奖，之前他也因认为评审委员没资格评估他的研究，而拒绝了欧洲数学学会所颁发的奖项。

4 年后，克雷数学研究所宣布，佩雷尔曼的确是第一个解答了千禧七名题其中之一，获颁奖金 100 万美元。佩雷尔曼还是一样拒绝接受，坚持哈密顿对那难题已做了相当的贡献，并补充说：“我想要的全得到了。”佩雷尔曼对此领域越来越疏离，随后完全脱离数学，离开斯捷克洛夫数学研究所 (Steklov Institute) 的职位，目前据说和母亲居住在俄罗斯圣彼得堡。然而，他对庞加莱猜想的研究证明还是傲居为数学的世纪突破。

材料；另外，负热膨胀材料在传感器方面也有潜在的应用价值。

负热膨胀材料的研究和开发具有重要的意义，未来必然会出现更多性能优异的新型负热膨胀材料来为人类的生产生活服务！

作者简介：

李来风，男，研究员 / 博士生导师，中国科学院理化技术研究所低温材料及应用超导研究中心主任，中国科学院低温工程学重点实验室副主任。主要从事新型低温材料及材料低温热物理性能研究。