

引力波和微波背景辐射 旋度型偏振的探测

张 杨

(中国科学技术大学天文系 230026)

引力现象是最常见的,例如,地球上的物体都有重量,地球绕太阳运转,都是由于引力的作用。物理世界中有四种基本力,电磁力、弱作用、强作用、引力,其中引力最弱,但却是最复杂的。牛顿引力较简单,质量密度 ρ 产生的引力势 V 由泊松方程 $\nabla^2 V = 4\pi G\rho$ 确定,质点 m 产生 $V = -Gm/r$ 。爱因斯坦 1915 年发表广义相对论,给出了引力场方程 $G_{\mu\nu} = -8\pi GT_{\mu\nu}$,推广了牛顿理论,几个月后他又预言了存在引力波,这是牛顿理论所没有的。引力波是时空扰动的张量型部分,对度规 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, 其中 $\eta_{\mu\nu}$ 是平直时空度规, $h_{\mu\nu}$ 作为四维时空中的张量,是无量纲的小扰动,包含了很广泛的引力场的内容。 $h_{\mu\nu}$ 的空间 3×3 矩阵 h_{ij} 可以按照纵波、横波、有迹、无迹等性质,再进一步的分为标量型、矢量型(通常可忽略)、张量型的三部分之和。其中标量型扰动包含纵波和球对称波部分,而无迹横波的张量型部分就是引力波(后面除了特别指出,本文用 $h_{\mu\nu}$ 标记引力波),具有两个独立的动力学自由度(类似于电磁波),携带能量、角动量以光速在平直背景时空内传播,引力波场方程是双曲型波动方程 $\square h_{\mu\nu} = 0$, 类似于麦克斯韦电磁波方程 $\square A_\mu = 0$ 。引力波所经过的区域,导致时间和空间的伸缩等物理现象。引力波与电磁波不同,后者是电磁场在时空中的传播,而引力波是时空度规扰动 $h_{\mu\nu}$ 的传播,即时空自身扰动具有波动性质。宇宙中的任何物质、包括各种量子场都浸泡在时空大海之中。时空发生扰动,浸泡其中的物质和场也不可避免的跟着动起来。打个比方,时空是一个大网,物质和场就像粘在网上的物体,网自

身扰动,网上的物体就不可避免的跟着动。另一方面,物体粘到网上,也引起网的变形和拉伸,物体振动也引起网的波动。这就相当于物质分布决定相应的时空和引力场。可见,引力波是无法屏蔽,没有反射和散射,可以穿透所有的介质。引力辐射的最低阶是质量四极矩 Q_{ij} 为主,而电磁辐射的最低阶是电偶极为主。另外,引力波是张量场,对应的引力子的自旋为 2,而电磁场是矢量场,光子的自旋为 1。

引力波在宇宙学、天体物理中起着重要作用,对这些领域具有重要意义。天文观测主要基于来自宇宙深处的电磁波探测。电磁辐射可以被散射或屏蔽,而丧失辐射源本身的信息。引力波却没有这些问题。目前宇宙年龄约是 137 亿年,温度 $T_0 = 2.732 \text{ K}$ 。通过宇宙微波背景辐射(CMB)观测,我们追溯宇宙早期演化的上限年龄到 $t \sim 38$ 万年(宇宙学红移 $z \sim 1100$, 温度 $T \sim 3 \times 10^3 \text{ K}$)的复合时期,更早期的信息已被电离化的等离子体所抹平。但宇宙中的残余引力波(RGW)却保留了宇宙暴涨时期($t \sim 10^{-33}$ 秒)的信息,因为 RGW 不被屏蔽、散射。引力波探测对于广义相对论本身和理论物理也具有重大意义。广义相对论是迄今最为成功的引力理论。如水星进动、光线弯曲、引力红移等预言都得到了观测验证^①,但这些验证只是涉及引力场的标量型部分。而张量型部分,即引力波,至今尚未被直接探测到,主要原因是引力波幅度通常很小,给探测带来困难。对著名的双脉冲星 PSR 1913+16 的长期观测表明,其转动周期在缩短,表明轨道在变小,是引力辐射带走了能量所导致。这与引

力辐射理论计算的结果相符合，间接地验证了引力波的存在。引力波是20世纪物理学遗留下来的重大问题，涉及相对论与量子场论结合、基本粒子的统一理论等基本问题，意义重大。近百年来科学家们一直努力，尤其是近十多年来，国际上采用不同方法的几大观测分头并进中。2014年3月BICEP2合作组公布^①，南极天文望远镜以高置信度探测到CMB的旋度型偏振谱 C_l^{BB} ，张量/标量的比值 $r=0.2$ ，意味着直接探测到RGW。此结果若最终被证实，将是天文学和物理学的一个重大里程碑。

一、几种引力波源和探测

许多天体物理过程都产生强度不同的引力波，目前实际观测目标主要有三类：

1. 天体塌缩形成黑洞，超新星爆发，两颗致密星体并合，这些体系的质量四极矩 Q_{ij} 随时间变化，有些过程的引力波幅度传到地球仍可高达 $h \sim 10^{-19}$ 左右，过程持续长短不一，有的仅数小时，甚至更短，引力波频率在 $\nu=10^3 \sim 10^5$ Hz量级，落在激光干涉探测器的的工作频段，如LIGO、VIRGO、GEO、Kagra、LISA等。设实验室内 x 和 y 方向分别放置长度为 L 的尺子，当沿 z 方向的引力波 h 经过时，导致 x 方向尺子长度变为 $L(1-h/2)$ ， y 方向的为 $L(1+h/2)$ 。沿 x 和 y 方向的两束光就会产生相位差。此即激光干涉引力波的基本工作原理。这类引力波也是共振腔型探测器EXPLORER、MANO等的目标。为了计算这类过程的引力辐射， $g_{\mu\nu}$ 隐含的非物理的规范自由度需要消去，爱因斯坦场方程本身又是高度非线性的，计算很复杂，只能数值计算，近几年来才有较为可靠的计算。产生的波形辐射依赖于具体的质量、初始条件等因素，即使探测器上出现信号，也需要明确是哪个源产生的。又由于辐射持续时间较短，给探测的确定带来了难度。

2. 致密双星互绕，质量四极矩随时间变化，产生周期确定的引力波。不同的双星，周期可为几天到几年，频率 $\nu=10^{-5} \sim 10^{-9}$ Hz。引力波周期确定就便于探测。这类长周期引力波是毫秒级脉冲星所形成的天线阵的探测目标，如PPTA、SKA、FAST等。引力

波导致脉冲星和地球之间距离变化，原来精准的电磁波脉冲到达地球的时刻就会出现残差。采用后牛顿近似方法，求解双星的运动方程，定出质量、近星点距离等主要物理参数，利用具体公式给出引力波 h_{ij} ，这个理论波形作为模板与探测的残差数据结合，进行引力波信号的提取。笔者研究组计算了候选双巨黑洞星OJ287轨道到后牛顿3.5阶，得到波形 h_{ij} 。由于该系统的质量很大，到达地球的引力波的幅度有 $h \sim 10^{-16}$ 。目前需要计算多个周期引力波源作为探测对象，寻找多个精准毫秒级脉冲星作为“精准时钟”。

3. RGW，宇宙暴涨时期量子场有涨落，度规 $g_{\mu\nu}$ 也有扰动，其张量型部分演化到今天就是RGW，携带的信息比CMB的更早，为探索宇宙打开一扇新的窗口。笔者研究组做了系统研究，从暴涨时期的产生，经过辐射为主、物质为主、加速膨胀时期的演化 $h_{\mu\nu}$ ，得到解析谱 $h(\nu)$ 如图1所示，计算了暗能量、早期中微子扩散、正负电子对湮灭、夸克-强子相变等效应，这些效应只是在相应的频段内使得RGW的幅度有小小变化，但并不改变谱 $h(\nu)$ 的整体轮廓。还探讨了几类探测RGW的可能性^②。RGW的重要优点是：各个方向、各个频段的波都有，一直都存在，形成随机背景散布在整个宇宙中，其频率分布很宽，从 10^{-18} 到 10^{10} Hz，在任何时间、任何频段都可以探测，因而是各类引力波探测器（高斯激光束工作频率 $\nu \sim 10^9$ Hz、

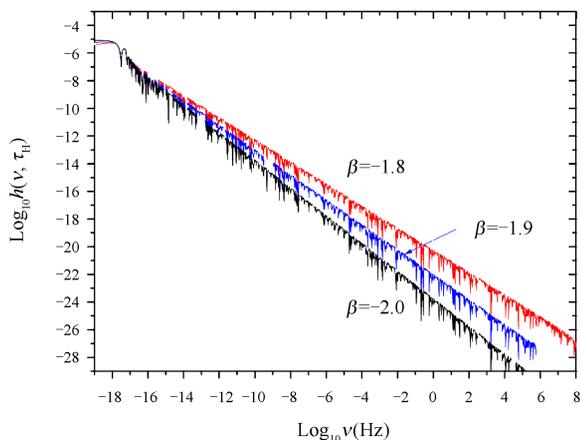


图1 RGW的解析谱 $h(\nu)$ ，有宇宙暗能量存在 $\Omega_\Lambda=0.7$ ，不同的谱指数给出不同斜率的谱

激光干涉 $\nu \sim 10^2$ Hz、共振腔 $\nu \sim 10^3$ Hz、脉冲星天线阵 $\nu \sim 10^8$ Hz、CMB $\nu \sim 10^{17}$ Hz) 的科学目标。这些不同探测分头并进, 哪个首先探测到 RGW 呢? 按照图 1 判断, RGW 在低频段的幅度高, 容易探测。而高频的幅度低, 较难探测。

二、CMB 的旋度型偏振谱 C_l^{BB} 的探测

上述的 RGW 作为源, 将产生 CMB 的旋度型偏振谱 C^{BB} 谱。与 RGW 类似, CMB 作为充满今天宇宙的一种背景电磁辐射, 是高度均匀、各向同性的黑体谱, 其温度 $T=2.732\text{ K}+\Delta T$, 带有微小的各向异性 ΔT 。另外, CMB 还含有线偏振。CMB 产生于复合时期, 当时宇宙中的质子和电子结合为中性的氢原子而放出光子。这部分光子和原有的光子共同形成 $T \sim 3 \times 10^3\text{ K}$ 的黑体谱。光子不与中性氢作用, 即光子经历了最后一次汤姆孙散射, 宇宙变成对 CMB 是透明的。当时温度有原初的微小涨落, 即光子气体密度 $n=(2.404/\pi^2) T^3$ 也就具有四极矩的不均匀, 导致光子气体在汤姆孙散射时产生微小的线偏振。之后 CMB 温度随宇宙膨胀而降低到今天的 $T_0=2.732\text{ K}$, 而各向同性 ΔT 和偏振经过演化, 保留下来。早在 20 世纪 40 年代末伽莫夫就预言了 CMB 的存在, 1965 年迪克 (R. Dicke), 佩布莱斯 (P. Peebles)、罗尔 (P. Roll)、威尔金森 (D. Wilkinson) 仔细分析 CMB 温度, 并正在着手探测。而这时两位无线电工程师彭齐亚斯 (A. Penzias) 和威尔逊 (C. Wilson) 无意中探测到在波长 7.35 cm 处的 CMB 的信号。现在已探测出 CMB 全波段的黑体谱。各向异性 ΔT 包含着一些重要的宇宙学参数, 例如, 复合时期物质分布涨落的大小直接正比于 ΔT 。这乃是几十年来天文学家研究大尺度结构所苦苦寻求的初始条件。1992 年 COBE 卫星首次探测出各向异性的值 $|\Delta T| \sim 1.2 \times 10^{-5}\text{ K}^\circ$, 使得对宇宙的认识大大推进。

CMB 偏振扮演特别的角色。线偏振需要两个 Stokes 参量 (Q, U) 来刻画, 其演化不是孤立进行的, 而是受到 ΔT 的四极矩部分的驱动。因此, 把光子气体的 T 和 (Q, U) 一起写进辐射场列矩阵 $n=(I_x, I_y, U)$, 其中光强 $I=I_x+I_y$ 正比于 T^3 , 包含了 $\Delta T, Q=I_y-I_x$ 。演化由

玻尔兹曼方程 $(\partial_t+ie^i k_t+q) n=\gamma H+qJ$ 统一决定, 其中 e^i 是光子沿 (θ, φ) 方向的单位矢量, k^i 是度规扰动的波矢沿 z 方向, q 是微分光深。对于探测 RGW 来说, $H=e^i e^j dh_{ij}/d\tau$ 是最关键的 Sachs-Wolfe 项, 决定了时空扰动 h_{ij} 对于光子频率的影响, h_{ij} 所含标量扰动和 RGW 的几何性质迥然不同, 通过 H 进入玻尔兹曼方程, 导致的 T 和 (Q, U) 的空间分布结果将是不同的。具体的说, 标量扰动是纵波和球对称波的组合: $h_{ij}^S=k_i k_j h_1+(k_i k_j-\delta_{ij}/3)h_2$, 其中 h_1 和 h_2 是密度扰动的两个独立模, 给出的 $H=\cos^2\theta dh_1/d\tau+(\cos^2\theta-1/3)dh_2/d\tau$ 与方位角 φ 无关, 因而玻尔兹曼方程的解 $I=I(\theta), Q=Q(\theta), U=0$, 与 φ 无关。与此成鲜明对比, RGW 是横波 $h_{ij}^T=(e_x e_x-e_y e_y)h^++(e_x e_y+e_y e_x)h^*$, 其中 e_x, e_y 分别是 x, y 方向单位矢量, h^+ 和 h^* 是引力波的两个独立模, 给出的 $H=\sin^2\theta \cos 2\varphi dh^+/d\tau+\sin^2\theta \sin 2\varphi dh^*/d\tau$ 依赖于方位角 φ , 因而玻尔兹曼方程的解 $I=I(\theta, \varphi), Q=Q(\theta, \varphi), U=U(\theta, \varphi)$, 依赖于 φ 。实际观测到 CMB 的 I, Q, U 是由标量扰动的贡献和 RGW 的贡献的叠加, 且标量贡献还大好几倍, RGW 贡献淹没于其中。这给寻找 RGW 带来了很大困难。但 RGW 贡献的 Q, U 依赖于 φ , 这一特征为从 Q, U 的观测数据中挖掘出 RGW 的信号提供了手段。下面简短介绍具体办法。

按其几何性质来看, 物理量 (Q, U) 一起构成天球面上的一个 2 阶张量, 即 2×2 的对称矩阵:

$$P_{ab} = \begin{pmatrix} Q & -U \sin \theta \\ -U \sin \theta & -\sin^2 \theta Q \end{pmatrix}$$

在绕 z 轴转动了 φ 角的新坐标系中, Q, U 分别变为 $Q \rightarrow Q \cos 2\varphi + U \sin 2\varphi, U \rightarrow -Q \sin 2\varphi + U \cos 2\varphi$ 。这带来的问题是, 即使原来坐标系中 Q, U 不依赖于 φ , 在新坐标系中变为依赖于 φ 了。解决的办法是: 由 (Q, U) 及其导数构造出一个在坐标变换下不变的赝标量 $B=P_{a;b} \epsilon^{ab}$, 这里 $P_a=P_{ab}{}^b$, 其中的“;”代表在二维球面上取协变导数。 B 可以视为矢量场 P_a 的某种旋度, 称为旋度型偏振, 也成为磁场型偏振, 通常简称为 B 模。其特点是, 标量扰动产生的 $B=0$, 而 RGW 产生的 $B \neq 0$ 。因此 B 是一个明确无误的、直接探测 RGW 的物理量。众所

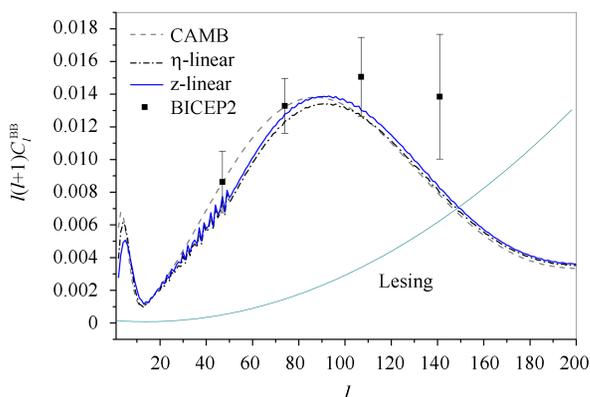


图2 C_l^{BB} 解析谱主峰在 $l=90$ 附近, $l=5$ 处的小鼓包是再电离所导致。图中 4 个点是 BICEP2 观测数据

周知, 电磁学中的磁场是矢量场 \mathbf{A} 的旋度, 磁力线是圈状的。类似的, 既然 B 是某种“旋度”, 线偏振矢量场的平面上若含有 B , 就能直观的看出线偏振矢量场带有一定程度的转圈, 但转圈并不像磁力线那样明显。举一个简单例子, 设给定了 Q , $U=0$ 。计算得到 $B=(2/\sin\theta)\partial_\theta\partial_\varphi Q+(2\cos\theta/\sin^2\theta)\partial_\varphi Q$ 。密度扰动的 Q 不依赖于 φ , $\partial_\varphi Q=0$, $B=0$ 。而 RGW 的 Q 依赖于 φ , $\partial_\varphi Q \neq 0$, $B \neq 0$ 。旋度型偏振谱 C_l^{BB} 就是 B 模的自关联函数对应的功率谱, 定义为 $C_l^{BB} = \int |a_l^B|^2 k dk$, 其中 $a_l^B = 1/(2l+1) \sum_m \int B Y_{lm}(\theta, \varphi) d\Omega$, 正比于 B 。类似于 B , 还可以构造一个在坐标变换下不变的标量, 即梯度型偏振 $E=P_a^a$, 也称为电场型偏振, 简称为 E 模。与 C_l^{BB} 一起, RGW 同时还产生温度各向异性谱 C_l^{TT} 、梯度型偏振谱 C_l^{EE} , 以及交叉谱 C_l^{TE} 。在这四个谱中, C_l^{BB} 的幅度最低, 也最难探测。另外, 密度扰动也产生 C_l^{TT} 、 C_l^{EE} 、 C_l^{TE} , 但不产生 C_l^{BB} , 笔者研究组计算得到 RGW 产生四个谱的近似解析解 (包括再电离影响)^④, 以及密度扰动产生三个谱的大角度上近似解析解^⑤。图 2 展示 RGW 产生的 C_l^{BB} 解析谱以及 BICEP2 观测数据四个点。

WMAP 卫星 2003 年^⑥和普朗克卫星 2013 年都探测到了 C_l^{TT} 、 C_l^{EE} 、 C_l^{TE} , 但未得到 C_l^{BB} 。前三个谱是密度扰动贡献为主, RGW 贡献较小而难以区分。于是, 观测 C_l^{BB} 成为探测 RGW 的关键, 国际上多个

计划都在瞄准 C_l^{BB} , 处于竞争中, 据传普朗克卫星今年将公布 C_l^{BB} 的结果。但南极观测的 BICEP2 组抢在了前面。其天文望远镜接收 150 GHz 频段的 CMB 信号, 扫描遍 380 平方度的一个低前景噪音天区, 2010 ~ 2012 年 3 个观测季节的观测数据给出原始的 $T(\theta, \varphi)$ 、 $Q=Q(\theta, \varphi)$ 、 $U=U(\theta, \varphi)$ 信号图, 按照上述构造方法, 将其中原始的 $Q=Q(\theta, \varphi)$ 、 $U=U(\theta, \varphi)$ 图进一步转换为 $B(\theta, \varphi)$ 模的图, 最终给出 C_l^{BB} 在 $30 < l < 300$ 之间的九个数据点, 其中 $30 < l < 150$ 的更大角度上的四个数据点避开了引力透镜效应的污染, 与理论预言的 C_l^{BB} 曲线的第一个主峰的半个峰相吻合, 其高度为 $l(l+1)/2\pi C_l^{BB} \approx 0.01(\mu K)^2$, 这是由极低频 $\nu \sim 10^{-16}$ Hz 的 RGW 产生。该结果以 7σ 的置信度证实了 RGW 的存在, 与张量 / 标量比值 $r=0.2$ 的模型 Λ CDM+lensing 符合。需要说明的是, 来自银河系内部的极化尘埃辐射、同步辐射以及来自河外的辐射源, 都可以产生 B 模, 这对信号 C_l^{BB} 探测是可能的主要前景污染。河内的辐射污染随着银河系纬度的提高而迅速下降。为了降低河内污染, BICEP 选择这个高银纬度天区是很特殊, 比通常天区干净至少一个量级。对以上的三类辐射污染做估算, 他们给出污染等效的 r 值, 比探测信号 $r=0.2$ 低至少一个量级。当然, 即使排除了污染, BICEP2 的结果, 还需独立的探验证。展望后引力波时代, 天文学、宇宙学、引力理论等领域的研究都将受到深远影响。

① BICEP2 COLLABORATION, (2014) arXiv-astro-ph, 0934323

② Y. Zhang, et al, (2006) *Class. Quant. Grav.* 23, 3783

③ G. F. Smoot, (1992) *ApJ*, 396, L1; C. L. Bennett, (1992) *ApJ*, 396, L7

④ W. Zhao and Y. Zhang, (2006) *Phys. Rev. D* 74, 083006; T. Y. Xia and Y. Zhang, (2009) *Phys. Rev. D* 79, 083002

⑤ Z. Cai and Y. Zhang, (2012) *Class. Quantum Grav.* 29, 105009

⑥ C. L. Bennett, et al. 2003, *ApJS*, 148, 1