

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $v = (GM/r)^{1/2} = R(g/r)^{1/2} \approx 4 \text{ km/s}$ ,  $V \approx 0.5 \text{ km/s}$ ,  $T_1 = 24 \text{ h}$ , 则  $t_1 - T_1 \approx 7.6 \mu\text{s}$ , 这说明狭义相对论效应导致卫星上的钟比地面钟慢。卫星的速度越快, 卫星钟的走时节奏就越慢。

### 广义相对论效应所产生的“时差”

设图 1 地球引力场中, 卫星上的钟 C 的引力势为  $\varphi = -GM/(R+h)$ , 它高于地面上 P 点的引力势  $\Phi = -GM/R$ , 即  $\varphi > \Phi$ 。

据公式 (2), 由 S 测得的卫星钟的“视时”  $t_2$  和地面钟的“视时”  $T_2$  与固有时  $T_0$  的关系分别为

$$t_2 = (1+2\varphi/c^2)^{-1/2} T_0,$$

$$T_2 = (1+2\Phi/c^2)^{-1/2} T_0,$$

两式相除且注意到  $|2\varphi/c^2| < |2\Phi/c^2| = 2GM/c^2R < 1$  可得

$$t_2/T_2 = (1+2\varphi/c^2)^{-1/2}(1+2\Phi/c^2)^{1/2}$$

$$\approx (1-\varphi/c^2)(1+\Phi/c^2)$$

$$\approx 1+\Phi/c^2-\varphi/c^2,$$

即  $t_2 - T_2 = (\Phi - \varphi)T_2 / c^2$

$$= [(R+h)^{-1} - R^{-1}] GMT_2 / c^2 < 0. \quad (4)$$

又  $\because GM = gR^2$ ,  $\therefore t_2 - T_2 = -gRh(R+h)^{-1} T_2 / c^2$ 。

若  $R = 6380 \text{ km}$ ,  $h = 2.00 \times 10^4 \text{ km}$ ,  $T_2 = 24 \text{ h}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ , 则  $t_2 - T_2 \approx -45.5 \mu\text{s}$ , 这说明广义相对论效应导致卫星上的钟比地面钟快。在天体的引力场中, 钟离天体越近, 引力势越低, 引力场越强, 钟的走时节奏就越慢。

### 结果与讨论

狭义相对论效应导致卫星上的钟比地面钟慢, 广义相对论效应导致卫星上的钟比地面钟快, 二者的综合效应为  $t - T = t_1 - T_1 + t_2 - T_2 = 7.6 \mu\text{s} - 45.5 \mu\text{s} \approx -38 \mu\text{s}$ , 即卫星钟的走时  $t$  比地面钟的走时  $T$  每天快

约  $38 \mu\text{s}$ 。以一年 365 天计, 每年大约快  $14 \text{ ms}$ 。如何校正各种相对论效应产生的时间计量的差, 对应用现代科技的卫星导航是十分重要的。大家可以利用上述方法, 再做一做《普通高中课程标准实验教科书·物理·选修 3-4》(人民教育出版社 2010 年 4 月第 3 版) 第 104 页第 5 题, 以加深对相对论的理解。

如果选择地面参照系, 就会忽略公式 (3) 与 (4) 中的  $(\Phi - V^2/2) T/c^2$ , 结果使  $t - T \approx (v^2/2 - \varphi) T/c^2$ , 虽对地球误差极小; 但对质量较大, 自转较快的木星, 大家计算一下, 误差如何? 而对于质量很大, 体积很小, 自转较快的天体, 其表面引力势  $\Phi = -GM/R$  和表面线速度  $V$  的数值就更可观了, 例如对白矮星、中子星等致密天体。

进一步讨论, 可以思考: 为什么“动钟变慢”的狭义相对论效应与“重钟变慢”的广义相对论效应对钟的走时节奏的影响相反? 这是因为卫星绕地球转动时, 受到非惯性系中的惯性离心力, 该力与卫星所受到的重力方向相反, 根据广义相对论的“等效原理”, 惯性离心力场与万有引力场局部等效, 上述惯性离心力场相当于叠加一个反向的引力场, 从而削弱了原天体的引力场。

总之, 连续三篇关于卫星钟走时节奏的讨论, 使我们认识到: 时间是与物质及其运动紧密联系着的, 时间的量度既与观察者的运动状态有关, 又与物质分布及其运动状态有关。下一篇介绍黑洞“视界”的习题会使朋友们进一步体会到不仅时间如此, 空间的度量和几何性质也与物质及其运动紧密联系着。这一奇妙的结论使许多学子着迷。

(河北师范大学空间科学系 050023)



## 科苑快讯

### 脑神经其实是网格结构

很多人都认为脑神经之间的联系过于复杂, 看起来非常混乱。

然而, 事实上它们是网格结构。利用弥散磁共振成像技术, 马萨诸塞州总医院 (Massachusetts General Hospital) 的维丁 (Van Waden) 和同事发现神经纤维所在平面在大脑中被折叠成直角或是其他形状, 使大脑神经成为一个 3D 网络, 如同一盘意大利面。

较高等的灵长类的脑神经网络则更为弯曲折叠。这一成果对人类大脑的研究有着重要意义, 有助于理解大脑的进化。这种网络结构使大脑逐步添

加新功能变得简便易行, 相对简单的输入指令便可制造出非常复杂的大脑, 类似于建筑工人在一栋建筑上建造新的楼层。



(高凌云编译自 2012 年 5 月 31 日《欧洲核子中心快报》)