

走向统一的自然力

爱因斯坦：试图统一电磁力和引力 未能如愿（Ⅲ）

厉光烈 赵洪明

（2）广义相对论

狭义相对论具有两个局限性：一是，它只对那些以恒定速度相对运动的惯性坐标系有效；另一是，尽管这个理论与描述电磁场的麦克斯韦方程组是兼容的，但它与牛顿万有引力定律并不兼容。为了克服上述两个局限性，爱因斯坦将相对性原理加以推广，使其不仅适用于惯性坐标系，而且适用于相互间有相对加速度的非惯性坐标系，即将狭义相对性原理推广为广义相对性原理，并引入等效原理以联系引力效应和非惯性坐标系，进而以这两个原理为基本假设，运用几何方法将万有引力定律纳入狭义相对论的理论框架之中，于1915年创建了广义相对论。下面，我们仍然依据《狭义与广义相对论浅说》循着爱因斯坦的思路对其作较为详细的介绍。

引力质量与惯性质量

为了使得狭义相对论不仅能与麦克斯韦方程组兼容而且能与牛顿万有引力定律兼容，爱因斯坦首先类比电场和磁场引入了引力场。

在牛顿力学中，引力被看作是一种超距作用。爱因斯坦不同意这种看法。他认为：就像“磁石吸铁”是通过作为“中介”的磁场来进行的一样，地球对“下落石块”的吸引也不是直接的作用，而是“地球在其周围产生一个引力场，这个引力场作用于石块，引起石块的下落运动。”接着，他又指出：“与电场和磁场对比，引力场显示出一种十分显著的性质，即在一个引力场的唯一影响下运动着的物体得到了一个加速度，这个加速度与物体的材料和物理状态都毫无关系。例如，一块铅和一块乌木在一个引力场中如果都是从静止状态或以同样的初速下落的，那么它们（在真空中）下落的方式就完全相同。”实际上，这里说的就是伽利略通过比萨斜塔实验发现的自由落体定律，爱因斯坦重新谈起它只是为了引出有关“引力质量与惯性质量相等”的讨论：

以“下落石块”为例，类比电场和磁场，石块所受“引力”与地球周围的“引力场强度”可以通过“引力质量”相联系：

引力 = 引力质量 × 引力场强度，

这里引力质量是物体的一个特征属性，在万有引力定律中，它表征物体产生引力场的能力，与库仑定律中的电荷地位相当。由于“引力”又是石块下落加速度的起因，我们有

引力 = 惯性质量 × 加速度，
这里惯性质量同样是物体的一个特征属性，在牛顿第二定律中，它表征物体阻碍其自身在外力作用下获得加速度的能力，有些像欧姆定律中的电阻。

从上述两个关系式，可以得出：

加速度 = (引力质量 / 惯性质量) × 引力场强度。

前面提到“这个加速度与物体的材料和物理状态都毫无关系”，而且，在同一个引力场强度下，加速度总是一样的，因此引力质量与惯性质量之比对于任何物体都应该是一样的。只要适当调整万有引力定律中的比例常数，便可使这个比等于1，即物体的惯性质量与引力质量完全相等。

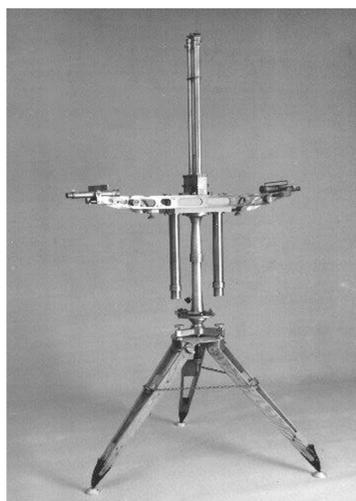
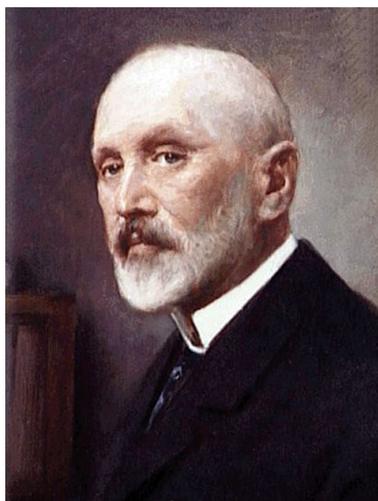
厄缶实验

在牛顿力学中，引力质量与惯性质量确实被认为是相等的，但是，由于引力质量和惯性质量毕竟是两

个完全不同的物理概念，它们完全有可能并不严格相等。因此，牛顿曾通过测量不同材料单摆的周期来检验它们是否相等，结果发现在千分之一实验精度内两者相等。匈牙利物理学家厄缶（B. L. Eötvös, 1848 ~ 1919）持续做了 10 多年的扭秤实验，证明在 2×10^{-9} 精度范围内两者精确相等，后来的实验更将实验精度提高到 2×10^{-11} 。

厄缶实验装置如图所示：扭秤悬臂取东西向，水平放置，两端悬挂质量几乎完全相同但材料不同的两个物体，悬臂中点用一根细丝悬挂在与实验室固定的支架上。由于地球表面的物体不仅受到地球与物体之间的万有引力作用，还受到由于地球自转而产生的惯性离心力的作用。前者只与引力质量有关，力的方向指向地心；后者只与惯性质量有关，其方向在物体所在纬度的平面内，沿径向向外，两者的合力并不指向地心。当两种材料的引力质量与惯性质量之比相同时，两物体受力方向一致，扭秤不动。但若两种材料的引力质量与惯性质量之比稍有不同，两物体受力方向就不再一致，扭秤将会发生转动。两种材料的引力质量与惯性质量之比与 1 相差哪怕只有万亿分之几，都足以使得扭秤的悬丝发生可被观测到的转动。然而，实验中并没有发现悬丝转动，这表明不同物质的引力质量与惯性质量之比在很高精度内是相同的。

虽然厄缶实验极其精确地证明了物体的引力质量确实等于其惯性质量，但是牛顿力学并未从理论

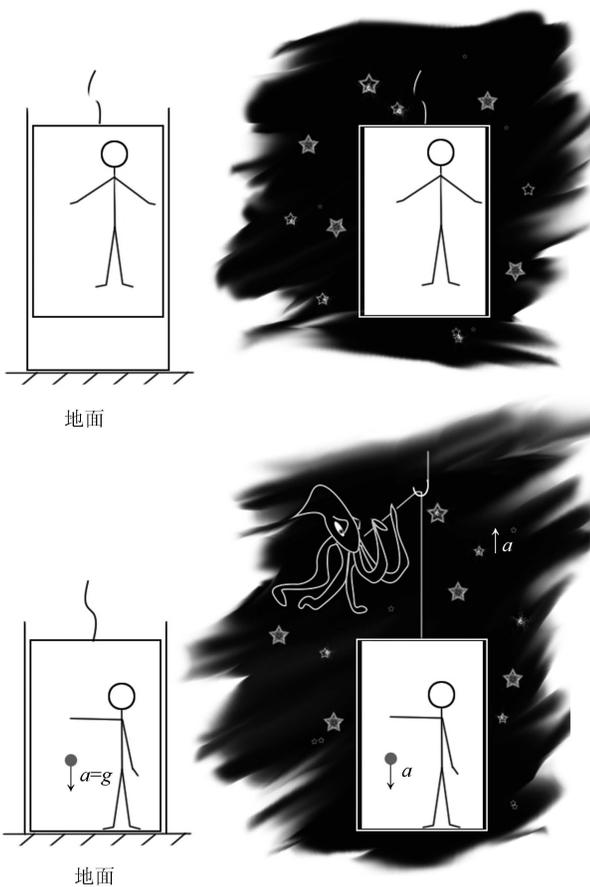


厄缶及其实验装置

上对此给出满意的解释。爱因斯坦正是为了给予这个习以为常的事实一个合理的解释，提出了等效原理，进而创建了广义相对论。

爱因斯坦升降机与等效原理

1922 年，爱因斯坦在回忆他创建广义相对论的过程时曾经讲到，当他正在思考如何解释“引力质量与惯性质量完全相等”这一事实时，脑子里突然闪现了一个念头：“如果一个人正在自由下落，他决不会感到他的重量”，“下落的人正在作加速运动，可是在这个加速参考系中，他有什么感觉？他如何判断面



爱因斯坦升降机

前所发生的事情？于是，我决定把相对论理论推广到加速参考系”。

于是，他设想“在一无所有的空间中有一个相当大的部分，这

里距离众星及其他可以感知的质量非常遥远”，在这部分空间里，把“一个像一间房子似的极宽大的箱子当作参考物体，里面安置一个配有仪器的观察者。对于这个观察者而言，引力当然并不存在。他必须用绳子把自己拴在地板上，否则他只要轻轻一碰地板就会朝着房子的天花板慢慢地浮起来。”实际上，这个箱子就是一个惯性坐标系，“对之处于静止状态的物体继续保持静止状态，而对之作相对运动的物体永远继续作匀速直线运动”。如果在箱子盖外面的正中央安装一个系着缆索的钩子，并设想有一“生物”开始以恒力拉动这根缆索，使箱子连同观察者开始“向上”作匀加速运动，也就是说，现在的箱子已经变成了一个非惯性坐标系，那么其内的观察者如何感知这一过程呢？显然，箱子的加速度会通过箱子地板传递给他，或者说，他会像站立在地球上的一个房间里一样感受到一个“向下”的拉力。这时，如果他松开原来拿在手里的一个物体，那么这个物体就不再携带箱子传递给它的加速度，而是以这个加速度落到地板上，就像在地球上的自由落体。这就是说，观察者感到自己以及身边的物体连同箱子好像是处在一个引力场之中。可是，前面交待得很清楚，箱子并不是处在有引力存在的空间之中，它只是被某一“生物”拉着“向上”作匀加速运动而已。因此，观察者的经验告诉我们：他在“向上”作匀加速运动的非惯性坐标系里的感受与在地球上（即处于引力场中）的

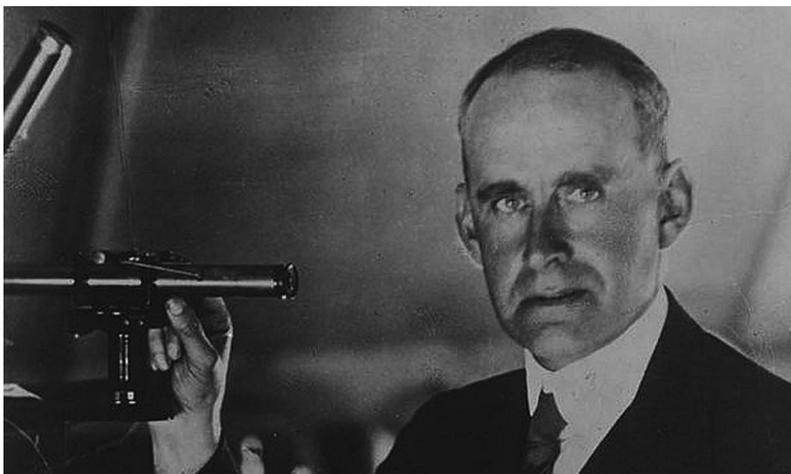
惯性坐标系里的感受几乎一样。这就是“等效原理”。在一些教科书中，这个“箱子”又被称为“爱因斯坦升降机”。

回到前面讨论的“下落石块”的例子，按照“等效原理”，石块在地球上惯性坐标系里的自由落体运动与其在以相同加速度“向上”作匀加速运动的没有引力场存在的非惯性坐标系里的运动完全等效，也就是说，石块的引力质量与其惯性质量应该完全相等。这样，爱因斯坦便借助等效原理合理地解释了牛顿未能解释的上述问题。显见，“等效原理”表示加速度与引力密切相关：哪里有加速度，哪里就有等同于真实引力效应的“人造”引力效应。于是，只要在非惯性坐标系中引入“人造”引力场，就可将其等同于惯性坐标系，这样，便可将狭义相对性原理推广为广义相对性原理。

光线在引力场中的偏转

现在，我们设想有一束光线“横向”射入正在“向上”作匀加速运动的“爱因斯坦升降机”，那么，

因为光子有（动）质量，它就应该像在地球上水平抛出的石块一样作平抛运动，即向下偏转。根据等效原理，这就是说，光线在引力场中不再直线传播，而是沿曲线行进。爱因斯坦指出：“以掠入射方式经过太阳的光线，其曲率的估计值达到 $1.75''$ 。”并预言可以通过在日全食时观测邻近太阳的恒星来加以验证，因为“这些恒星当日全食时在天空的视位置与它们当太阳位于天空的其他部位时的视位置相比较应该偏离太阳”。1919年5月29日，英国皇家学会和英国皇家天文学会组成的一个联合委员会装备的两个远征观测队：一个在著名天文学家爱丁顿带领下离开西非海岸到普林西比（Principe）岛；另一个在安德鲁·克罗梅林领导下到巴西北部的索布拉尔（Sobral），对当天的日全食进行了观测。他们拍摄的星图所给出的曲率分别为 $1.61''$ 和 $1.98''$ 。显见，爱丁顿队的观测结果更接近爱因斯坦的理论预言。这是广义相对论中第一个被观测证实的预言。



爱丁顿（A. S. Eddington, 1882 ~ 1944）

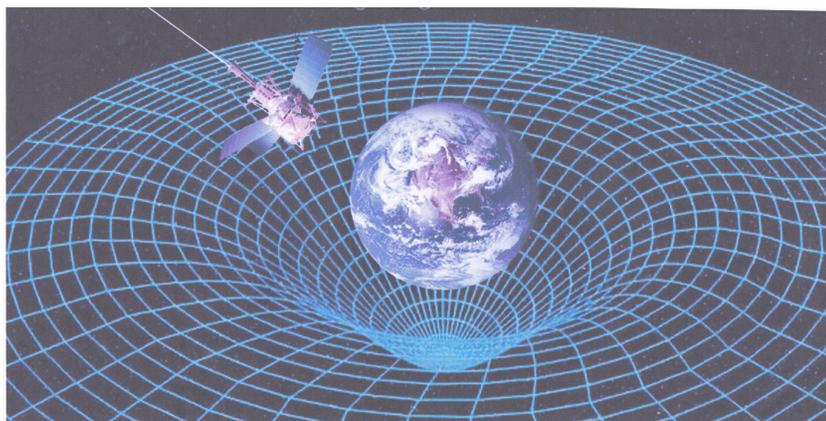
既然光线在引力场中会发生偏转，也就是说，光速在引力场中会不断改变方向，即依赖于坐标，这样，作为狭义相对论两个基本假定之一的光速不变原理便不能被认为具有无限的有效性，那么，以这两个基本假定作为基石建立起来的“狭义相对论大厦”是否会因此而坍塌呢？爱因斯坦指出，“不能认为狭义相对论的有效性是无止境的”，“只有在我们能够不考虑引力场对现象（例如光现象）的影响时，狭义相对论的结果才能成立”。

根据最小作用原理，光线走“捷径”，即沿“短程线”（或称测地线）行进。所谓“短程线”，就是两点之间的“最短路径”，在平面上，就是直线；在球面上，就是圆心与球心重合的大圆上的弧线。实际上，有关“短程线”的方程就是物体在引力场中的运动方程。既然光线在“横穿”上述非惯性坐标系时不再直线传播而是沿抛物线行进，那么，短程线就是抛物线，也就是说，在上述的非惯性坐标系中时空发生了弯曲。按照等效原理，这就意味着引力效应等效于时空弯曲。

2011年5月，美国国家航空航天局（NASA）的空间探测器“引力探针B”对地球周围空间的形状进行了检测，测量到由于时空弯曲而引起的差异为28毫米，再一次证明了爱因斯坦理论的正确性。

转动圆盘上的钟和尺

“爱因斯坦升降机”是匀加速运动的非惯性坐标系，为了进一步考察在一般的、变加速运动的非惯



美国 NASA “引力探针 B” 对地球周围空间形状检测的示意图

性坐标系中的时空特性，让我们跟随爱因斯坦在转动圆盘上用钟和尺来做实验：设想将坐标系 K' 固定在一个平面圆盘上，这个圆盘在其本身的平面内围绕其中心作匀速转动。那么，在圆盘上离开盘心而坐的一个观察者将会感受到沿径向向外的一个力，而坐在盘心的另一个观察者则感受不到这个力，便称其为惯性离心力，而前一个观察者可以把圆盘当作一个“静止”的参考物体，那么，根据等效原理，他便可以把作用在自身的力看作是一个引力场的效应。但是，这个引力场与万有引力场不一样，它的场强随着离盘心距离的增加而不断增强，而且在盘心消失，因此无法用牛顿万有引力定律来描述。为了能够合理地描述上述观察者所感受到的引力场，同时又能解释众星的运动，必须寻找一个更为普遍的引力定律。

由于“非惯性坐标系等效于一个引力场”，因此，要建立上述的普遍引力定律，就必须分析非惯性坐标系内物体的运动，也就是要知道在非惯性坐标系（例如上述固定在转动圆盘上的坐标系 K' ）中

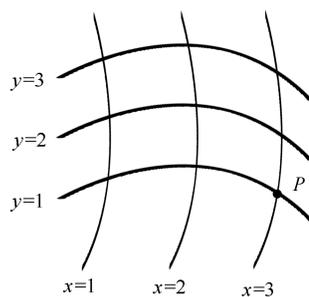
如何定义时间坐标和空间坐标。为此，我们来讨论转动圆盘上的钟和尺。首先，将构造完全相同的两个钟放在圆盘上：一个放在盘心，另一个放在边缘。显然，这两个钟相对于坐标系 K' 是保持静止的，而相对于非转动的伽利略坐标系 K ，它们的运动状态却是不同的：位于盘心的钟仍然保持静止；位于边缘的钟则随着圆盘转动。在“狭义相对论”部分，我们曾经提到“动钟变慢”，因此，第二个钟应该比第一个钟走得慢，也就是说，在转动圆盘上，或者说在某一引力场中，一个钟走得快些还是慢些，要看这个钟放在什么位置。加上，前面提到，在引力场中，真空中光速不再保持不变，而是依赖于坐标。于是，时间不再能用“同步”的钟来测量，原先有关“同时性”的定义也不再适用了，它们都需要重新定义。接着，再来看转动圆盘上的尺。设想其长度（假定为1）远比圆盘半径要短，将其放在圆盘边缘并与圆盘相切，那么，根据“动尺缩短”，它相对于伽利略坐标系 K 的长度应该小于1。但是，若将其沿半径

方向（即与转动方向垂直地）放在圆盘上，则其长度不会缩短，仍为1。这样一来，如果用这杆尺先去量度圆盘的圆周，再去量度圆盘的直径，然后两者相除，则所得到的商将不会是大家熟知的 π ，而是一个大一些的数。但是，对于一个相对于 K 保持静止的圆盘，上述操作和运算则会准确地得出 π 。这就是说，在非惯性坐标系 K' 中，或者说在一个引力场中，欧几里得几何学的命题不再严格成立。在狭义相对论中，运动物体的空间坐标 (x, y, z) 是通过笛卡儿坐标系来定义的。笛卡儿坐标系包含三个相互垂直的平面，这三个平面与一个刚体牢固地连接在一起。在这个坐标系中，任何事件发生的地点都由从该事件发生的地点向上述三个平面所作垂线的长度来确定。这三条垂线的长度可以按照欧几里得几何学所确立的规则和方法用“刚性”的尺来度量，它们就是该事件发生地点的空间坐标 (x, y, z) ，又称笛卡儿坐标。既然在非惯性坐标系 K' 中“尺”在不同地点有不同的长度，也就是说，它不是“刚性”的尺，那么发生在非惯性坐标系 K' 中的事件的空间坐标就不能再用笛卡儿坐标来描述，需要重新定义。

然而，只要事件的时间坐标和空间坐标的定义还未给出，我们就不能赋予（在其中出现这些事件的）任何自然规律以严格的意义，也就不能给出广义相对性原理的严格表述。那么，在非惯性坐标系中，或者说在一个引力场中，应该如何定义时间坐标和空间坐标呢？



高斯 (C. F. Gauss, 1777 ~ 1855) 及其曲线坐标



高斯曲线坐标和黎曼几何学

爱因斯坦想到大学时学过的高斯曲线坐标可以用来代替笛卡儿直角坐标来定义非惯性坐标系中的时间坐标和空间坐标。

设想在桌面上画两组彼此相交的曲线系 x 和 y ，并用一个实数来标明每一根 x 或 y 曲线（见上图）。应当强调指出：在图中曲线 $x(y)=1$ 和 $x(y)=2$ 之间布满着互不相交的无限多根 $x(y)$ 曲线，这些 $x(y)$ 曲线都分别标注着对应于1和2之间的实数，使得桌面上每一个点都具有一组完全确定的 (x, y) 值，这组值就被称为该点的高斯坐标，例如，图中 P 点的高斯坐标就是 $(3, 1)$ 。这样，按照高斯的论述，桌面上无限邻近的两个点： (x, y) 和 $(x+dx, y+dy)$ 之间的距离（或间隔） ds 的平方可以表示为

$$ds^2 = g_{11}dx^2 + 2g_{12}dxdy + g_{22}dy^2 \quad (1)$$

其中 g_{ij} ($i, j=1, 2$)称为度规，它们“以完全确定的方式取决于 x 和 y 的量”，或者换句话说， $x(y)$ 曲线在 (x, y) 点的曲率由它们来规定。如果 x 曲线和 y 曲线就是欧几里得几何学中相互正交的直线，那么，高斯坐标也就成为笛卡儿坐标，(1)式便可表示为大家熟知的

形式：

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (1')$$

将(1')式与(1)式相比较，不难发现：在笛卡儿（直角）坐标系中， ds^2 与坐标 (x, y) 无关，也就是说，不论在桌面上什么地方，“尺”都有一样的长度，因此，可以用同一个笛卡儿坐标系来描述发生在桌面上任何地方的所有事件；而采用高斯曲线坐标， ds^2 通过度规 g_{ij} 与坐标 (x, y) 有关，或者说，“尺”的长度将随它在桌面上放在何处而有所不同。

后来，黎曼将高斯曲线坐标推广到 n 维空间，使无限邻近的两个点之间的间隔的平方

$$ds^2 = \sum_{\mu, \nu=1}^n g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

在高斯曲线坐标的变换下保持不变，并在此基



黎曼 (Riemann, 1826 ~ 1866)

础上,引入与度规张量 $g_{\mu\nu}$ 有关的里奇张量来描述高斯曲面的曲率,发展了一套几何方法来研究黎曼空间中各种图形的性质。这套几何方法,就称为黎曼几何学。

具体应用到四维时空,两个无限邻近的世界点之间的时空间隔的平方可以表示为

$$ds^2 = g_{00}dx_0^2 + 2g_{01}dx_0dx_1 + \dots + g_{33}dx_3^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^3 g_{\mu\nu}dx_\mu dx_\nu \quad (2)$$

其中 $g_{\mu\nu}$ 称为黎曼时空度规张量。对于闵可夫斯基四维时空,(2)式变为

$$ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu}dx_\mu dx_\nu \quad (2')$$

这里 $\eta_{\mu\nu}$ 称为闵可夫斯基时空度规(注意:这里采用现行教科书中的定义,即用 $x_0=ct$ 代替闵可夫斯基定义的 $x_4=ict$)。

应当指出,在平直的闵可夫斯基四维时空中,度规张量 $\eta_{\mu\nu}$ 不随世界点 (x_0, x_1, x_2, x_3) 的位置而变,而在弯曲的黎曼空间中,度规张量 $g_{\mu\nu}$ 要随世界点 x 的位置而变,也就是说,放在该世界点的“尺”的长度和“钟”的读数都将依赖于它的时空坐标,因此,采用高斯曲线坐标来定义非惯性坐标系中的时间坐标和空间坐标,就不能像采用笛卡儿坐标那样只选用一个固定在刚体上的直角坐标系便可描述所有世界点的坐标,而是要像爱因斯坦那样选用“软体动物”代替刚体作为参考物体,即在每一个世界点都定义一个无限小的笛卡儿直角坐标系。

在“狭义相对论”部分,我们

曾经谈到:闵可夫斯基将笛卡儿坐标推广应用于平直的四维时空连续区,发展了一套几何方法,使狭义相对论的数学表述更为简洁。显然,借助于高斯曲线坐标和黎曼几何学应当能够给出广义相对论的更为清晰的数学表述。但是,爱因斯坦对黎曼几何学并不熟悉,于是,他找到老同学、苏黎世工学院数学教授格罗斯曼(M. Grossman, 1878 ~ 1936),上述想法立即引起了格罗斯曼的兴趣。1913年,他们联名发表了《广义相对论和引力理论纲要》一文,爱因斯坦负责物理学部分;格罗斯曼负责数学部分。文中,格罗斯曼应用黎曼几何学将闵可夫斯基平直空间的张量运算推广到黎曼弯曲空间,建立了引力的度规场理论,并首次导出了引力场方程。考虑到,对于大多数读者,黎曼张量分析显得过于深奥,在下面介绍爱因斯坦引力场方程时将不作推导而直接给出结果,对于一些不得不提到的黎曼几何术语,我们力争说清其物理或数学含义,尽量少用公式表述。至于少数对数学特别感兴趣的读者,建议他们参阅温伯格著、邹振隆等译的《引力论和宇宙论》。

广义相对性原理的严格表述

现在,我们就来介绍爱因斯坦如何借助高斯曲线坐标,运用黎曼几何方法,严格表述广义相对性原理,进而将万有引力定律纳入狭义相对论的理论框架之中,克服了狭义相对论的第二个局限性,实现了相对论从“狭义”到“广义”的拓展。

前面提到,爱因斯坦在“引力质量与惯性质量完全相等”的启示下,提出了等效原理,将狭义相对性原理推广为广义相对性原理。所

谓广义相对性原理,指的是:对于描述自然现象(或普遍的自然界定律)而言,所有参考物体 K, K' 等都是等效的,不论它们的运动状态如何。但是,在狭义相对论中, K 和 K' 等通常指的是刚性参考物体,而对于非惯性坐标系 K' ,根据前面的讨论,应当采用被爱因斯坦称之为“软体动物”的柔性参考物体,即用高斯坐标系代替笛卡儿坐标系。因此,与广义相对性原理的基本观念相一致的表述应当是:“所有的高斯坐标系对于表述普遍的自然界定律在本质上是等效的”,或者说,对于从一个高斯坐标系到另一个高斯坐标系的任意坐标变换,所有自然界定律的数学形式都保持不变,即具有协变性。因此,广义相对性原理又称为广义协变原理。

爱因斯坦引力方程

借助黎曼几何方法,根据广义协变原理,爱因斯坦从牛顿引力理论出发,建立起了表征时空性质与物质及其运动相互关系的广义相对论基本方程,即爱因斯坦引力场方程。

在牛顿引力理论中,引力场方程就是引力场标量势,即牛顿引力势 φ ,所满足的泊松方程:

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi = 4\pi G\rho \quad (3)$$

式中 G 是万有引力常数, ρ 是质量密度。显见,这一方程表示物质能够引起“引力场”。考虑到标量势 φ 与度规 g_{00} 有关,即与时空弯曲有关,这个方程实际上已经将引力场中的时空曲率与物质分布联系起来。因此,可以将它用来作为推广建立爱因斯坦引力场方程的

基础。

爱因斯坦认为，物质的存在会使时空几何偏离闵可夫斯基几何，而这种偏离又反过来决定着物质的运动特性，即物质分布决定时空曲率，时空曲率又反过来制约物质的运动。循着这样的思路，他将牛顿引力场方程加以推广：一方面，将 $\Delta\varphi$ 推广为与度规张量 $g_{\mu\nu}$ 的二阶微商或时空弯曲程度有关的二阶对称张量 $G_{\mu\nu}$ ；另一方面，将质量密度 ρ 推广为描述能量动量分布的二阶对称张量 $T_{\mu\nu}$ ，于是便得到了广义相对论的基本方程——爱因斯坦引力场方程：

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \quad (4)$$

这里 $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ 表征时空几何的黎曼特征，称为引力张量，或爱因斯坦张量，式中 $R_{\mu\nu}$ 是由度规张量 $g_{\mu\nu}$ 的二阶微商线性组合构成的二阶里奇张量， R 为曲率标量； $T_{\mu\nu}$ 表征物质分布及其运动特征，称为能量动量张量，或应力能量张量，它的各个分量的意义分别是： T_{ij} ($i, j=1, 2, 3$)表示动量流密度或应力， $T_{0i}=T_{i0}$ 表示动量密度或能流密度， T_{00} 为能量密度，这些分量的具体形式由物质体系模型决定； $\kappa=8\pi G/c^4$ 为耦合系数。

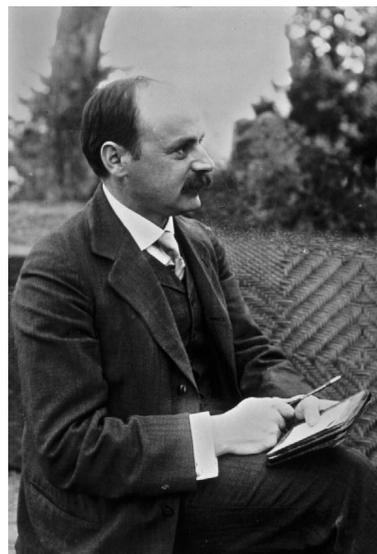
与牛顿引力场方程相比，爱因斯坦引力场方程有一个非常特殊的性质：它既包含引力场本身的方程，又能给出物质体系（即引力场源）的运动方程，也就是说，在爱因斯坦引力理论中，时空与物质的存在不再是完全独立的：一方面，时空的弯曲会影响物质体系的能量

动量分布及其在时空中的运动；另一方面，物质体系的能量动量分布及其在时空中的运动又反过来影响着时空的曲率。这两者必须同时确定，因此在求解爱因斯坦引力场方程时，不能像求解牛顿引力场方程时那样，任意假定物质或能量分布。

爱因斯坦引力场方程是关于 $g_{\mu\nu}$ 的二阶非线性偏微分方程，到目前为止，还没有求解的普遍方法，只有在特定的对称条件下才可严格解出，例如史瓦西静态球对称解、克尔稳态轴对称解等。在弱场（一级线性）近似下，爱因斯坦引力场方程退化为牛顿引力场方程，可以严格解出，实际上，耦合系数 κ 就是据此确定的。

史瓦西奇异性与黑洞

1916年，德国天文学家、物理学家史瓦西给出了爱因斯坦引力场方程的第一个严格解，即该方程在一个静止的、球对称质量分布的引力场源的外部空间的解，称为史瓦西解，对应的度规称为史瓦西度规。1923年，伯克霍夫（G. D. Birkhoff, 1884 ~ 1944）证明球对称真空场的解都是史瓦西解，不必有静场条件。因此，沿径向脉动的物质分布，其度规也是史瓦西度规。当引力半径 $r \rightarrow 0$ 或 $\rightarrow 2GM/c^2$ 时，史瓦西度规出现奇异性（即史瓦西奇异性）：在 $r=0$ 的中心处，存在一个物质密度为无穷大的奇点；在 $r=2GM/c^2$ 处，出现一个奇异球面，称为史瓦西球面，从这一球面的内部不可能有任何讯号传出去，故又称其为史瓦西视界。所谓“视界”，顾名思义，就是可见区域的边界。

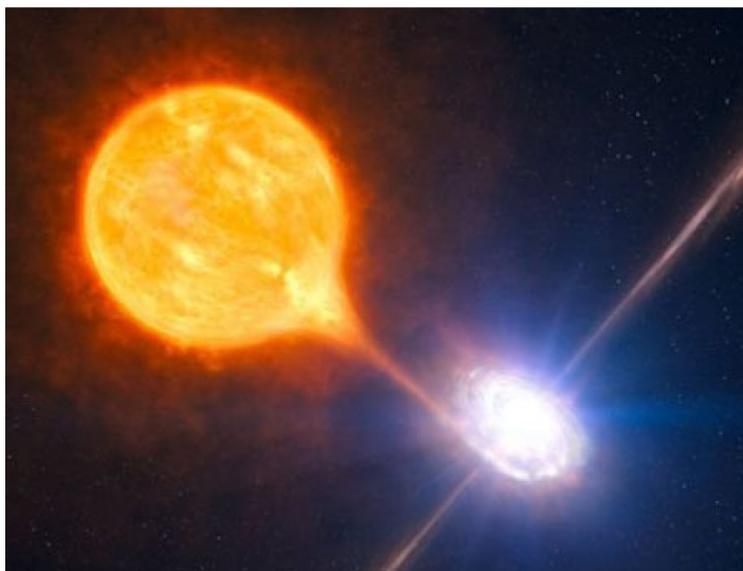


史瓦西（K. Schwarzschild, 1873 ~ 1916）由于任何讯号只能进不能出，因此史瓦西视界内部的时空区域被称为黑洞，即史瓦西黑洞。按照广义相对论，黑洞是由于时空弯曲得太厉害，致使光跑不出去而形成的。

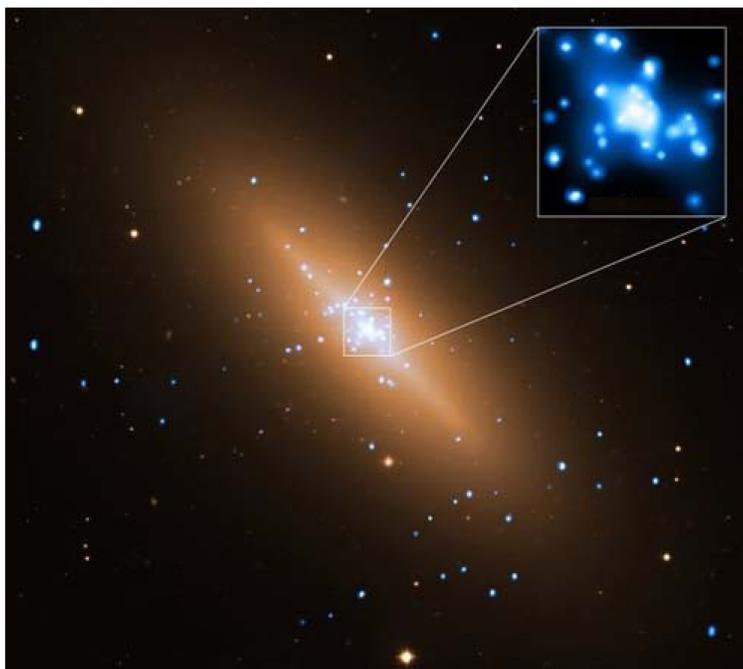
史瓦西黑洞是静止的、不转动的黑洞。从爱因斯坦引力场方程的另一个严格解——克尔解还可以得到稳态（即不随时间变化）轴对称的转动黑洞，称为克尔黑洞。另外，还有一种既转动又带电的克尔-纽曼黑洞，它是最一般的稳态黑洞。对于史瓦西黑洞，人们只知道构成它的物质总质量 M ，其他什么都不了解；对于克尔黑洞，除了知道 M ，还知道总角动量 J ；而对于克尔-纽曼黑洞，则不仅知道 M 和 J ，而且知道总电荷 Q ，除此以外，外部观测者不能从黑洞得到任何其他信息，这就是“黑洞无毛定理”。也就是说，形成黑洞的物质失去了 M 、 J 和 Q 以外的全部信息，外部观测者无法了解构成黑洞的物质的成分、结构和性质。但是，英国物理学家霍金考虑黑洞附近的量子效应

后发现，黑洞存在温度，具有热辐射。霍金的发现使黑洞的理论研究在 20 世纪 70 年代之后又一次成为热门话题，但限于篇幅，就不赘述。

天体物理研究表明，质量大于 3.5 倍太阳质量的致密天体会在自身引力作用下坍缩为黑洞。如果这样的天体碰巧围绕一颗较大恒星旋转而形成双星，它将剥夺伴星的物质，形成一个由向黑洞汇集的热物质构成的吸积盘。这个吸积盘中的温度可以升至极高，以致于能够发射 X 射线，从而使黑洞被间接探测到。右图给出了天文学家根据欧洲南方天文台甚大望远镜和美国宇航局钱德拉 X 射线空间望远镜的观测数据发现的一个迄今已知最强大的黑洞喷流。该黑洞属于一个双星系统，它吹出了一个巨大的炽热气泡，直径高达 1000 光年。顺便指出，著名的天鹅座 X-1 就是最早被怀疑有恒星级黑洞的双星系统。另外，美国宇航局 2010 年 11 月 16 日宣布：“钱德拉 X 射线空间望远镜的最新观测似乎倾向于认为，31 年前爆发的超新星 SN1979c 最终形成了黑洞。”天文学家还根据哈勃空间望远镜的观测资料以及其他有关资料认为，几乎任何一个星系的中心都存在着一个巨大的黑洞。例如银河系中心就有一个质量约为太阳质量 260 万倍的巨大黑洞。总之，自 1989 年哈勃空间望远镜升空以来，特别是钱德拉 X 射线望远镜和斯必泽空间红外望远镜的升空，以及许多地面大型观测设备的启用，大量有关黑洞的观测资料不断涌现，使人们不得



根据欧洲南方天文台甚大望远镜和美国宇航局钱德拉 X 射线空间望远镜的观测数据，天文学家发现了一个迄今已知最强大的黑洞喷流



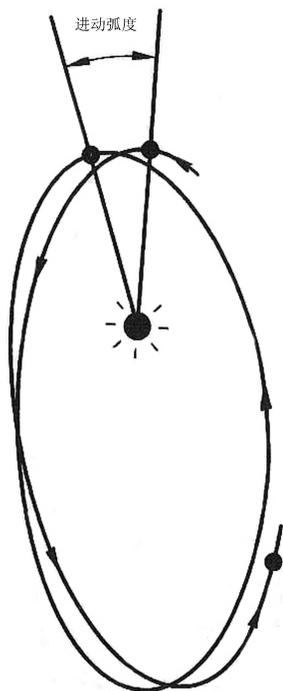
钱德拉 X 射线空间望远镜拍摄到星系 NGC 3115 中巨型黑洞吞噬气体

不相信黑洞确实存在。

水星近日点进动

行星绕太阳公转的轨道，粗略地说，都呈椭圆形，既有近日点，也有远日点。在牛顿力学中，若把行星视为质点，则其轨道是闭合的椭圆，它的近日点和远日点是不变

的。但是，行星不是质点，它的自转引起的岁差和邻近行星对它的摄动使其轨道不再是闭合的椭圆，也就是说，行星绕日公转中近日点（和远日点）都在不停地变化着方位，从一个近日点到下一个近日点，它相对于太阳的矢径所扫过的角度会



水星近日点的进动

大于 360° ，即近日点向前移动了一个微小的角度，这个变化就称为行星近日点进动。

早在 18 世纪，天文学家就发现大多数行星都具有这种可观测的效应，其中，水星因距离太阳较近，运行速度较快，这种效应最为显著，最易观测，总的观测值为每百年 $5599.74''$ 。1859 年，曾发现海王星的勒威耶根据牛顿力学计算出水星每百年应进动 $5557.18''$ ，与观测值相比，有 $42.56''$ 的剩余。这个牛顿力学无法解释的剩余，虽

然甚小，但已是观测误差的数百倍，不容忽视。

爱因斯坦在用广义相对论讨论单个质点在球对称引力场中的运动时发现，质点的轨道不是闭合的椭圆，其近日点会进动，把水星的轨道参数代进去，计算得到进动差值为 $43.03''$ 。显然理论值与观测值符合得很好。因此，水星近日点进动便成为支持广义相对论的最强有力的证据之一。

引力波及其观测

在弱场（一级线性）近似下，可将黎曼时空度规张量 $g_{\mu\nu}$ 用闵可夫斯基时空度规张量 $\eta_{\mu\nu}$ 来展开： $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ ($|h_{\mu\nu}| \ll |\eta_{\mu\nu}|$)，于是，爱因斯坦引力场方程可改写为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) h_{\mu\nu} = -2\kappa T_{\mu\nu} \quad (5)$$

在真空情况下， $T_{\mu\nu} = 0$ ，(5) 式变为波动方程：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) h_{\mu\nu} = 0 \quad (6)$$

可给出引力波的平面波解。

早在 1916 年，爱因斯坦就根据上述弱场近似预言了引力波的存在，并指出太空灾变（例如密近双星旋转与并合、超新星爆发、中子

星或黑洞形成等）会发射引力波，但因两个理论上的困难：一是因为引力波方程与坐标选择有关，理论上无法弄清引力波究竟是引力场的固有性质，还是某种虚假的坐标效应；另一是不知引力波是否从发射源带走能量，致使引力波的探测在半个多世纪之后才提到日程上来。

第一个探测引力波的实验是由美国物理学家韦伯 (J. Weber, 1919 ~ 2000) 设计的，他从 1960 年起开始用“共振棒”探测引力波，并于 1969 年宣布已经检测到来自银河系中心的引力波，但是，后人用同样的实验并未探测到这一引力波；1974 年，美国物理学家泰勒 (J. H. Taylor, 1941 ~) 和赫尔斯 (R. A. Hulse, 1950 ~) 利用射电天文望远镜发现了由两个质量与太阳质量相当的、相互旋绕的中子星组成的脉冲双星 PSR1913+16，并对其周期性的变化连续观测了 14 年，间接证明了引力波的存在，他们俩因此荣获了 1993 年诺贝尔物理学奖；进入 21 世纪，几台大型激光干涉仪引力波探测器相继建成并投入运行，以搜寻引力波存在的直接证据，它们是：位于美国路易斯安那州利文斯顿 (Livingston) 的 LIGO (llo)、位于美国华盛顿州汉福德 (Hanford) 的 LIGO (lho)、意大利和法国联合建造位于比萨附近的 VIRGO、德国和英国联合建造位于汉诺威 (Hannover) 的 GEO 和位于日本东京国家天文台的 TAMA300 等。

以 LIGO (llo) 为例，它由两个直径超过 1 米呈“L”型放置的



韦伯



泰勒



赫尔斯

空心圆柱体组成，其工作原理如下：在两臂交会处，从光源发出的激光束被一分为二，分别进入互相垂直并保持超真空状态的两空心圆柱体内，运行 4 km 后，被终端的用导线悬挂的带有镜面的重物反射回原出发点，并在那里相互干涉。这时，若有引力波通过，便会引起时空变形，即一臂的长度会略为变长而另一臂的长度则略为缩短，于是，干涉条纹发生变化。只要探测到这种变化，便可证实引力波的存在。

LIGO (llo)、LIGO (lho)、VIRGO、GEO 和 TAMA300 等，称为第一代激光干涉仪引力波探测器，灵敏度为 10^{-22} ，但运行至今尚未探测到引力波。后来研发的第二代激光干涉仪引力波探测器以及正在热议中的爱因斯坦引力波望远镜分别将灵敏度的设计指标提高到 10^{-24} 和 10^{-25} ，希望在它们建成



LIGO (llo) 引力波探测器

并投入运行后，能让我们看到引力波探测的一线曙光。

广义相对论的实验验证，除了上面提到的“光线在引力场中的偏转”、“水星近日点进动”，以及“引力波”和“黑洞”的探测外，还有“光谱线引力红移”、“无线电波延迟”等，限于篇幅，就不再一一介绍。这些实验验证，特别是爱丁顿等的日全食观测，使爱因斯

坦一举成为公众瞩目的人物，使狭义和广义相对论终于受到应有的重视¹⁾。

(中国科学院高能物理研究所 100049)

1) 在这一部分，本来还应介绍广义相对论在宇宙学中的应用，即所谓“爱因斯坦宇宙”，但因我们要在另一系列讲座：“探索宇宙无穷奥秘”中对宇宙学作系统介绍，这里就不多谈了。

科苑快讯

鉴别甲醇毒酒的芯片

没有什么比突然失明更令人痛苦的了。混有甲醇的酒精饮料是发展中国家的灾难，会导致失明，甚至死亡。这些危险饮品来自条件恶劣的烧酒作坊，犯罪者为了谋取暴利加入甲醇降低酒精含量。由于掺加甲醇并不会改变酒的味道、颜色和气味，所以时至今日都很难提前知道面前的酒是否有毒。

哥伦比亚科学家开发了一种能够反复使用的无线芯片(如图)，可分析酒中甲醇与酒精的比例，并



可对饮用者发出警示，研究者已在美国物理学会的会议上做了报告。第一代设备约为 5 美元，而且需要一根天线，他们希望在 2 年之内开发出商品设备，可以直接将易于解

译的结果发送至用户的手机。在此之前，为了饮酒安全，还是暂时戒酒吧。

(高凌云编译自 2013 年 3 月 22 日 www.sciencemag.org)