

走向统一的自然力

爱因斯坦：试图统一电磁力和引力 未能如愿（II）

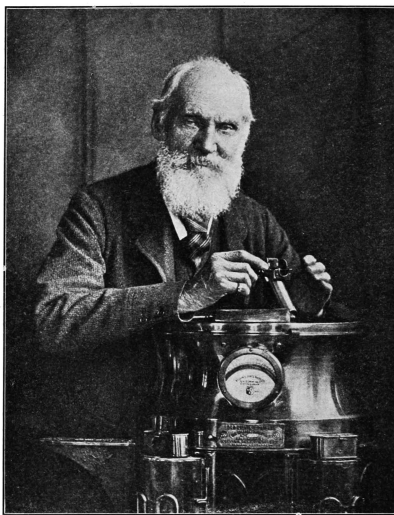
厉光烈 赵洪明

2. 狭义和广义相对论

（1）狭义相对论

19 世纪末，以牛顿力学和麦克斯韦电磁理论为代表的经典物理学渐趋完善，著名英国物理学家汤姆孙（W. Thomson, 1824 ~ 1907）甚至认为：“未来物理学将不得不在小数点后第六位去寻求真理。”他在 1900 年末为展望 20 世纪物理学而写的一篇文章中说：

“在已经基本建成的科学大厦中，后辈物理学家只要做一些零碎的修补工作就行了。”但是，接着他又说：“在物理学晴朗天空的远处，还有两朵小小的令人不安的乌云。”这里他指的是当时物理学家无法解释的两个实验：一个是黑体辐射实验；另一个是迈克耳孙-莫雷实验。使他没有想到的是，正是这两朵小小的乌云，不久就发展成为 20 世纪物理学中一场暴风雨般的革命：前者导致普朗克（M. Planck, 1858 ~ 1947）提出量子假说，为量子力学的建立奠定了基础；后者导致爱因斯坦发现狭义相对论，下面我们将对其作较为详细的介绍。



汤姆孙



普朗克和爱因斯坦

“以太漂移”实验

在前一讲里，我们曾经提到：麦克斯韦电磁理论的一个重要成果，就是预言电磁波的存在，它还指出了光也是一种电磁波。人类对波的认识是从机械波开始的，以声波为例，它只能在空气、水和金属等物质中传播，不能在真空中传播，而光波能在真空中传播，于是人们猜测：真空中也许存在着能够传播光波的特殊介质，并将其取名为“以太”。以太，原本是由古希腊哲学家亚里士多德引入的一个哲学概念（在第一讲里，已经作过介绍，这里就不赘述）。在希腊神话里，充满宇宙空间的以太是神呼吸的要素，就像空气对于地球上的人一样。笛卡儿在 1644 年发表的《哲学原理》中也引用了以太的观念，他认为，由于太阳周围以太出现旋涡，才造成行星围绕太阳运动。胡克也曾将以太引入力学中，用来解释万有引力的超距作用，他认为超距作用力实际上是靠充满空间的以太的运动或弹性形变来传播的。1678 年，惠更斯把光振动类比为声振动看作是在以太中的弹性脉冲，认为来自太阳或其他天体的

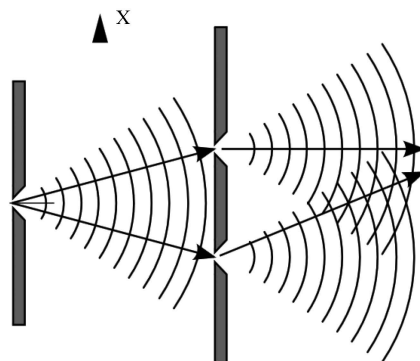
光是通过以太传播的。光的微粒说取代波动说后，以太理论一度受到压抑。1801年，托马斯·杨（T. Young, 1773 ~ 1829）的双缝干涉实验支持光的波动说，以太学说重新抬头。19世纪，物理学家普遍认为：以太充斥全宇宙，传播光波的特殊介质就是以太。例如，荷兰物理学家洛伦兹（H. A. Lorentz, 1853 ~ 1928）就认为，电场和磁场存在的地方充满了可以渗透在所有物质中且没有任何测量阻力的绝对稳定的以太，并假定以太是绝对静止的，且在相对以太静止的参考坐标系中写出了麦克斯韦方程组。于是，人们试图通过实验来探测地球相对于“以太海”的运动。

法国物理学家阿拉果认为，1728年英国天文学家布莱德雷（J. Bradley, 1693 ~ 1762）观测到的“光行差”现象，实际上就是一个“以太漂移”实验，可以用来探测地球相对于以太的漂移运动。所谓“光行差”现象，就是观测同一颗恒星的望远镜的倾角要随地球绕日公转做规律性变化。这现象用光的微粒说很容易解释：由于恒星距离我

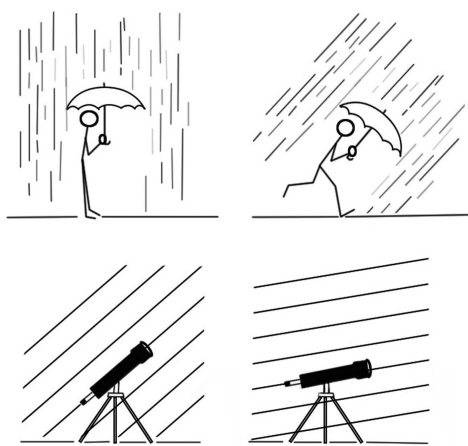
们十分遥远，从它们射来的光可以近似看作平行光，因此，在地球上用望远镜观测星光就像在雨中行走的人斜撑着伞来承接垂直下落的雨滴一样，必须随着地球绕日运动不断改变望远镜的倾角，以便星光落入镜筒之内。1725 ~ 1728年间，布莱德雷用望远镜对恒星方位作了一系列精确测量，发现了上述的光行差现象，并在1729年的《哲学杂志》上发表了题为《一种新的恒星运动的说明》的论文，利用光速有限的假设解释了这一现象。他还测出了最早的真空光速： $c=3.04 \times 10^5$ km/s。

后来，阿拉果从牛顿力学的速度叠加原理出发，认为如果发光

体和观测者的运动速度不同，光速应有差别。他重新用望远镜观测了光行差现象，但未发现这一差别，也就是说，地球并不拖曳以太。1815年，他写信给菲涅尔（A. J. Fresnel, 1788 ~ 1827），征询能否用光的波动学予以解释。但是，菲涅尔认为，阿拉果肉眼观测的结论很难令人信服。1818年，菲涅尔在给阿拉果的信中提出了部分曳引假设，即在透明物体中以太可以被部分地拖曳，而在真空中则不被拖曳，这样既可解释光行差现象，又可解释阿拉果的实验。1851年，法国物理学家斐索（A. H. Fizeau, 1819 ~ 1896）做了在静水和流水中比较光速的实验，发现以太既不



托马斯·杨及其双缝干涉实验



布莱德雷与“光行差”现象



阿拉果



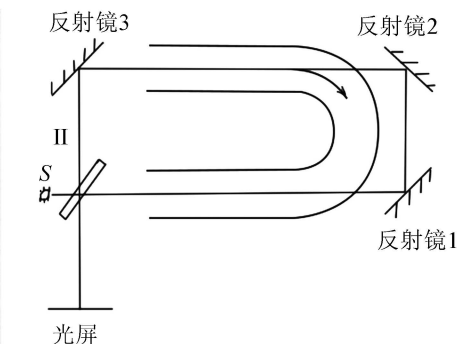
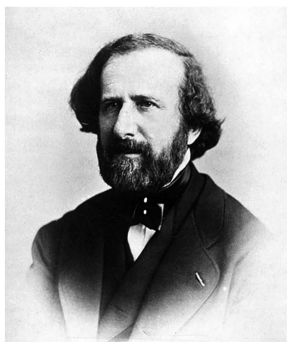
菲涅尔

能保持静止，也不跟随水流一道运动，而是部分地被水流牵动。顺便指出：1846年英国物理学家斯托克斯（G. G. Stokes, 1819 ~ 1903）就将他提出的黏性流体运动理论应用于以太漂移运动，认为以太在运动物体表面会被完全拖曳。斐索实验既然肯定了菲涅尔的部分曳引假说，也就否定了斯托克斯的完全曳引假说。

迈克耳孙-莫雷实验

前面提到，按照菲涅尔部分曳引假说，在真空中，以太不被拖曳，应该处处静止。也就是说，以太相对于牛顿所说的“绝对空间”静止，那么在绝对空间中运动的地球应该能够感受到以太相对于地球有一个“漂移”速度。这样，通过测量以太相对于地球的漂移速度，便可证明以太的存在和探求以太的性质。

直到1879年，还没有一个实验能够测出上述的漂移速度。麦克斯韦很关心这件事，他在为《大英百科全书》撰写的“以太”条目中写道：“如果可以在地面上从光由一站到另一站所经历的时间测出光速，那么我们就可以比较相反方向



斐索及其流水实验

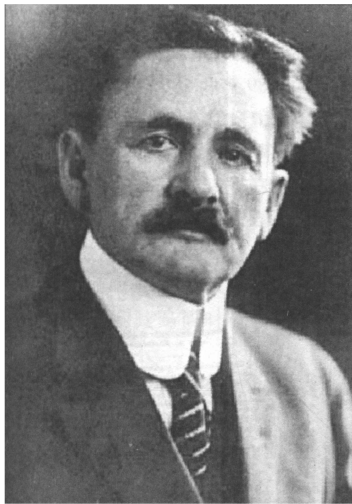
所测速度来确定以太相对地球的速度。然而实际上地面测光速的各种方法都取决于两站之间的往返行程所增加的时间，而以太相对于地球的速度 v 就是地球的轨道速度，由此增加的时间 $\sim v^2/c^2$ 仅占整个传播时间的亿分之一，所以确实难以观测得到。”1879年3月19日，他在给美国航海历书局托德（D. P. Todd）的信中再次提到，没有可能测量到精度要求达到亿分之一的上述量。

当时，美国物理学家迈克耳孙（A. A. Michelson, 1852 ~ 1931）正在托德所在的美国航海历书局协助该局局长纽科姆（S. Newcomb, 1835 ~ 1905）测定光速，看到麦克斯韦的信，受其激励，设计出一种光的干涉系统，用两束相干且垂直的光来比较光速的差异。鉴于迈克耳孙擅长光学精密测量，他设计的这种干涉仪灵敏度极高，完全有可能达到麦克斯韦所要求的亿分之一的精度。1881年，利用自己发明的干涉仪，迈克耳孙先在柏林大学做实验，但因振动干扰太大，无法进行精确观测，后改在波茨坦天文台地下室继续进行，并于同年4

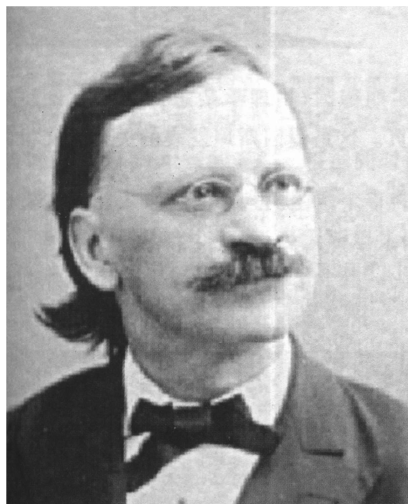
月完成了实验。出乎他的意料，观测到的干涉条纹的移动远比预期值要小，而且所得结果与地球运动没有固定的位相关系。于是，他大胆地得出结论：“干涉条纹没有位移，由此可见，静止以太的假设是不对的。”

迈克耳孙的实验遭到人们的怀疑，他自己也对实验结果很不满意，在著名物理学家瑞利（J. W. S. Rayleigh 1842 ~ 1919）和汤姆孙的鼓励与催促下，他决定跟莫雷（E. W. Morley, 1838 ~ 1923）合作，进一步改进干涉仪实验。1886年，他们开始在美国克利夫兰州阿德尔伯特学院继续实验。他们把光学系统安装在大石板上，让石板漂浮在水银面上，这样，既可以自由旋转石板以改变光学系统的方位，又可以提高仪器的稳定性和灵敏度，他们还让光路经过多次反射来延长光程至11 m。经过4天的观测，他们得到的曲线比预期值仍然小很多：干涉条纹位移不可能大于最大预期值的四十分之一，也就是说，仍然没有观测到以太的漂移，仍然是零结果。

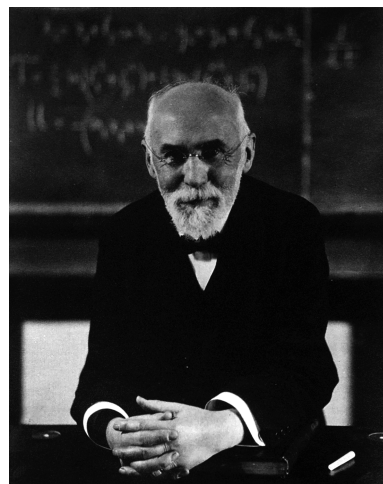
迈克耳孙-莫雷实验否定了菲涅尔部分曳引假说，那么它是否



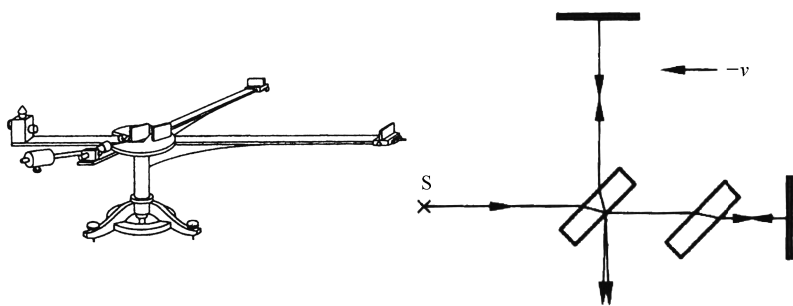
迈克耳孙



莫雷



洛伦兹



第一台迈克耳孙干涉仪及其工作原理示意图

验证了斯托克斯的完全曳引假说呢？按照后一种假说，运动物体对以太的拖曳在物体表面应有一个速度梯度的区域。在很靠近物体表面处，应该可以观测到这一效应。1892年，英国物理学家洛奇（O. J. Lodge, 1851 ~ 1940）做了一个钢盘转动实验，以检测转盘能否拖曳以太，结果是“以太被转盘携带的速度不大于转盘速度的八分之一。”也就是说，斯托克斯的完全曳引假说也不对。

洛伦兹收缩假说

为了解释迈克耳孙-莫雷实验，洛伦兹于1892年在《论地球对以太的相对运动》一文中提出了收缩假说。他在文中写道：“这个实验长期使我迷惑，后来我终于想

出了一个唯一的办法来将其与菲涅尔结论相协调。这个办法就是：假设固体上两点的连线，如果开始平行于地球运动的方向，当它后来转90°时就不再保持相同的长度。”他还根据牛顿力学的速度叠加原理推出，只要长度收缩系数为 $v^2/2c^2$ ，便可在 v^2/c^2 的量级上解释迈克耳孙-莫雷实验的零结果。1895年，洛伦兹又发表《运动物体中的电和光现象的理论研究》一文，更精确地推出了长度收缩公式

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (1)$$

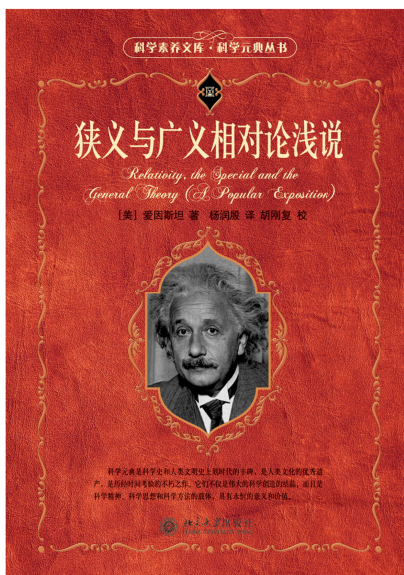
他认为，这一结果不仅能解释迈克耳孙-莫雷实验，而且可以预言在地球上不可能观察到以太风的各种

效应，包括各个量级。他把长度收缩效应看成是真实的现象，归之于分子力的作用，并把这些结论纳入他一直在研究的电子理论中。

实际上，爱尔兰物理学家费兹杰惹（G. F. Fitzgerald, 1851 ~ 1901）早在1889年就已提出收缩假说来解释迈克耳孙-莫雷实验的零结果，他在给美国《科学》杂志的信中写道：“我很有兴趣地读到了迈克耳孙和莫雷先生极其精密的实验结果，这个实验是要判定地球是如何带动以太的，其结果看来跟其他证明了空气中以太只在不大程度上被带动的实验（指斐索流水实验）相反。我建议：唯一可能协调这种对立的假说就是要假设物体的长度会发生改变，其改变量跟穿过以太的速度与光速之比的平方成正比”。然而，由于《科学》杂志不久就停刊了，这封信虽然已经发表，但却鲜为人知，连费兹杰惹本人也不知道这封信是否问世。两年后，费兹杰惹去世，只是由于他的学生特劳顿（F. T. Trouton, 1863 ~ 1922）多次提到他的工作，

人们才知道他比洛伦兹更早就提出了收缩假说，因此洛伦兹收缩假说在有些书中又被称为费兹杰惹-洛伦兹收缩假说。应当指出：费兹杰惹提出收缩假说很可能是受到亥维塞（O. Heaviside, 1850 ~ 1925）的启发。亥维塞曾根据麦克斯韦电磁理论导出了运动电荷所产生的电场的强度与其速度的关系，发现电场的强度在运动中会发生变化，即出现“电场收缩”。他于1888年底将论文寄给费兹杰惹，并与他就此进行了多次讨论。顺便指出：英国物理学家拉摩（J. Larmor, 1857 ~ 1942）在1898年完成的《以太和物质》一文中也独立地提出了费兹杰惹-洛伦兹收缩假说。

长度收缩假说提出以后，在世纪之交的年代里，人们用了各种方法，从不同的角度，对它进行了实验验证。1902年，瑞利提出，长度收缩可能导致透明体的密度发生变化，从而产生双折射现象。瑞利亲自用水和亚硫酸氢碳作为媒质做了实验，精确度高达一亿分之一，远高于所要求的亿分之一，但无论是中午还是黄昏都未观察到双折射。两年后，美国光学专家布雷斯（W. B. Brace, 1859 ~ 1905）以更高的实验精度（ $10^{-12} \sim 10^{-13}$ ）重复了瑞利的实验，仍然没有观察到双折射。这类实验还有很多，就不一一列举。这样，长度收缩假说并未得到实验验证，也就是说，迈克耳孙-莫雷实验仍然没有得到解释，于是，它便成为本节开头汤姆孙所说的“物理学晴朗天空远处”的“一朵乌云”。



爱因斯坦名著：《狭义与广义相对论浅说》中译本

爱因斯坦创建相对论

1905年，爱因斯坦发表《论运动物体的电动力学》一文，摆脱了以太理论的束缚，用相对时空代替绝对时空，创建了狭义相对论，成功地解释了迈克耳孙-莫雷实验和斐索流水实验。爱因斯坦在其后来发表的《狭义与广义相对论浅说》中对这一理论作了更为清晰的说明：

① 运动的相对性

在狭义相对论部分，他首先指出：“力学的目的在于描述物体在空间中的‘位置’如何随‘时间’而改变”。但是，在经典力学里，“位置和时间应如何理解是不清楚的”。接着，他举例说，“设一列火车正在匀速地行驶，我站在车厢窗口松手丢下（不是用力投掷）一块石头到路基上，那么，如果不计空气阻力的影响，我看见石头是沿直线落下的。从人行道上观察这一举动的行人则看到石头是沿抛物线

落到地面上的。”通过这个例子，他告诉我们：“不会有独立存在的运动轨迹，而只有相对于特定的参考物体的轨迹。”也就是说，没有绝对的运动，只有相对的运动。因此，应该引入“坐标系”来描述物体在空间中的位置，并借助于在该坐标系内的观测者手中的“时钟”来度量“时间”。于是，便出现了如何定义坐标系，以及如何来“对”不同观测者手中的时钟，也就是如何来定义“同时”的问题。

② 相对性原理和光速不变原理

对于前者，爱因斯坦认为，“若一个坐标系的运动状态使惯性定律对于该坐标系而言是成立的，该坐标系即被称为‘伽利略坐标系’。伽利略-牛顿力学诸定律只有对于伽利略坐标系来说才能认为是有效的”。于是，“若 K 为一伽利略坐标系，则其他每一个相对于 K 作匀速平移运动的坐标系 K' 亦为一伽利略坐标系。相对于 K' ，正如相对于 K 一样，伽利略-牛顿力学也是成立的”。这就是我们现在所说的伽利略相对性原理。爱因斯坦将它进一步推广为，“如果 K' 是相对于 K 作匀速运动而无转动的坐标系，那么自然现象相对于 K' 的实际演变将与相对于 K 的实际演变一样依据同样的普遍定律”，并称其为狭义相对性原理。当然，“只要人们确信一切自然现象都能够借助于经典力学来得到完善的表述，就没有必要怀疑这个相对性原理的正确性”。但是，迈克耳孙-莫雷实验的零结果却表明了光的传播不能用经典力学的速度叠加原理来描

述。那么，相对性原理和速度叠加原理，究竟是谁出了问题呢？为了解决这个问题，爱因斯坦引入了光速不变原理，即光相对于 K 的传播速度与相对于 K' 的传播速度完全一样，换句话说，就是光的传播不服从经典力学的速度叠加原理。

③ 同时的相对性

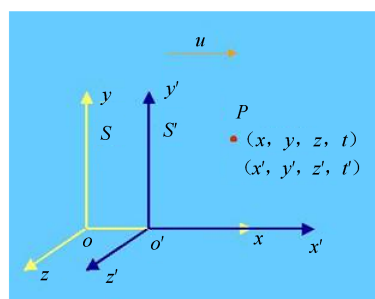
至于后者，爱因斯坦指出：“对于同时性的定义仅有一个要求，那就是在每一个实际情况中这个定义必须为我们提供一个实验方法来判断所规定的概念是否真被满足。”例如，一位站在铁路路基 M 处的观测者说他看到了有一雷电“同时”击中了路基上彼此相距甚远的两处： A 和 B ，那就是说，他“同时”看到了击中路基上 A 、 B 两处闪电的反射光。如果 M 刚好位于 A 和 B 的中间，那么他的说法是准确的。否则，考虑到光的传播速度是有限的，闪电的反射光从 A 和 B 传播到 M 所需的时间是不同的，因此，这位观测者说他“同时”看到雷电击中 A 、 B 两处并不准确。这个例子告诉我们，可以借助光信号来“对”处在空间不同位置的观测者手中的时钟，或者说，可以借助光信号来定义“同时”这一时间概念。

进一步，让我们设想一列匀速直线运动的火车刚好在闪电发生时从铁路上开过，试问：当火车经过 M 处时，站在窗口的旅客是否也看到了雷电“同时”击中 A 、 B 两处。要准确地回答这个问题，除了要知道 M 是否刚好位于 A 和 B 的

中间，还要弄清光相对于火车的传播速度是否与相对于路基的传播速度完全一样，也就是说，为了给站在路基上的观测者和站在火车窗口的旅客“对钟”，同样需要引入光速不变原理。这里，爱因斯坦通过用光信号分别给处在两个相对做匀速直线运动的坐标系内的观测者“对钟”，首次提出了“同时的相对性”。

④ 洛伦兹变换

前面提到的“光的传播定律与相对性原理的表面抵触”，实际上，是从经典力学的两个不恰当的假设导出的，即两事件的时间间隔（时间）和刚体上两点的空间间隔（距离）均与参考物体的运动状况无关。如果我们抛弃这两个假设，经典力学中的速度叠加原理就失效了，上述的两难局面也就可能消失了。那么，在抛弃上面两个假设之后，如何才能使真空中光的传播定律与相对性原理不相抵触呢？为了回答这个问题，让我们设想：“在各个事件相对于一个参考物体（例如铁路路基）的地点和时刻与该诸事件相对于另一个参考物体（例如火车）的地点和时刻之间存在着这样一种关系，使得每一束光线无论相对于路基还是相对于火车，它的传播速度都是真空中的光速 c ”。换句话说，就是要借助于光速不变原理把“一个事件的空-时量值从一个参考物体变换到另一个参考物体”。显然，我们面临的问题可以精确地表述如下：若一个事件相对于参考坐标系 K 的 x, y, z, t 诸量值已经给定，



问同一事件相对于另一参考坐标系 K' 的 $x' y' z' t'$ 诸量值为何？若这两个坐标系在空间中的相对取向如上图所示，这个问题便可由下列方程组解出：

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - \beta ct}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{\beta}{c}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{aligned} \quad (2)$$

这里， $\beta = v/c$ ， v 是 K' 相对于 K 运动的速度。实际上，洛伦兹早在 1904 年就提出了这组变换方程，因此，法国科学家庞加莱 (H. Poincare, 1854 ~ 1912) 将其称为“洛伦兹变换”，但是，爱因斯坦一直声称：他当时既不知道洛伦兹 1904 年的文章，也没有看到庞加莱 1905 年的文章。也就是说，这组变换方程是他独立推导出的，而且对于这组方程的论述也是与洛伦兹完全不同的，是爱因斯坦所独有的。顺便指出，佛格特和拉摩也曾经分别于 1887 年和 1898 年提出过与洛伦兹变换相似的变换，并将其分别称为佛格特变换和拉摩变换。

如果采用前面提到的经典力学的两个假设，即在 (2) 式中取光速 c 为无穷大，那么我们便可得

到另一组方程:

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t\end{aligned}\quad (3)$$

它就是通常所说的“伽利略变换”。

显见,按照洛伦兹变换,无论对于参考坐标系 K , 还是对于参考坐标系 K' , 真空中光的传播定律都是被满足的, 也就是说, 可由 $x=ct$ 导出 $x'=ct'$, 即“光速不变”。而按照伽利略变换, 由 $x=ct$ 只能导出 $x'=(c-v)t'$, 即遵从牛顿力学的“速度叠加原理”。这就是说, 抛弃前面提到的经典力学的两个假设, 或者说, 抛弃绝对时空观, 从狭义相对性原理和光速不变原理出发, 便可构建一个逻辑严谨的理论, 它就是爱因斯坦的狭义相对论。

顺便指出: 在物理教科书中, 一般认为爱因斯坦提出“光速不变原理”是受到迈克耳孙-莫雷实验结果的启发。但是, 爱因斯坦始终没有承认这一点。实际上, 在没有弄清如何定义“同时”之前, 由迈克耳孙-莫雷实验结果并不能导出“光速不变”, 相反, 是爱因斯坦借“光速不变”给出了“同时”的定义, 进而从狭义相对性原理和光速不变原理出发创建了狭义相对论, 才使迈克耳孙-莫雷实验结果得到了合理的解释。

⑤ 尺缩短与钟变慢

爱因斯坦设想“沿 K' 的 x' 轴放置一根刚性米尺, 令其一端(始端)与点 $x'_0=0$ 重合, 另一端(末端)与点 $x'_1=1$ 重合”, 问米尺相对于参考系 K 的长度为何?

根据洛伦兹变换方程, 在参考系 K 中, 米尺的始端和末端在某一特定时刻 t 的坐标分别为 $x_0=x'_0\sqrt{1-\beta^2}+vt=vt$ 和 $x_1=x'_1\sqrt{1-\beta^2}+vt=\sqrt{1-\beta^2}+vt$, 也就是说, 相对于参考系 K , 以速度 v 运动的刚性米尺的长度将缩短为 $\sqrt{1-\beta^2}$ 米。显见, 刚性米尺在运动时比在静止时要短, 而且运动得越快缩得越短。当运动速度 v 趋近真空光速 c 时, 刚性米尺的长度将趋近于零。如果 v 超过 c , $\sqrt{1-v^2/c^2}$ 就变成虚值, 因此, 在狭义相对论中, “速度 c 具有极限速度的意义, 任何实在物体既不能达到也不能超过这个速度。”

类似地, 考虑“永久放在 K' 坐标原点 ($x'=0$) 上的一个按秒报时的钟”, 对于该钟相应于 $t'_0=0$ 和 $t'_1=1$ 的接连两声嘀嗒, 洛伦兹变换方程给出, 在参考系 K 中听到这两声嘀嗒的时刻分别为 $t_0=0$ 和 $t_1=1/\sqrt{1-\beta^2}$, 也就是说, 以速度 v 相对于 K 运动的钟两次嘀嗒之间所经过的时间 $\Delta t=t_1-t_0$, 不是 1 秒, 而是 $1/\sqrt{1-\beta^2}$ 秒, 亦即比 1 秒钟要长一些。显见, 该钟运动时比静止时要走得慢, 而且运动得越快走得越慢, 但是, 无论运动得多快, Δt 的符号都不会改变, 也就是说, 时间的前后次序不会改变, 即因果关系保持不变。另外, 由洛伦兹变换还可以导出: 对两个不同的时空点 $A(x_1, y_1, z_1, t_1)$ 和 $B(x_2, y_2, z_2, t_2)$, $\Delta t=t_2-t_1$ 等于零并不意味着 $\Delta t'=t'_2-t'_1$ 也等于零, 只有当这两个时空点的空间位置完全相

同时, 才可由 $\Delta t=0$ 导出 $\Delta t'=0$, 这就是前面提到的“同时的相对性”。

动尺缩短与动钟变慢, 是狭义相对论的两个广为人知的结论, 分别反映了空间距离的相对性和时间间隔的相对性。

⑥ 质量-能量关系式

爱因斯坦在 1905 年发表的“物质所含的惯性同它们所含的质量有关吗?”一文中, 提出了运动速度增加, 质量也随着增加的观点, 并将其写成一个表达式:

$$E=mc^2 \quad (4)$$

其中

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (5)$$

这里, m_0 表示静止物体的质量, 通常称其为静质量或固有质量, 相应地, $E_0=m_0c^2$ 为物体的静能量或固有能量; m 表示运动物体的质量, 称为动质量。从 (5) 式不难看出, 在真空中以光速 c 运动的光子, 其静质量一定为零, 但因它总携带能量, 故其动质量为有限值。(5) 式还告诉我们: 运动物体的质量 m 随其速度 v 增加而增加, 也就是说, 在相对论中不仅同时性、时间间隔、空间间隔具有相对性, 物体质量也有相对性。应当指出, 这个公式最先是洛伦兹提出的, 称为质速关系式, 而 (4) 式则称为爱因斯坦质量-能量关系式, 简称质能关系式。在为纪念爱因斯坦而命名的 2005 国际物理年的宣传广告上, 它是唯一出现的公式。

在狭义相对论中, 高速运动的粒子的动能可以表示为

$$E_k = E - E_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) m_0 c^2 \quad (6)$$

在非相对论的情况 ($v \ll c$) 下, 上式变为 $E_k \cong \frac{1}{2} m_0 v^2$, 即回到牛顿力学的动能公式。

应当强调指出, 质能关系式不是告诉我们: 质量可以转化为能量, 能量可以转化为质量; 而是告诉我们: 能量和质量只是物质同一特性的两种表现——凡是有质量的物体都含有能量; 凡是有能量的东西也都同时具有质量。而且, 静止的物体也含有巨大的能量, 即 $m_0 c^2$ 。根据 (4) 式不难算出, 1 克物质所蕴藏的能量, 如果全部以光和热释放出来, 将相当于 2 万吨炸药爆炸所释放的化学能。正因为此, 质能关系式为后来核裂变的发现奠定了理论基础, 从而开创了核能时代。

有些成名科学家曾误认为质能关系式反映质量可以转变为能量, 并以正、负电子湮没成一对光子为例, 指出: 在这一过程中, 正、负电子的质量转变成了一对光子的能量。实际上, 光子虽无静质量, 但有动质量, 在上述过程中, 根据能量守恒定律, 由质能关系式给出的与正、负电子动质量相应的能量之和刚好等于所产生的一对光子的能量, 或者说, 根据质量守恒定律, 正、负电子的动质量之和刚好等于所产生的一对光子的动质量, 也就是说, 质量守恒定律应该是相对动质量而言的。这些成名科学家, 之所以产生上述误解, 也是有历史原因的: 因为在爱因斯坦的光量子假说提出之前, 人们普遍认为, 光是

一种波动, 不是物质, 只具有能量, 不具有质量。但是, 现在再这样看就不对了。

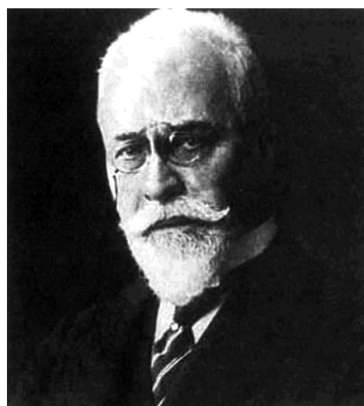
闵可夫斯基四维时空

德国数学家闵可夫斯基 (H. Minkowski, 1864 ~ 1909) 是爱因斯坦在苏黎世工学院读书时的数学教授, 虽然他当年并不看好这位后来居上的学生, 但是对爱因斯坦发现的狭义相对论却仍然给予了高度的评价, 他曾这样赞扬爱因斯坦独立导出的洛伦兹变换: “从此, 单纯的空间和单纯的时间都消失了, 只有把它们两个紧密结合在一起, 才能保持各自的自由。”他还引入四维时空, 并发展一套几何方法, 来简洁地表述狭义相对论。

在《狭义与广义相对论浅说》附录 I 中, 爱因斯坦介绍闵可夫斯基四维时空说: “如果我们引用虚数 ict 代替 t 作为时间变量, 我们就能够更加简单地表述洛伦兹变换的特性。据此, 如果我们引入 $x_1=x, x_2=y, x_3=z$ 和 $x_4=ict$, 且对坐标系 K' 中带撇号的坐标采取同样的定义”, 那么洛伦兹变换便可表示为

$$\begin{aligned} x'_1 &= \frac{x_1 + i\beta x_4}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ x'_2 &= x_2 \\ x'_3 &= x_3 \\ x'_4 &= \frac{-i\beta x_1 + x_4}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned} \quad (2')$$

显见, 虚值时间坐标 x_4 (x'_4) 与实值空间坐标 x_1 (x'_1), x_2 (x'_2) 和 x_3 (x'_3) 在 (2') 式中完全处于相同地位。于是, 狭义相对性原理可以表述为一切物理定律的数学形式



闵可夫斯基

在洛伦兹变换下保持不变, 或者说, 全部物理规律在洛伦兹变换下是协变的, 即具有洛伦兹协变性。

闵可夫斯基将“坐标” x_1, x_2, x_3 和 x_4 描述的四维连续区称为“世界”, 现在我们称其为闵可夫斯基四维时空, 其中的点称为“世界点”; 曲线称为“世界线”。一个“世界点”就表示一个“事件”, 所谓“事件”, 就是在一定的时刻和一定的空间位置发生的一个现象, 而一条“世界线”就表示“事件”的进程, 以质点运动为例, 它就是牛顿力学中的一组运动方程。

在数学形式上, 闵可夫斯基四维时空可以看作是 (具有虚值时间坐标的) 四维欧几里得空间, 洛伦兹变换就相当于在这个四维时空中的一个“转动”, 正像在三维欧几里得空间中距离平方 $r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$ 在坐标系的转动中保持不变一样, 在四维时空中任意两个世界点的时空间隔的平方 $\Delta s^2 = r^2 - c^2 \Delta t^2$ 在洛伦兹变换下也保持不变, 即 $\Delta s'^2 = \Delta s^2$ 。对于彼此无限接近的两个世界点, 用 ds (ds') 代替 Δs ($\Delta s'$), 便得到 $ds'^2 = ds^2$, 即 ds^2 在洛伦兹变换下保持不变。

前面提到, 狭义相对性原理可

以表述为全部物理规律在洛伦兹变换下具有洛伦兹协变性。在这些物理规律中,有些简单的物理量(例如 ds^2 和 c)在洛伦兹变换下保持不变,即为常量。但是,也有许多物理量和物理规律在数学形式上并不具有这种性质,例如力、速度、能量、动量,以及牛顿第二定律和麦克斯韦方程组等。为了使这些物理量或物理规律具有洛伦兹协变性,必须将这些量适当结合成四维的量:四维标量、四维矢量或四维张量。这些量统称为世界张量,它们都是洛伦兹协变量。例如上述的 ds^2 就是四维标量, $x_\mu = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ 就是四维矢量。为了写出协变形式的牛顿第二定律和麦克斯韦方程,我们还将引入四维动量、四维速度、四维力和四维电磁势等四维矢量,以及四维电磁场张量。

类似于四维坐标 (x_1, x_2, x_3, x_4) , 可以引入四维动量 (p_1, p_2, p_3, p_4) , 这里 $p_1 = p_x, p_2 = p_y, p_3 = p_z$ 和 $p_4 = \frac{i}{c}E$, 式中 $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, $E = mc^2$, m 是动质量, \mathbf{v} 是物体运动的速度,在 p_4 中 c 放在分母里是量纲的需要。在洛伦兹变换下,矢径平方 $p^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2$ 应当保持不变,即 $p'^2 = p^2$ 。若将坐标系 K' 固结在运动物体上,则有 $p'^2 = -\frac{E_0^2}{c^2}$, 于是便可得到相对论的能量-动量公式:

$$E^2 - c^2 p^2 = E_0^2 \quad (7)$$

其中 $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$ 。

借助上述的四维动量,可以定

义四维速度为 $u_\mu = \frac{p_\mu}{m_0} = \frac{dx_\mu}{d\tau}$, 其

中 $\mu=1, 2, 3, 4$, $d\tau = dt\sqrt{1-\beta^2}$ 为时间坐标间隔。具体地讲, $\mathbf{u} = \mathbf{v}/\sqrt{1-\beta^2}$; $u_4 = ic/\sqrt{1-\beta^2}$ 。鉴于 p_μ 和 dx_μ 都具有洛伦兹协变性, $d\tau$ 应和 m_0 一样是洛伦兹不变量。这样,我们便可写出协变形式的牛顿第二定律:

$$K_\mu = m_0 \frac{du_\mu}{d\tau} \quad (8)$$

这里 $K_\mu = F_\mu/\sqrt{1-\beta^2}$ ($\mu=1, 2, 3, 4$) 是四维力,其中 \mathbf{F} 是普通的三维力; $F_4 = \frac{i}{c}\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$, 式中 $\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$ 是力 \mathbf{F} 在物体运动方向上的功率。

接着,让我们来写出协变形式的麦克斯韦方程。为此,先引入分别由电流密度 (\mathbf{j}) 与电荷密度 (ρ) 和矢势 (\mathbf{A}) 与标势 (φ) 组成的四维电流密度 $J_\mu = (\mathbf{j}, ic\rho)$ 和四维电磁势 $A_\mu = \left(\mathbf{A}, \frac{i}{c}\varphi\right)$, 于是,在第二讲中介绍过的、关于 \mathbf{A} 和 φ 的电磁场方程:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\rho / \epsilon_0$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{j}$$

便可改写为协变形式:

$$\partial_\mu^2 A_\mu = \mu_0 J_\mu \quad (9)$$

这里 $\partial_\mu^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_4^2}$ 为达朗贝尔算符。进一步,引入由电磁场强度 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 组成的、在洛伦兹变换下保持协变的电磁场张量: $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, 于是,描述电磁场的麦克斯韦方程组便可改写成:

$$\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} = 0 \quad (10)$$

这就是协变形式的麦克斯韦方程。

前面提到,在洛伦兹变换下, ΔS^2 保持不变, $r^2 = \Delta S^2 + c^2 \Delta t^2$ 便不能保持不变,因此,与 r^2 成反比的牛顿万有引力定律也就不能保持不变,这就是说,牛顿万有引力定律不能像麦克斯韦方程组那样写成协变形式从而纳入狭义相对论的理论框架之中。为了克服狭义相对论的这一局限性,爱因斯坦提出了广义相对性原理,创建了广义相对论,导出了具有协变形式的引力场方程。在下一小节,我们将较为详细地介绍广义相对论,特别是协变形式的引力场方程。

庞加莱的一步之差

据说,爱因斯坦的论文发表后,在当时学术风气最浓的欧洲,也只有 12 个人真正看得懂他的文章。当然,这只是传说。准确地说,1905 年前后,有些人已经“接近”发现相对论,例如,前面提到的,斐兹杰惹和洛伦兹已经提出洛伦兹收缩假说;佛格特、拉摩、斐兹杰惹、洛伦兹已经给出洛伦兹变换;拉摩还给出了运动时钟变慢的公式;洛伦兹还给出了质量公式等。特别值得一提的,还有庞加莱,在 1905 年之前,构成相对论的“组件”:“光速不变”、“同时性”、“相对性原理”和“牛顿力学的绝对时空”等,在其著作中几乎都被提到了,而就在其进一步指出:“应该建立一种新的力学来解释迈克尔孙-莫雷实验”后不久,爱因斯坦的论文发表了。庞加莱似乎只差了一步,就发现了相对论,因此,对爱因斯坦发现相对论,他是最不服气的。但是,他所差的一步正是爱



庞加莱

因斯坦建立相对论的关键一步，那就是用相对时空取代牛顿力学的绝对时空。

具体地讲，早在 1898 年庞加莱就指出：“光具有不变的速度”，“光速在所有方向上都相同是一公理，没有这一公理，就无法测量其速度”。他还在《时间的测量》一文中指出：“我们对于两个时间间隔的相等没有直觉”，“要从时间测量的定量问题中分离出同时性的定性问题是困难的”；1902 年，他在其所著《科学的假设》一书中已经对牛顿的绝对时空提出了质疑：“①没有绝对空间，我们能够设想的只是相对运动，可是通常阐明力学事实时，就好像绝对空间存在一样，而把力学事实归诸于绝对空间；②没有绝对时间，说两个持续时间相等是一种本身毫无意义的主张，只有通过约定才能得到这一主张；③不仅我们对两个持续时间相等没有直接的直觉，而且我们甚至对发生在不同地点的两个事件的同时性也没有直接的直觉；④力

学事实是根据非欧几里得空间陈述的，非欧几里得空间虽说是一种不怎么方便的向导，但它却像我们通常的空间一样合理。”1904 年，他在一次演说中第一次提出了“相对性原理”：“不管是对于固定不动的观察者还是一个匀速平移运动着的观察者来说，各种物理现象的规律应该是相同的；因此，我们既没有，也不可能有任何方法来判断我们是否处于匀速运动之中”。

虽然庞加莱早就推测真空中的光速可能是不变的，但他指的是“光速在所有方向上都相同”，而不是爱因斯坦的“光速不变原理”所指的“光速对不同惯性系保持不变”；虽然庞加莱早就提出“同时”的定义问题，但他并未解决这个问题，而是爱因斯坦提出“光速不变原理来定义同时”从而解决了这个问题；虽然庞加莱早就对牛顿力学的绝对时空提出了质疑，并正确地阐述了相对性原理，还首先将(2)式命名为洛伦兹变换，但他并未发现可以取代绝对时空的相对时空，还是爱因斯坦将(2)式视为不同惯性系之间的时空变换，用相对时空代替绝对时空，建立了狭义相对论。因此，爱因斯坦作为相对论缔造者的地位是不容置疑的。

无论尺缩短、钟变慢，还是质能关系式，都可直接或间接从洛伦兹变换导出，因此，庞加莱认为，爱因斯坦理论不过是洛伦兹收缩假说的另一种表述。可是，洛伦兹不这么看，虽然他也曾反对过爱因斯坦理论，但后来接受了它，并认为，与他的收缩假说不一样，爱因斯坦



爱因斯坦和洛伦兹

理论是一种时空理论。而且，正是他，将爱因斯坦的理论称为相对论。洛伦兹逝世后，爱因斯坦参加了他的葬礼，并在其墓前致词说：洛伦兹的成就“对我产生了最伟大的影响”。

(中国科学院高能物理研究所 100049)

