

# 走向统一的自然力

## 强力、弱力和电磁力的大统一 ( III )

厉光烈<sup>1</sup> 阮建红<sup>2</sup>

(1 中国科学院高能物理研究所 100049; 2 华东师范大学 200062)

### (3) 量子电动力学

量子电动力学是在量子力学和相对论的基础上发展起来的描述电磁力的基本理论。如果说电动力学是描述电磁力的经典场论,那么量子电动力学就是描述电磁力的量子场论。场是连续分布的、具有无穷维自由度的系统;场论是关于场的性质、相互作用和运动规律的理论;量子场论则是把量子力学原理应用于场使其量子化后建立起来的场的理论。这一节,我们通过讨论经典场论和量子力学的局限性,引入狄拉克的相对论量子力学与约丹和维格纳的量子场论,进而介绍量子电动力学的创建以及解决发散困难的重整化方法。

#### 经典场论和量子力学的局限性

量子力学恰当地解释了诸如原子稳定性和线状光谱等经典电磁理论无法解释的微观电磁现象,但是它对电磁场的描述仍是经典的,没有反映电磁场的粒子性,未能给予连续分布的电磁场和作为场源的、具有离散结构的带电粒子以统一的、量子化的描述。量子力学虽然能很好地说明原子和分子结构,但却不能直接处理光的自发辐射和吸收,或者说,不能容纳光子,更不能描述光子的产生和湮灭。因此,有必要把量子理论进一步扩展到电磁场,一方面,将量子力学相对论化;另一方面,将经典电磁场量子化,量子电动力学就是这样发展起来的。

#### 狄拉克与相对论量子力学

保罗·狄拉克(P. A. M. Dirac, 1902 ~ 1984), 1902年8月8日出生于英国布里斯托城,从小喜欢数学和自然科学,1918年,跳级读完中学后,进入布里斯托大学电机系学习工科。1923年,以电气工程和应

用数学双重学士的身份被剑桥大学圣约翰学院接受为研究生,导师是卢瑟福的养子、著名的数学家和物理学家拉尔夫·福勒教授。其时,正是量子力学形成之初,在福勒指导下,狄拉克参与量子力学研究并发表了多篇论文,提出了许多极有见地的观点。1926年,他系统地总结了研究生期间的工作,撰写了以《量子力学》为题的博士论文,阐述了他对量子力学理论精湛的物理解释,优美而严谨的数学推导,特别是,用量子泊松括号代替海森伯的矩阵运算、用变换理论统一描述矩阵力学和波动力学以及用狄拉克符号和 $\delta$ 函数给予量子力学方程以新的表述等,得到了学术界的普遍重视,为量子力学的发展做出了重要贡献,被公认为量子力学的奠基人之一;同年,他和费米各自独立地提出了波函数反对称的全同粒子系统所遵从的统计方法,即现在所说的费米-狄拉克统计。1927年,他发表了《辐射的发射和吸收的量子理论》一文,首先提出将电磁场作为一个具有无穷维自由度的系统进行量子化的方案,为量子场论的建立奠定了基础;1928年,他进一步创建了相对论量子力学,提出了后来以他的姓氏命名的相对论量子力学方程,以非凡的物理直觉预见了正电子的存在,1932年,美国物理学家安德森(C. D. Anderson, 1905 ~ 1991)在用特制的威尔逊云室研究宇宙射线时捕捉到了这个神秘的粒子,实验验证了狄拉克的预言;另外,求解狄拉克方程得出的氢原子光谱与实验数据精确符合,从而验证了相对论量子力学的正确性。1933年,因在量子力学,特别是相对论量子力学方面的突出贡献,狄拉克和薛定谔分享了该年度的诺贝尔物理学奖。同年,他被任命为剑桥大学圣约翰学院卢卡逊数学讲座教授,这是

牛顿曾经担任过的荣誉职位。1969年,按英国惯例退休后,狄拉克到美国迈阿密大学和佛罗里达州立大学继续任教,从事科研和教学工作,于1984年10月20日在佛罗里达去世,享年82岁。

在“量子力学”一节中,我们曾经提到,薛定谔方程中的哈密顿算符是根据分析力学写出来的,是非相对论的,因此薛定谔方程是非相对论运动方程,不能用来描述高能电磁现象。为了解决这一难题,1926年,瑞典物理学家克莱因



狄拉克

(O. Klein, 1894 ~ 1977) 和德国物理学家戈登 (W. Gordon, 1893 ~ 1939) 将薛定谔方程推广到相对论情况,从爱因斯坦能量-动量关系:  $E^2=c^2p^2+m^2c^4$  出发,借助于薛定谔引入的能量和动量算符:  $\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$  和  $\hat{p} = -i\hbar \nabla$ , 得到了第一个相对论性波动方程:

$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi - \nabla^2 \psi + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi = 0$ <sup>①</sup>, 后人称其为克莱因-戈登方程。这个方程虽然是相对论性的,但是存在以下三方面的问题: (1)  $|\psi|^2$  不是正定的,无法将其解释为粒子出现的几率; (2) 总能量有负的本征值,即出现负能态; (3) 方程中出现对时间的二次偏导数,故因果律得不到满足。总之,无法将其纳入已有的量子力学框架,需要加以改进。1928年,狄拉克完成了这一工作,得到了另一种形式的相对论性运动方程,即狄拉克方程。

首先,狄拉克对克莱因-戈登方程的上述困难进行了分析,他认为,  $|\psi|^2$  之所以是非正定的,是因为该方程含有  $\psi$  对时间的二次偏导数。如果采用薛定谔方程中  $\psi$  对时间的一次偏导数,粒子出现的几率密度  $|\psi|^2$  便可以正定的。但是,考虑到所求得的波动方程必须是洛伦兹协变的,在该方程中波函数  $\psi$  对空间

坐标的偏导数也必须是一次的,因此,应从另一种形式的爱因斯坦能量-动量关系:  $E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}$  出发,去探求新的相对论波动方程。为此,他引入两个新的无量纲数  $\alpha$  和  $\beta$ , 写出了如下形式的波动方程:

$$\left[ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - c\boldsymbol{\alpha} \cdot (-i\hbar \nabla) - \beta mc^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t) = 0$$

这就是著名的狄拉克方程。因为它是对自由电子导出的,故又称为自由电子的狄拉克方程。显见,式中的  $\alpha$  和  $\beta$  不可能是普通的数,而应该是满足条件:  $\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = 1$ 、 $\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 0 (i \neq j)$  和  $\alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0$  的厄米算符,或者说,是  $4 \times 4$  数字矩阵;算符  $\alpha$  和  $\beta$  所作用的空间也不是通常的坐标空间,而应该是另一个新的空间,现在我们知道,这是一个与自旋有关的空间。这样,在自由电子的狄拉克方程中,乌伦贝克和高德斯密特引入的电子自旋便会自动出现。进一步,借助于爱因斯坦在狭义相对论中引入的

四维时空  $x_\mu = (\mathbf{x}, ict)$  和四维动量  $p_\mu = \left( \mathbf{p}, i \frac{E}{c} \right)$ , 定义四维能量-动量算符:  $\hat{p}_\mu = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_\mu}$  和四个新的  $\gamma$  矩阵:  $\gamma_\mu = (-i\beta\boldsymbol{\alpha}, \beta)$ , 并采用自然单位制:  $\hbar = c = 1$ , 便得到了协变形式的狄拉克方程:

$$\left( \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m \right) \psi(r_\mu) = 0$$

再作代换  $\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_\mu} + ieA_\mu$ , 又可得到电磁场作用下的狄拉克方程:

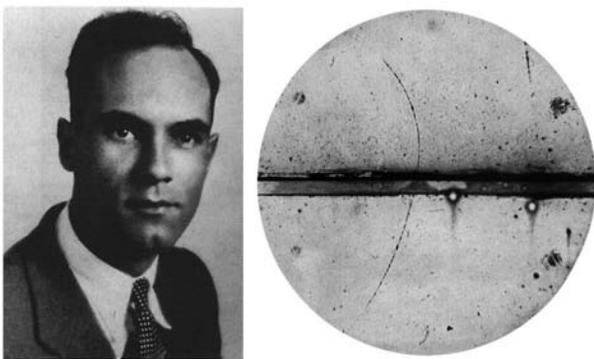
$$\left[ \gamma_\mu \left( \frac{\partial}{\partial x_\mu} + ieA_\mu \right) + m \right] \psi(r_\mu) = 0$$

这两个方程形式的简洁堪与爱因斯坦相对论方程相媲美,因此,后人将狄拉克的量子力学称为相对论量子力学。

狄拉克方程,虽然是协变的,而且可以纳入已有的量子力学框架,但是它仍然未能摆脱负能态的困难。从数学形式上讲,这是因为  $\alpha$ 、 $\beta$  或  $\gamma_\mu$  都是  $4 \times 4$  矩阵,狄拉克方程的解  $\psi$  必须是  $1 \times 4$  矩阵,这就意味着,一方面,  $\psi$  可以用旋量(即  $1 \times 2$  矩阵)来表示,自动地给出电子自旋;另一方面,  $\psi$  不仅包含正能态而且

包含负能态；就物理本质来说，克莱因-戈登方程和狄拉克方程之所以都会出现负能态，那是因为它们都是从能够保持洛伦兹协变性、实际上包含 $E$ 的二次项的爱因斯坦能量-动量关系出发的缘故。既然相对论运动方程免不了要出现负能态，狄拉克决定选择面对而不是摆脱，尽力设法给予合理的解释。

负能态的困难在于，处在正能态上的电子会自发地向未被占据而且没有下限的负能态跃迁，使系统无法保持稳定。为了克服这一困难，狄拉克提出了一个新的理论——“空穴理论”。他认为，在真空状态下，所有负能态都已被电子填满，形成了“电子海”（后人称之为“费米海”或“狄拉克海”），因此，按照泡利不相容原理，在真空中运动的正能量电子，不被允许跃迁到负能态上去，于是上述的负能态困难便不复存在。如果在外场干扰下电子海里的一个电子被激发到正能态上，那么电子海里就会出现一个“空穴”，其性质刚好与电子“互补”：质量相同；电荷反号；动量和自旋反向等。当时，已知的粒子中只有质子带正电，但其质量与电子不同，不能被看作是上述的“空穴”，故狄拉克称“空穴”为“反电子”。前面提到，安德森在宇宙线中捕捉到了这个粒子，实验验证了狄拉克的“空穴理论”，是他将其称为“正电子”。1936年，安德森与发现宇宙线的赫斯（V. F. Hess, 1883 ~ 1964）分享了该年度的诺贝尔物理学奖。正电子的发现，打开了通向反粒子世界的大门，为物理学的发展树立了又一个里程碑。



安德森及其实验结果

### 约丹和维格纳的量子场论

前面提到，狄拉克在1927年发表的一篇论文中实现了电磁场的量子化，为创建量子场论奠定了基础。在那篇文章里，他将电磁场的经典波动分解成无穷多个不同频率的简谐振动。鉴于每个简谐振动都满足薛



约丹

维格纳

定谔方程，而薛定谔方程的解是量子化的，因此，具有确定频率的简谐振动可取的能量值只能是 $h\nu$ 的整数倍，其最小值就是 $h\nu$ ，也就是一个光子所带的能量，所以能量为 $nh\nu$ 的状态应当包含 $n$ 个光子，或者说，不同的状态含有不同数目的光子。当电磁场受到激发由低能态跃迁到高能态时，就会产生一些光子，反之，便会湮灭一些光子。于是，在狄拉克的辐射理论中，光子是可以产生和湮灭的。显见，狄拉克的理论还为普朗克的能量子假说和爱因斯坦的光量子假说提供了严谨的数学表述。

1928年，约丹和维格纳（E. P. Wigner, 1902 ~ 1995）在德国《物理杂志》上发表了题为《关于泡利不相容原理》的论文，将狄拉克的方法应用于电子，提出了电子场的概念。他们的想法是，把量子力学中的电子状态波函数 $\psi$ 看成是与电磁场的 $A_\mu$ 一样的经典场量，将其所满足的方程，无论是薛定谔方程还是克莱因-戈登方程或狄拉克方程，都看成是与电磁场的麦克斯韦方程相当的经典场方程，然后，用狄拉克的方法加以“量子化”。这样，便可描述电子的产生和湮灭；对于其他粒子，只要引进相应的场并对其实行“量子化”，一样可以描述他们的产生和湮灭。只是，与光子不一样，电子服从泡利不相容原理，因此，约丹和维格纳提出了符合这一要求的量子化方案。在这一方案中，物质的基本形态是场，每一种物质相应于一种场。场有各种状态，能量最低的、不包含粒子的状态，称为真空态；场被激发时，便处于能量较高的状态，称为激发态，这时，就产生了粒子，反之，粒子湮灭了，场就回归真空态。因此，约丹和维格纳

预言了所有物质粒子都可以像光子一样产生和湮灭，只是，与电磁场不一样，按照泡利不相容原理，电子场的每一个激发态只能有一个电子。1932年以后，实验确实发现所有微观粒子都可产生和湮灭，证实了他们的预言。这就是约丹和维格纳关于自由场的量子场论。顺便指出，约丹和维格纳的量子化方案是将量子力学方程的解再“量子化”，因此，在量子力学文献中，称其为“二次量子化”。

量子场论是具有无穷维自由度系统的量子力学，给出的物理图像是：在空间里，充满着各种不同的场，它们相互渗透并且互相作用着。场的相互作用可以引起场的激发，可以用产生和湮灭粒子的形式表现为粒子的各种反应过程：在某一时空点上，粒子激发了与它相互作用的场，然后，或自己湮灭了，或动量改变了，而被激发的场则在该时空点产生了另一些粒子；有时，被激发的场并未直接在该时空点产生粒子，而是将这一扰动传递到另一时空点才产生粒子，这样的传递过程，实验上无法观测，便称为虚过程。粒子（包括光子）的产生和湮灭、粒子与粒子或粒子与光子之间的散射等反应过程都可以用此图像来描述，实验数据都可以用量子场论来计算、验证。

描述电子场与电磁场相互作用的量子场论就是量子电动力学，它是描述电磁相互作用的基本理论，也是量子场论中历史最悠久、发展最成熟的一个分支，主要研究带电粒子与电磁场（光子场）相互作用的基本过程，包括带电粒子和光子的产生和湮灭、带电粒子之间的散射以及带电粒子与光子之间的散射等过程。下面，我们介绍量子电动力学创建、发展和完善的过程。

### 量子电动力学的创建

1927～1928年间，狄拉克先后实现了经典电磁场的量子化和量子力学的相对论化，率先为量子电动力学的建立做出了贡献。1929年，海森伯和泡利继狄拉克之后也提出了辐射的量子理论，构建了量子场论的普遍形式，他们和狄拉克一起为量子电动力学的建立奠定了基础。

前面提到，量子力学不能直接处理光的自发辐射和吸收。这是因为，在量子力学中，考虑到电磁相互

作用的耦合常数（通常用精细结构常数  $\alpha = \frac{1}{137}$  来描述）相对较弱，可以运用微扰论方法来求解电磁场的量子力学方程，而在自发辐射和吸收光子之前，根本不存在可以作为微扰的辐射场，因此，无法用微扰论方法来处理光的自发辐射和吸收。海森伯和泡利的辐射量子理论解决了这个难题。他们提出的电磁场的量子化方案，是把电场强度和磁场强度都看成是算符，使它们的各个分量满足一定的对易关系，而且实验测量值的均方差满足海森伯测不准关系。这样，无辐射场的真空态，虽然没有光子存在，电场强度和磁场强度的平均值均为零，但是，按照测不准关系，这些场强的均方值并不为零，也就是说，在量子化的辐射场中存在着“真空涨落”。正是这种“真空涨落”可以作为引起光的自发辐射和吸收的微扰，从而解决了原先量子力学无法解决的光的自发辐射和吸收问题。

在海森伯和泡利创建的量子电动力学中，也是将电子场与电磁场相互作用作为对自由场的微扰，运用微扰论方法来进行计算，即将所求解按  $\alpha$  的幂级数展开，然后逐阶计算。由于  $\alpha$  相当小，因此，只要计算低次项，便可得到足够精确的近似解。1947年，美国《物理评论》杂志同时发表了两项原子束实验的精密测量结果。一项是兰姆（W. E. Lamb, 1913～2008）和雷瑟福（R. C. Retherford, 1912～1981）用微波共振方法测定了氢光谱的精细结构，即“兰姆移位”，实验测出的谱线裂距与狄拉克理论预言不符；另一项是库什（P. Kusch, 1911～1993）发现了电子的反常磁矩，即实验精确



兰姆



库什

测出的电子磁矩与狄拉克方程给出的理论值相比有微小的偏差。顺便指出：上述两项实验发现使兰姆和库什共同荣获了1955年度诺贝尔物理学奖。当人们运用量子电动力学，采用微扰论方法，来计算这两个实验数据时，却发现：取低次项近似，计算值尚能与实验值符合；加入高次项，计算结果反而变成了无穷大，出现了“发散困难”，使量子电动力学的发展遇到了难以逾越的障碍。

### 解决发散困难的重整化方法

1947年，由奥本海默发起，在谢尔特岛（Shelter Island）上召开了主要讨论量子场论的会议。在这次会议上，与会者除了对新的理论进行了长时间激烈讨论外，还谈到了刚刚发表的兰姆移位和电子反常磁矩的实验结果。会议结束后，康奈尔大学的贝特（H. A. Bethe, 1906 ~ 2005）对兰姆移位做了进一步的分析与计算，判断高次项的无穷大很可能是高动量光子相互作用与事实不符。数月之后，日本物理学家朝永振一郎（Sin-itiro Tomonaga, 1906 ~ 1979）、美国物理学家施温格（J. S. Schwinger, 1918 ~ 1994）和费曼（R. P. Feynman, 1918 ~ 1988）陆续提出了“重整化方法”，成功地解决了上述的“发散困难”，精确地描述了兰姆移位和电子反常磁矩的实验结果。

实际上，早在1934 ~ 1938年间，就有人注意到，这种“发散困难”的根源在于，没有考虑到粒子的内部结构。在量子电动力学中，电子和光子都被看



谢尔特岛理论物理工作者会议（左起：兰姆、派斯（A. Pais）、惠勒、费曼、费什巴赫（H. Feshbach）和许温格）



贝特

作是几何点，这就导致电子产生的电磁场对自身的作用引起无穷大的电磁质量和真空极化引起无穷大的感应电荷。当时，瑞士物理学家斯图克尔贝格（E. C. G. Stueckelberg, 1905 ~ 1984）和荷兰物理学家克拉默斯（H. A. Kramers, 1894 ~ 1952）都曾

设法消除这种“无穷大”，他们的方法可以说是后来的“重整化方法”的雏形。

朝永振一郎、施温格和费曼的“重整化方法”，虽各有千秋，但基本思想仍然是要消除无穷大的电磁质量和感应电荷引起的“发散”。他们认为，实验上观察到的有限的电子质量和电荷应当是电子的全部质量和全部电荷，它们应当分别是电子的固有质量（即裸粒子质量）加上电磁质量和固有电荷（即裸粒子电荷）加上感应电荷，前面提到，在点粒子的近似下，电子的电磁质量和感应电荷都是无穷大，但是，它们在实验上都是无法观察到的，而电子的固有质量和固有电荷又无法测量，因此，他们重新定义电子的质量和电荷，使电子的固有质量和电磁质量合并为实验上可以观察到的有限的物理质量；使电子的固有电荷和感应电荷合并为实验上可以观察到的有限的物理电荷，这种重新定义电子质量和电荷的过程就称为“重整化”。经过这种“重整化”，可将“无穷大”归并到可观察量中去，使得重整化后的高级微扰修正只包含实验上可以观察到的有限部分，而且计算结果与实验数据一致。

1965年，费曼、施温格和朝永振一郎，因对量子电动力学的发展提出了各自独特的想法，使其成为物理学中描述了电子、光子及其相互作用的近乎完美的基本理论，并经受住了高度精确的实验检验，共同分享了该年度的诺贝尔物理学奖。在获奖名单中，费曼之所以排在第一，那是因为他不仅提出了“重整化方



费曼



施温格



朝永振一郎

同位旋三重态矢量流假说等描述普适费米 (V-A) 型弱相互作用的理论, 为温伯格、萨拉姆和格拉肖建立弱电统一理论开辟了道路; 1968 年, 他又提出了部分子模型, 成功地解释了以弗里德曼 (J. I. Friedman)、肯德尔 (H. W. Kendall) 和泰勒 (R. E. Taylor) 为核心的实验小组于 1967 年在美国斯坦福

大学直线加速器中心 (SLAC) 的电子直线加速器上用高能电子轰击质子发现的标度无关性, 确认质子内部存在“点结构”, 顺便指出: 弗里德曼、肯德尔和泰勒因这一发现荣获了 1990 年度诺贝尔物理学奖; 1986 年, 他还因在“挑战者”号航天飞机事故调查中所起的决定性作用而名闻遐迩, 成为公众人物。1988 年 2 月 15 日, 因患癌症, 他在加利福尼亚病逝。费曼的同行、《全方位的无限》和《宇宙波澜》的作者、同样为量子电动力学发展做出重大贡献的英裔美国物理学家弗里曼·戴森 (F. Dason, 1923 ~) 曾将费曼

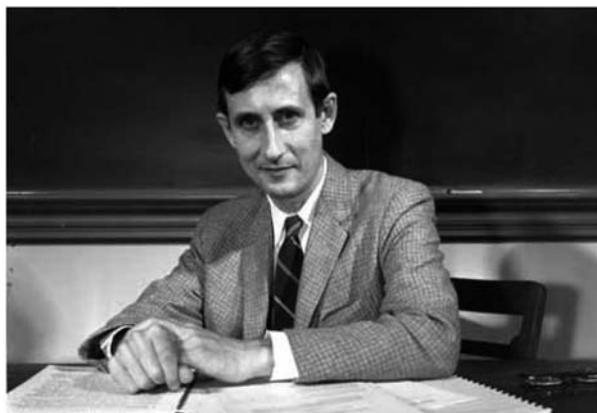
法”还对量子电动力学的发展和完善做出了特别突出的贡献。

理查德·费曼, 俄裔犹太族美国物理学家, 1918 年 5 月 11 日出生在纽约长岛一个叫法尔·洛凯维依的小镇; 1935 年进入麻省理工学院, 先学数学, 后转物理。1939 年本科毕业, 毕业论文发表在《物理评论》上, 内有一个后来以他的名字命名的量子力学公式。1939 年 9 月, 在普林斯顿大学, 当惠勒 (J. Wheeler) 的研究生, 致力于研究量子电动力学中的发散困难; 1942 年, 获得博士学位。这期间, 他曾参加研制原子弹的曼哈顿计划, 并于 1943 年前往洛斯阿拉莫斯成为贝特领导下的理论部门里一个小组的组长, 负责计算工作, 直到 1946 年 10 月去康奈尔大学任教; 他还发展了用路径积分表达量子振幅的方法, 并于 1949 年提出重整化方法, 解决了“发散困难”, 随后, 他又把量子电动力学基本过程看作是粒子从一点到另一点的传播, 并用简单图形来描绘基本粒子之间的相互作用, 这就是粒子物理学家十分熟悉的费曼图。1951 年, 他转往加州理工学院继续任教。1958 年, 他与盖尔曼 (M. Gell-Mann, 1929 ~) 合作提出了守恒矢量流理论和

戴森

评为 20 世纪最聪明的科学家。

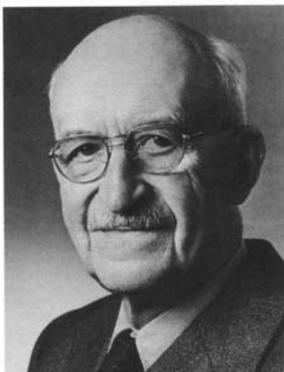
人类对物质世界的认识, 可以说是不断地在连续分布和离散结构之间既循环反复又更新变化, 直至永远。在微观世界里, 如果说波粒二象性是对连续分布和离散结构“运动学”的统一描述的话, 那么量子电动力学就是对其“动力学”的统一描述。



戴森



斯图克尔贝格



克拉默斯

① 应当指出, 这一代换是福克 (V. Fock, 1898 ~ 1974) 在 1927 年首先提出的。