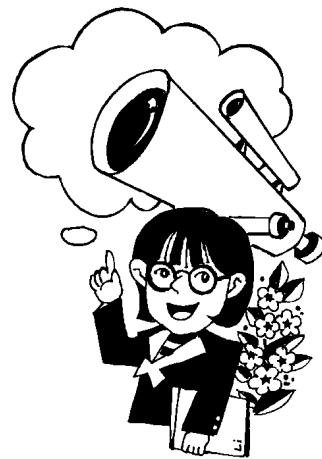


WMAP 和精确宇宙学

李虹 李明哲 范祖辉 张新民



WMAP 的全称是 Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, 译为威尔金森微波各向异性探测器。WMAP 是以研究宇宙背景辐射 (简称 CMB) 的先驱者大卫·威尔金森命名的, 是继 COBE (COSMIC BACKGROUND EXPLORER) 卫星之后的, 又一颗以测量 CMB 为目的进行全天空扫描的空间探测卫星, 于 2001 年 6 月 30 日升空。2003 年初 WMAP 实验组公布了 WMAP 卫星运行一年的观测数据和物理结果, 引起了科学界和社会界的广泛关注。当年年底被《科学》评为世界十大科技进展之一。之后又于 2006 年、2008 年和 2010 年分别公布了其 3 年、5 年和 7 年累计的数据和物理结果。2010 年 10 月, WMAP 转进到太空垃圾轨道, 结束了长达 9 年的太空观测任务。WMAP 的观测数据为精确确定宇宙学参数, “精确宇宙学”的建立作出了巨大的贡献。为此, WMAP 获得了 2010 年度的邵逸夫奖。2010 年年底“精确宇宙学”被《科学》杂志评为过去十年国际上十大科学成就 (Insights of the Decade) 之一。本文我们将浅谈 WMAP 的科学成果和精确宇宙学, 同时也简略介绍一些我国科学家与此相关的科研工作。

一、宇宙微波背景辐射 (CMB) 观测和 WMAP

CMB 是大爆炸宇宙学模型的一个重要预言。大爆炸宇宙学告诉我们, 在宇宙早期, 宇宙中物质以高温高密的等离子体的形式存在, 大量的自由电子与光子频繁散射, 造成光子自由程很短, 宇宙处于不透明状态。当宇宙年龄大约为 38 万年时, 宇宙温度降至约 3000K, 原子核与电子复合成中性原子。由于自由电子数目急剧减少, 光子自由程大幅度增加, 宇宙变得透明, 从而使得我们可以观测到这些遗留的光子, 即 CMB。由于复合期时间非常短, 我们可以认为它是瞬间完成的, 而宇宙也是瞬时变得透明, 各处的光子在与复合前的自由电子发生最后一次散射后即开始自由传播的旅程。但是对局限在今天地球上的观测者来说, 我们现在看到的 CMB 光子, 都是复合期时从距离我们大约 137 亿光年处传过来的, 由于分布四周, 所有这些光源的位置构

成一个球面, 称作最后散射面, 我们就处在球心的位置。时间上更早的光子由于自由程短, 无法传过来, 因此 CMB 是我们能观测到的宇宙中最古老的辐射。空间上离我们更近的 CMB 光子早就穿过了地球的位置, 而离我们更远的 CMB 光子则还没有到来。观测上发现 CMB 具有非常完美的黑体谱特征, 而且其温度的分布是高度各向同性的。黑体谱意味着 CMB 的辐射功率在各频段的分布满足普朗克黑体辐射定律, 它是实实在在的热辐射, 也表明宇宙在早期确实处于热平衡状态。而各向同性则直接证明了宇宙学原理的正确性。这些构成了支持大爆炸宇宙学的强有力的证据。然而, 与 CMB 不同的是我们还看到了恒星、星系、星系团、空洞等非均匀分布的大尺度结构。对宇宙结构形成的研究表明, 我们今天所看到的大尺度结构起源于宇宙暴涨时期的量子涨落。暴涨是发生在宇宙极早期的一次急剧的宇宙加速膨胀过程, 它由一种具有非常负的压强的物质场 (即暴涨场) 驱动。暴涨使得宇宙变得非常空, 能量储存在暴涨场的真空态中。根据量子力学中的测不准原理, 真空存在涨落效应。由于暴涨, 这些微观尺度上的量子涨落被迅速拉伸到宇宙学尺度上, 形成原初扰动, 它在暴涨结束后重新产生的物质和辐射中造成微小的非均匀性。随着宇宙的演化, 非相对论物质在引力不稳定性的作用下, 其非均匀性增长, 最终形成所观测到的大尺度结构。虽然 CMB 的非均匀性与大尺度结构具有同一起来源, 但是由于光子具有压强, 不会像非相对论物质那样在引力作用下坍塌成团, 直到今天它的非均匀性仍然非常小, 具体表现为其温度涨落幅度仅为 $10^{-5} \sim 10^{-4}$ 。这一方面告诉我们研究 CMB 涨落时线性扰动理论切实可行, 理论上可以做出非常精确的预言; 另一方面如此小的涨落对观测来说是一个极大的挑战。目前随着观测技术的飞速发展, 人

们已经可以非常精确地测量 CMB 的非均匀性，从而获得了大量的宇宙学信息，包括物质组成，暗物质、暗能量的性质以及早期宇宙暴涨时期的物理性质等。

历史上，CMB 的研究对于宇宙学的发展和推动至关重要，已两次获得了诺贝尔奖。早在 20 世纪 60 年代，美国贝尔实验室的两位工程师阿尔诺·彭齐亚斯和罗伯特·威尔逊就发现了 CMB 的存在，并因此获得了 1978 年诺贝尔物理学奖。之后，人们便开始致力于寻找它的非均匀性，但直至 20 世纪 80 年代末 90 年代初 COBE 卫星上天后，才第一次确切地探测到了 CMB 的非均匀性：在角度约为 10° 的范围内，温度涨落为 10^{-5} 。这一结果非常重要，它不仅有力地支持了结构形成理论，同时也打开了 CMB 这一宇宙学宝库，为精确宇宙学的建立奠定了基础。为此约翰·马瑟和乔治·斯穆特获得了 2006 年的诺贝尔物理学奖。随后，多项 CMB 观测相继展开，为我们提供了更加精细的 CMB 不均性图像。其中，最具代表性的观测是 WMAP，它向我们展示了全天范围内分辨率约为 0.2° 的高精度观测结果，其精确程度是史无前例的，直接引领我们进入了精确宇宙学时代。图 1 显示了 COBE（上）与 WMAP（下）的全天温度非均匀性观测结果，它们是观测到的 CMB 温度涨落在天球面上的投影，也是最后散射面上的非均匀分布传播到观测者眼中的结果。可以看出，COBE 勾画了大范围内温度起伏轮廓，而 WMAP

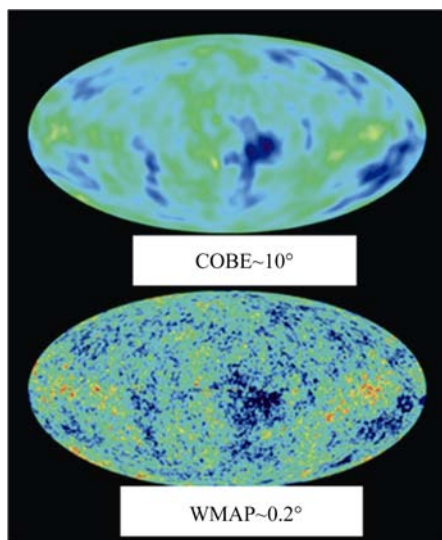


图 1 COBE 和 WMAP 观测的微波背景辐射温度各向异性全天图，其中 COBE 的分辨率为 10° ，WMAP 的分辨率为 0.2° (取自 <http://map.gsfc.nasa.gov>)

则观测了重要的细节部分，使得我们可以从中挖掘大量的宇宙学信息。

CMB 非均匀性携带的宇宙学信息可以通过它的各向异性功率谱表现出来。对图 1 所示的天图作球谐分析，就可以得到它的角功率谱。图 2 是 WMAP 七年观测数据测得到的 CMB 温度各向异性角功率谱，其中上横轴 l (整数) 为球谐展开多极矩的角变量，下横轴为其对应的角尺度， $\theta \sim 180^\circ/l$ 。纵轴为温度各向异性角功率谱，它反映了不同尺度的扰动强度。有误差棒的点为观测数据，实线为最佳拟合的宇宙学模型所给出的理论结果。产生这种扰动谱的因素主要有三个：(1) 来源于暴涨期间量子涨落的原初扰动，原初扰动谱的类型（绝热型或等曲率型）、幅度和谱指数以及张量扰动所占的比重等均对 CMB 角功率谱有重要影响；(2) 引力，光子通过引力场时会发生红移，损失能量，由于最后散射面上引力场是非均匀分布的，从不同方向传来的 CMB 光子经历的红移也不同，从而产生温度的各向异性；

(3) 散射，在复合期以前宇宙处于电离状态，光子与自由电子频繁散射，同时电子与原子核通过库仑作用相连，从而使得光子-电子-重子紧密耦合在一起，形成光子-重子流体。光子对该流体贡献了巨大的压强，流体的密度扰动以声波形式传播，其声速或声波振荡的频率随着重子密度的增加而递减。声波振荡的过程终止于复合期，而 CMB 则记录了这时候光子-重子流体的声波振荡图像，如图 2 所示，其中角功率谱中的峰对应于声波振荡中的波峰和波谷（功率谱相当于振荡幅度的平方）。到复合期时声波只传播了有限的距离，叫作声波视界 r_s 。对于初条件为绝热型的原初扰动来说，功率谱的峰的位置相应的波数为 $k_n = n\pi/r_s$ ，其中 n 为正整数，第一个峰对应的振荡模式的波长为两倍的声波视界，而更小尺度上的峰则对应于高频振荡信号。相对于今天的观测者来说，则需把最后散射面上的线尺度转化为角尺度，因此在 l 空间中功率谱峰的位置分布于 $l_n = n\pi d_A/r_s$ 处，其中 d_A 为最后散射面到观测者的角直径距离，它依赖于空间曲率。因此可以通过测量声波振荡峰的位置来测量宇宙的几何。宇宙三维空间的几何根据曲率划分为三类：(1) 闭合的宇宙，具有正曲率，类比于二维球面，如图 3 所示，并由爱因斯坦场方程可知它对应的宇宙总密度大于临界密度，即 $\Omega_0 > 1$ (密度参数 Ω_0 定义为今天宇宙总密度

考虑到这些物理过程后，我们就可以用观测数据去拟合宇宙学参数，如：重子密度，暗物质密度，暗能量状态方程，中微子质量，再电离的光深以及原初密度扰动谱的类型、幅度和谱指数以及张量扰动的幅度和谱指数等。

除了温度涨落以外，CMB 还具有极化(即偏振)的各向异性。在复合期以前由于光子与电子的频繁碰撞，光子没有极化。在复合期来临时，光子的自由程迅速增加，其在两次碰撞之间的自由流动 (free streaming) 形成了温度涨落的四极矩。具有四极矩的辐射场与电子发生最后一次散射后就产生了线性极化，并被保存下来。正因为极化来源于温度四极矩的散射，它的信号比温度涨落的信号要弱得多。辐射场的极化可以用局域的 Stokes 参量来描述，也可以根据它的空间反射性质分解为非局域的 E 模 (类电型的) 和 B 模 (类磁型的)。这种分解方式与三维矢量分解为纵向与横向部分的方式类似。除了均与散射有关外，在最后散射面上 E 模极化与温度涨落一样既可以由密度扰动 (即标量扰动) 产生，也可以由原初引力波 (张量扰动) 产生。但是 B 模只能归因于原初引力波。当然这些产生于最后散射面的极化各向异性也会受到后期的过程如再电离、弱引力透镜及 CPT 破坏等的影响从而产生新的极化。由于产生极化的主要因素与温度涨落一样均为原初扰动在引力和散射作用下的结果，它们背后的物理过程也是相同的，因此测量极化可以作为对温度各向异性观测的补充。一方面，它与温度谱测量一起对理论模型作交叉检验；另一方面极化数据的收集有利于打破一些参数间的简并性。此外由于暴涨理论预言了原初引力波的存在，探测 B 模极化是对暴涨理论非常有力的检验。而最近几年发展起来的用 CMB 检验 CPT 对称性的领域中，极化实验更是不可或缺，因为 CPT 破坏与否都不影响温度的非均匀性。

图 4 为 WMAP 五年和七年的观测数据得到的温度-极化关联谱，其中纵轴分别表示温度与 E 模极化的关联谱 $(l+1) C_l^{TE}/2\pi$ (上图) 和与 B 模极化的关联谱 $(l+1) C_l^{TB}/2\pi$ (下图)。它们反映了不同尺度上温度涨落与极化之间的相关性。蓝色方框表示五年观测结果，带误差棒的点为七年观测数据。中间绿色实线为最佳拟合的宇宙学模型所给出的理论结果。

图 5 所示为 WMAP 七年观测数据得到的 CMB 极化 E 模功率谱。从图 4 和图 5 可以看出，目前已经确切观测到了 E 模的信号，但是信噪比还是很小。尽管如此，获得的 CMB 极化数据已经大大提高了对宇宙学参数的限制。

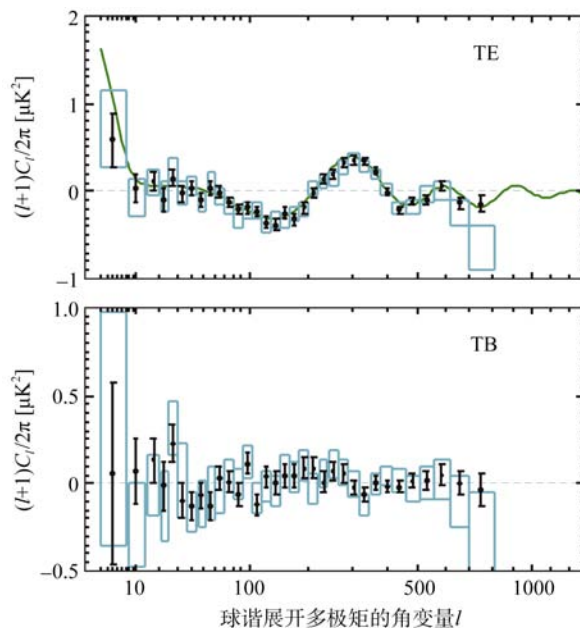


图 4 WMAP7 微波背景辐射温度-极化关联谱 (取自 D.Larson et al. *Astrophys.J.Suppl.***192**:16,2011.)

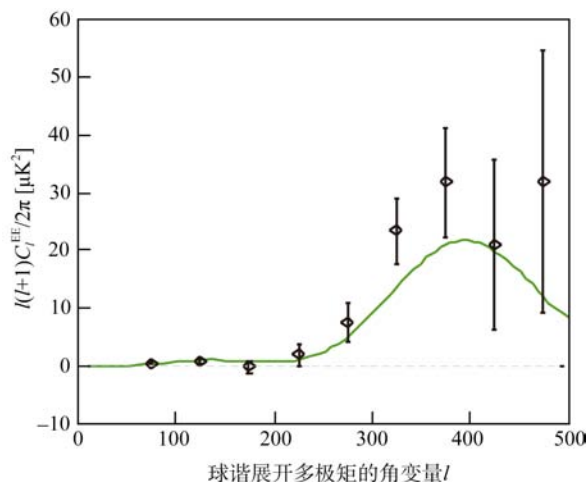


图 5 WMAP7 微波背景辐射 E 模极化功率谱 (取自 D.Larson et al. *Astrophys.J.Suppl.***192**:16,2011.)

二、精确宇宙学 和 WMAP

精确宇宙学体现在对宇宙学参数的精确测量。而精确的测量宇宙学参数要求精确的宇宙学观测。的确，自 COBE 之后，特别是 1998 年以来观测宇宙学的研究取得了一系列重大的进展，具有里程碑

与临界密度之比); (2) 开放的宇宙, 曲率为负, 类
比于马鞍面, $\Omega_0 < 1$; (3) 平直的宇宙, 曲率为零,
类比于平面, $\Omega_0 = 1$ 。由图 3 还可以看出, 在不同几
何的宇宙中, 垂直于视线方向并具有固定位置和长
度的物体 (如声波振荡的波长) 对观测者张开的角
度不一样。相对于平直宇宙来说, 闭合 (开放) 宇
宙中的观测者看到的张角 θ 要大 (小) 一些, 相应
地, 由于 $\theta \sim 180^\circ/l$, CMB 角功率谱的峰的位置会向
 l 小 (大) 的方向移动, 计算表明, 对于平直的宇宙,
CMB 温度谱的第一峰的位置 $l_1 \approx 200$ 。

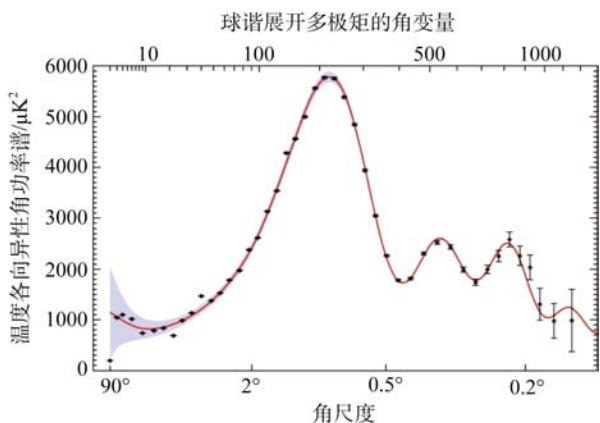


图 2 WMAP7 微波背景辐射温度各向异性功率谱
(取自 http://map.gsfc.nasa.gov/media/111133/111133_7yr_PowerSpectrumM.jpg)

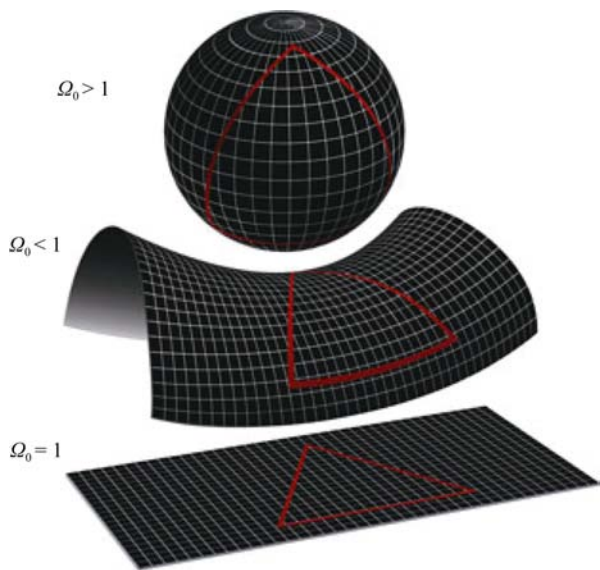


图 3 宇宙的几何, 由上至下分别为闭合 (正曲率)、
开放 (负曲率)、平直 (零曲率) 的宇宙 (取自
<http://wmap.gsfc.nasa.gov/media/990006/index.html>)

此外由于引力 (主要源于暗物质) 的存在, 光

子-重子流体的每一个振荡模式都相当于放置在引
力场中的一个受迫振子, 而重子物质的存在使得振
子具有额外的质量。这主要带来两个效应: (1) 不
同的重子密度导致不同的振子质量, 造成其在引
力场中的平衡位置不同, 引起 CMB 温度涨落功率谱
中峰的位置移动, 但是这种移动对第一峰的位置影
响很小, 因为第一峰相当于到复合期时受迫振子只
振动了半个周期, 重子物质密度的影响还来不及产
生大的效应; (2) 引力具有单向性, 它总是驱使物
质在引力势阱中往下掉, 因此当振子在势阱中处于
往下降的半个周期中, 引力会增强振子下降的幅
度, 而在另外半个周期中引力会阻止振子往上升, 使
得振荡图像中波峰和波谷的幅度有差异。对绝热型
原初扰动来说, 这造成 CMB 温度涨落功率谱中奇
数峰的峰值比偶数峰高。重子物质密度越大, 振
子的质量也越大, 它在引力势阱中也下降得更深,
奇数峰与偶数峰的高度差别也就越大, 由此可见我
们可以通过测量第一峰和第二峰的相对高度来测量
重子物质密度。

从图 2 我们还可以看出, 小尺度上 (对应于大
 l) 扰动被大大压低了, 这是光子的扩散造成的。
在复合期以前光子与电子的频繁碰撞使光子气体
的运动表现为随机行走, 步长为它的平均自由程。
因而到复合期时, 光子已扩散了一定的距离 λ_D 。
光子扩散的后果是抹匀了 λ_D 以下尺度的扰动,
从而表现为功率谱在小尺度上的指数压低。此外
对于超过当时声波视界尺度 ($l < l_1$) 来说, 其
扰动基本不受声波振荡的影响, 因而直接反映了
暴涨时期的物理过程。综上, CMB 温度角功率
谱中峰的位置以及峰值的高低等包含了大量的宇
宙学信息。人们可以通过精确测量功率谱来提取
这些信息。如上所述测量第一峰的位置可以定宇
宙的几何以及总的物质密度, 第二峰与第一峰
的高度之比基本可以确定重子的密度。这些均
可以用来确定宇宙中各物质成分的比例。

除了这些主要贡献外, CMB 的功率谱也会受
到一些次级影响, 包括从最后散射面到观测者的
传播过程中, 由于暗能量引起的引力势的变化带
来的积分 Sachs-Wolf 效应, 由大尺度结构造成
光线偏折而带来的弱引力透镜效应, 复合期以
后形成的第一代恒星对宇宙中性原子的再电离、
星系团中热电子对 CMB 光子的逆康普顿散射
(Sunyave-Zel'dovich 效应) 及可能发生的 CPT
破坏造成的宇宙双折射等。

意义的是 1998 年超新星观测发现宇宙在加速膨胀，揭示了暗能量的存在；2000 年 BOOMERANG 和 MAXIMA 气球实验对 CMB 温度功率谱第一峰位置的测量揭示了宇宙是平坦的；2002 年 DASI 第一次发现了 CMB 的极化；特别是 2003 年以来 WMAP 对 CMB 的精确测量，斯隆数字巡天 (SDSS) 大尺度结构 (LSS) 的观测以及更大样本的超新星 (SN) 观测等对宇宙学参数进行了精确的测量，使宇宙学的研究步入了辉煌的精确宇宙学时代。

在观测宇宙学中，CMB 的观测和实验占有异常重要的地位。如上一节所述，由于 CMB 的各向异性主要反映了宇宙复合期的性质，人们可以借助它直接观测早期宇宙中的物理过程。此外，CMB 本身的物理是非常清晰的，而且其各向异性的演化是线性的，理论的预言可以做得非常精确。事实上目前国际上已有现成的玻尔兹曼程序包如 CMBFAST、CAMB 等用来精确计算 CMB 的各向异性，以及用宇宙学参数对观测数据进行拟合的程序包如 CosmoMC。只要观测的精度足够高，对比理论和观测就可以精确地确定宇宙学参数。

在迄今为止的 CMB 实验中，WMAP 的精度是最高的。除了 CMB 实验以外，其他类型的观测如 LSS 及 SN 等对确定宇宙学参数的帮助也很大。在数据拟合中，常常要考虑把所有的观测数据结合起来统一考虑。这一方面是通过各种不同的观测对理论进行交叉检验，另一方面由于每种宇宙学观测的对象或者相应的尺度不一样，给出的限制是有限的，宇宙学参数存在明显的简并现象。而将不同的观测给出的限制结合起来考虑则有利于打破参数间的简并，提高测量精度。这些以 WMAP 为代表的精确天文观测通过数据拟合给出的结果告诉我们，当今宇宙中占主导地位的是具有负压的暗能量，约占宇宙总密度的 73%，非重子暗物质占 23%，而我们熟知的由粒子物理标准模型描述的普通物质只占约 4% 左右。WMAP 的结果还强有力地支持了暴涨理论，其产生的原初扰动谱是绝热的、近标度不变的，满足高斯型统计。而且对宇宙学参数的测量精度是非常高的，比如说对宇宙年龄的测量值为 137 亿年，其误差低于百分之一。

关于“精确宇宙学”，《科学》杂志是这样评述的：“在过去十年中，研究人员非常精确地推测出宇宙物质的成分是普通物质、暗物质和暗能量。同时，

他们阐述了将这些成分组成宇宙的方法。这些进展将宇宙学转变成为一种有着标准理论的精确科学，而留给其他理论的活动空间已十分狭小。”这段话实事求是地评价了近年宇宙学研究所取得的成就。下面就两个方面我们再做进一步的阐述，其一是关于 WMAP 与精确宇宙学，另一方面是关于宇宙学的标准理论。毋庸置疑对于精确宇宙学的成就，WMAP 的贡献是巨大的。目前国际上物理和天文界基本上都采用 WMAP 组所给出的宇宙学参数值。WMAP 组的成果在科学和社会各界都被广泛地关注，其论文引用率都很高。比如，2003 年 WMAP 组的宇宙学文章至今已被引用 6000 多次，2010 年年初小松 (Komatsu) 为第一作者的 WMAP7 的宇宙学文章登在 ArXiv 网上仅仅不到两年的时间，就被引用了 1400 多次。但需要指出，WMAP 的结果是在综合了国际上其他天文观测以及物理分析方法的基础上而得到的，其中也包括了科学家的工作，比如，我们提出的暗能量扰动和利用 CMB 极化测量旋转角并检验 CPT 对称性的新方法。2010 年初 WMAP 组公布了 7 年累计的观测数据，在他们关于宇宙学参数的论文中，共引用了中国科学家十多篇文章，其中本文作者所在的课题组有十篇，这些充分体现了中国科学家对精确宇宙学研究的不可忽视的贡献。

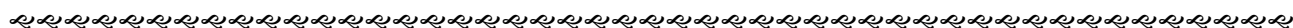
在理论研究方面，《科学》杂志的评述恰如其分：“这些进展将宇宙学转变成为一种有着标准理论的精确科学，而留给其他理论的活动空间已十分狭小。”在粒子物理研究领域，经过 20 世纪几十年的发展，理论体系是完整的，这就是粒子物理的标准模型。在宇宙学领域，其基本理论的出发点是爱因斯坦引力和宇宙学原理以及引力扰动结构形成理论。关于这方面由于严格求解的困难性，如上述，国际上已编成了各种不同形式的程序，例如 CAMB、CosmoMC 等，以此用来直接与观测比较，确定宇宙学参数。在这样一个理论框架下，目前 10 个左右的参数（最基本的只有 6 个）就可以很好地拟合来自于 CMB, LSS, SN 等各种天文观测的数据。相比之下，粒子物理的标准模型中有 18 个自由参数，表征粒子的质量、规范耦合常数、混合角等。就此意义上讲，宇宙学的标准模型所获得的成功，可与粒子物理的标准模型相媲美。另外，WMAP 的贡献在一定意义上，很类似于 20 世纪 90 年代 CERN 的正负电子对撞机 LEP 对于粒子物理标准模型精确

化的推动和检验。两个理论家韦尔特曼 (M. Veltman) 和特霍夫特 (G't Hooft) 为此获得了诺贝尔奖, 其主要贡献是关于标准模型理论的可重整性的证明。大家知道, 有质量的弱规范玻色子理论其计算结果是无穷的, 发散的。通过引进希格斯场, 韦尔特曼和特霍夫特证明理论是可重整的, 没有发散的。这样使得粒子物理的标准模型能够得以精确的检验。当然至今希格斯粒子并没有在实验上发现, 寻找 Higgs 是目前 LHC 的重要科学目标。宇宙学中的线性扰动理论在传统的研究中不存在发散问题。不过当研究动力学暗能量时, 特别是当其状态方程越过宇宙学常数线时, 扰动量是发散的, 计算的结果也是无穷的。为了解决这个问题, 同样需要引进

新的自由度, Quintom (精灵) 场。

总之, 过去的十年, 宇宙学的发展是惊人的。精确宇宙学是这十年在自然科学特别是天文和物理领域所取得的一个重大的成就, 而 WMAP 对精确宇宙学的建立作出了巨大的贡献。同时精确宇宙学对粒子物理学也提出了一些重大的挑战。暗物质和暗能量问题是现代物理科学中两朵新的乌云, 对它们的研究将极有可能孕育出新的物理学和天文学重大发现乃至科学上的革命, 对于未来的科学发展具有难以估量的重要作用。

(李虹、张新民, 中国科学院高能物理研究所 100049; 李明哲, 南京大学物理学院 210093; 范祖辉, 北京大学物理学院天文系 100871)



科苑快讯

地球也有特洛伊小行星

法国物理学家拉格朗日

(Joseph-Louis Lagrange) 提出在两个大质量天体的引力共振下, 存在 5 个特殊的稳定点, 其中 3 个点 L_1 、 L_2 、 L_3 在两个主天体的连线上, 另两个点 L_4 和 L_5 位于以两个主天体的连线为底边在两侧所作的两个等边三角形的顶点处, 这 5 个点被称作“拉格朗日点”(图 1)。1906 年发现了一颗运行在木星轨道上, 固定在超前木星 60° 处的小行星, 后来又在木星轨道上发现了比木星落后 60° 的小行星。除了木星-太阳的特洛伊群之外, 在火星-太阳、土星-太阳, 甚至海王星-太阳的 L_4 和 L_5 点处, 也都发现了此类小行星。其他行星和太阳引力共振形成的稳

定点 L_4 和 L_5 也均被称为特洛伊位置, 在这些位置上的小行星被称为各行星的特洛伊小行星。

最近加拿大亚伯达省阿法巴斯加大学 (Athabasca University) 的康纳斯 (Martin Connors) 和同事利用美国宇航局的广域红外探测器 (Wide-field Infrared Survey Explorer, WISE) 在地球轨道上发现了围绕太阳运转的特洛伊小行星 (图 2)。这颗名为 2010 TK7 的小行星宽几百米, 轨道保持稳定已达万年之久。该小行星的轨道不是固定在“拉格朗日”点上, 而是在一定区间内稳定振荡。

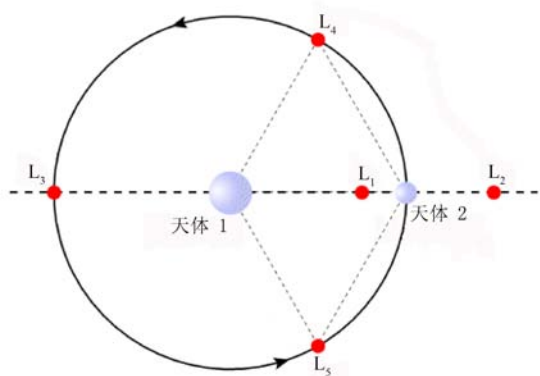


图 1 拉格朗日点示意图

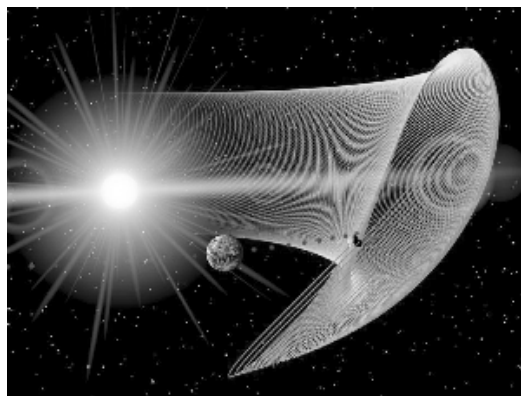


图 2 网格线表示小行星的运行区间 (高凌云编译自 2011 年 9 月《欧洲核子中心快报》)