

从反常霍尔效应到量子反常霍尔效应

余睿 翁红明 方忠 戴希

美国物理学家霍尔 (Edwin H. Hall) 在 1879 年发现, 当电流垂直于外磁场通过导体时, 在导体的垂直于磁场和电流方向的两个边界之间会出现电势差 (图 1)。这个现象被称作霍尔效应。在当时要理解这一重要的现象还非常困难, 因为电子的概念在 18 年后才被提出来。现在我们知道霍尔效应是因为运动的载流子在磁场中受到洛伦兹力, 获得一个横向的速度分量, 使得载流子在导体的横向方向聚集产生了电压。这一效应现在被广泛的应用于确定半导体的导电类型, 载流子浓度和迁移率的测量, 以及磁场强度的测量中。

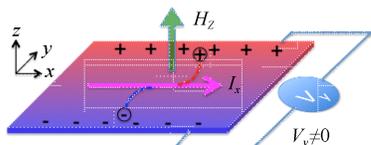


图 1 霍尔效应

纵向电流 I_x 在垂直导体的外磁场 H_z 作用下受到洛伦兹力, 引起横向的偏转, 产生了一个横向的电压 V_y

1880 年霍尔进一步发现, 在铁磁性金属中, 霍尔效应会比在非磁导体中更强。这额外的部分是因铁磁性金属中存在自发的磁性长程序, 这使得即使不加外磁场也能观测到霍尔效应 (图 2)。为了区分这两种现象, 我们把不需要外磁

场的霍尔效应叫做反常霍尔效应。虽然霍尔效应和反常霍尔效应非常相似, 但是他们的物理本质完全不同。因为反常霍尔效应不存在外磁场对电子的洛伦兹力来产生轨道运动偏转。它的物理机制在被发现后的一百多年里一直是个谜。1954 年卡普拉斯 (Karplus) 和鲁丁格 (Luttinger) 在研究自旋轨道耦合作用对自旋极化的巡游电子的运输的影响后指出, 对完全忽略杂质和缺陷, 包含自旋轨道耦合作用的理想晶体, 其能带占据态中的载流子在外电场中会有一个额外的群速度, 这个附加的速度被称作反常速度。在上下自旋电子占据数不相等时会存在净的横向电流, 产生反常霍尔效应。他们的这个解释只依赖于体系的自旋轨道作用和周期晶格的能带结构, 而与杂质或者缺陷的散射效应无关, 因此也被称作反常霍尔效应的内秉机制。现在我们知道他们推导出来的这个反常速度正比于贝里曲率, 但在当时贝里相位的概念还没有建立起来, 因此这个解释在当时并不被广泛接受。在很长一段时间里面, 两种外秉机制的解释占据着主导地位。其中一个解释是斯米特 (Smit) 提出的斜散射机制 (skew scattering), 他认为对于固定自旋方向的电子, 由

于自旋轨道耦合相互作用, 电子受到杂质的散射是不对称的, 使得定向运动的电子偏离原来的方向, 形成横向的电荷积累。另一个解释是 Berger 提出的边跳机制 (side-jump), 他认为在载流子和杂质的散射中由于自旋轨道耦合的影响, 特定自旋的载流子在经历与杂质散射后质心位置会向某个特定方向偏移, 使得载流子获得一个横向的平均速度, 导致横向的电荷积累。但是人们很难对杂质建立准确定量的有效模型, 因此外在机制的理论计算结果很难和实验进行定量的比较。而且实际材料中不可避免的存在杂质和缺陷, 因此外秉机制和内秉机制的贡献共存着, 谁占主导地位一直存在争论。

1980 年, 克利青 (K.von Klitzing) 等人发现了量子霍尔效应。他们观测到在增强外磁场的过程中, 霍尔

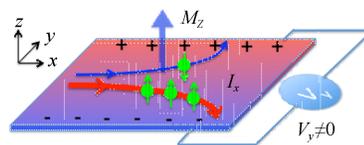


图 2 反常霍尔效应

体系存在因自发磁化产生的有效磁场 M_z 并使得上下自旋电子的占据数不相等。由于自旋轨道耦合作用使得自旋指向相反的电子获得方向相反的反常速度, 造成横向边界上聚集的电子数不相等, 形成非零的霍尔电压 V_y

电导存在一系列量子化的台阶，同时纵向电导变成零，即霍尔电导量子化时样品体内变成了绝缘体。这个现象有个直观的解释：在量子霍尔效应系统中，电子被限制在二维平面上，在强磁场下会形成朗道能级。原先的自由电子在样品中做回旋运动。如果外磁场足够强，样品中间电子的回旋路径变成小圆环，电子在样品的中间部分打转从而被局域在了样品中间，形成了绝缘体。而样品边界上的电子回旋路径不能形成完整的圆环，使得电子在样品边上只能朝着一个方向传输，形成所谓的金属性的边界态（图3）。边界上的电子可以绕过杂质和缺陷而不会被散射，形成电导率为 e^2/h 的无耗散通道。量子霍尔态在凝聚态物理中是一种全新的量子态，让人们对于凝聚态物理有了新的认识，它不能由朗道的对称性破缺理论来解释，而需要由系统波函数的拓扑性质来描述。这是第一次把数学上的拓扑的概念引入到凝聚态理论中来。1982年索利斯（D. J. Thouless）等人引入了TKNN拓扑数对波函数的拓扑性质进行分类。这个拓扑数直接和量子化的霍尔电导对应，也和边界上的边界态数目直接对应。

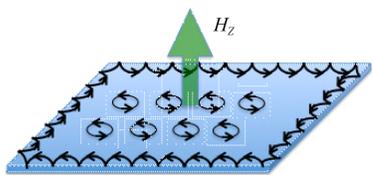


图3 量子霍尔效应示意图

强磁场 H_z 使得电子形成朗道能级，在导体中做回旋运动，中部的电子被局域住形成绝缘体，边界上的电子形成能单向传输的金属态电子

在得到量子化的霍尔效应后，人们开始寻找量子化的反常霍尔效应。但是这是一个艰难的工作，因为人们对反常霍尔效应的物理机制还没有清楚的认识。1988年，霍尔丹（F. D. M. Haldane）提出了在六角蜂窝状的周期晶格上，不需要自旋轨道耦合相互作用，也不需要外磁场实现量子霍尔效应的一种方法。他提出的这个方法在实验上很难实现，不过他的想法对后面出现的拓扑绝缘体和量子反常霍尔效应有很重要的启迪。因为他指出了在不存在外加磁场的情况下，周期晶格体系也可以存在非平庸的电子结构，使得体系存在一个非零的拓扑数。

反常霍尔效应的物理机制，尤其是内秉反常霍尔效应的拓扑性质，直到21世纪早期才有比较系统的研究。研究者发现内秉的反常霍尔效应与占据态波函数的贝里相位有关。所谓的反常速度其实起源于贝里曲率。贝里曲率可以看作是动量空间中的有效磁场，它会修正电子的运动方程，导致反常霍尔效应。这个有效的磁场可以溯源到能带交叉点处动量空间的磁单极，现在也被叫做韦尔（Weyl）半导体中的韦尔节点。通过对 $SrRuO_3$ 和 Fe 的第一性原理计算结果和实验数据相比较，表明内秉机制引起的反常霍尔效应占据了主要贡献。系统中的自旋轨道耦合和时间反演对称性的破缺（铁磁系统）在这里非常重要，否则贝里相位的贡献会被对称性给屏蔽掉。这一系列的工作使人们认识到反常霍尔效应和

系统布洛赫态的拓扑性质的微妙联系。进而人们提出问题：反常霍尔效应能够像平常霍尔效应那样也有对应的量子化版本吗？如果反常量子霍尔效应（图4）能够实现的话，我们就得到了不需要外磁场的量子霍尔效应。不过这和霍尔丹提出的设计方案有很大的不同，这里材料的自旋轨道耦合相互作用起了关键作用。

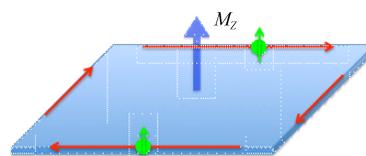


图4 量子反常霍尔效应

不需要外加磁场，系统内部的自发磁化破坏了系统的时间反演对称性并使得系统处于拓扑态。边界上存在拓扑保护的单向传输的边界态

要达到这一目的，有很大的困难需要克服，因为量子反常霍尔效应的实现需要满足下面四个条件：（1）系统必须是二维系统；（2）系统需要处在绝缘相；（3）系统需要存在铁磁序；（4）系统需要有非平庸的拓扑性质。要找到一个系统同时满足这四个条件不是很容易的事情。幸运的是，从最近的研究热点——拓扑绝缘体中人们找到了突破点。拓扑绝缘体是一种新的拓扑量子态，它的拓扑性质由 Z_2 拓扑数来描述，而且受到时间反演对称性保护。这与量子霍尔效应和反常量子霍尔效应不同，后两者需要破坏时间反演对称性。一个二维的拓扑绝缘体系统（量子自旋霍尔效应，图5）可以看作是两个由时间反演对称性联系起来的量子反常霍尔体系。因此我们可

以从已知的二维或者三维拓扑绝缘体材料出发,通过破坏时间反演对称性来设计量子反常霍尔体系。按照这个策略,文献(X. L. Qi, T. L. Hughes, S. C. Zhang, Phys. Rev. B 78, 195424 (2008))首先提出在三维拓扑绝缘体的表面上覆盖铁磁绝缘体有可能实现量子反常霍尔效应。随后,受到拓扑绝缘体中反带的物理图像和实验上观测到量子自旋霍尔效应的启发,文献(Chao-Xing Liu, Xiao-Liang Qi, Xi Dai, Zhong Fang, and Shou-Cheng Zhang, Phys. Rev. Lett. 101, 146802 (2008))提出在二维量子自旋霍尔体系 HgTe 量子阱中掺杂过渡金属 Mn 来实现反常量子霍尔效应的方法。不过这个提议有个缺点, Mn 的局域磁矩不能自发有序的排布,仍然需要外加磁场来让 Mn 的磁矩有序。2010 年文献(Rui Yu, Wei Zhang, Hai-Jun Zhang, Shou-Cheng Zhang, Xi Dai, Zhong Fang, Science 329, 61 (2010))提出,在磁性杂质(Cr 或者 Fe)掺杂的 Bi₂Se₃ 或 Bi₂Te₃ 薄膜体系中,由于范弗莱克机制,能够使系统处于铁磁相。在足够强的交换场下,

系统可以实现量子反常霍尔效应。经过实验物理学家的艰辛努力,这一提议最终在实验中得到了证实。然而这并不意味着寻找量子反常霍尔效应的结束,这次理论和实验上的成功将会激发出对量子反常霍尔效应更深入广泛的研究。未来的研究将会集中在如下两个重要的方向上:(1)如何提高量子反常霍尔效应的温度(现在的实验温度在十几个毫开量级);(2)实验(C. Z. Chang, J. S. Zhang, M. H. Liu, Z. C. Zhang, X. Feng, K. Li, L. L. Wang, X. Chen, X. Dai, Fang, X. L. Qi, S. C. Zhang, Y. Y. Wang, K. He, X. C. Ma, Q. K. Xue, Adv. Materials, 25, 1065 (2013))中观测到的霍尔电导为 1,如何得到陈数大于 1 的量子化平台?还有其他几个实现量子反常霍尔效应的提议值得去关注:(1)文献(Gang Xu, Hongming Weng, Zhijun Wang, Xi Dai, Zhong Fang, Phys. Rev. Lett. 107, 186806 (2011))预言 HgCr₂Se₄ 是一种韦尔半导体,这种材料在一定的厚度下也可能出现量子反常霍尔效应,而且陈数等于 2。这种材料的优势在

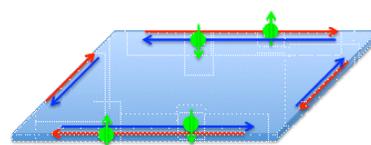


图5 量子自旋霍尔效应
二维系统在 Z₂ 拓扑数非零时,边界上有自旋指向相反,传输方向相反的满足时间反演对称性的边界态。这可以看作是两个由时间反演对称性联系起来的量子反常霍尔系统

于,它是稳定的化学纯化合物,居里温度在 100 K 以上。(2)文献(Hai-Jun Zhang, Xiao Zhang, and Shou-Cheng Zhang, cond-mat: 1108.4857)预言 GdBiTe₃ 的薄膜也有可能存在量子反常霍尔效应。(3)文献(Kevin F. Garrity and David Vanderbilt, Phys. Rev. Lett. 110, 116802 (2013))预言在磁性绝缘体的表面上覆盖 Au, Pb, Bi, Tl, I 等重元素薄膜可以产生较强的反常霍尔效应,甚至量子化的反常霍尔效应。

我们相信随着今后材料设计和实验手段上的突破,利用量子反常霍尔效应的器件将会出现在我们的日常生活中。

(余睿,香港大学物理系;余睿,翁红明,方忠,戴希,中国科学院物理研究所 100190)



科苑快讯

海滩上的非线性海浪

大多数人认为低振幅海浪非常近似于线性的,然而这却与实际情况相去甚远。美国博尔德市(Boulder)科罗拉多大学(University of Colorado)的阿布洛维提兹

(Mark Ablowitz)和鲍尔温(Douglas Baldwin)就对墨西哥努埃瓦塔(Nuevo Vallarta)的两处平坦海滩和美国加利福尼亚州的威尼斯海滩(Venice beach)每天发生的非线性交互作用做了报告。这些相互交叉的 X 形和 Y 形波浪与非线性 KP 方程(Kadomtsev-Petviashvili equation)相互作用的“线性孤子”解决方案关系密切。

他们遵循了 1834 年开始的孤子测点定位传统,那时的造船工程师罗素(JS Russel)首次在英国爱丁堡联盟运河记录了孤子波现象。它们都表明,正像以前所想的那样,这些非线性线性相互作用并非个例,这种交互作用在海啸以及巨浪中起着重要作用。

(高凌云编译自 2012 年 11 月 27 日《欧洲核子中心快报》)