

浅议微波背景辐射探测中的系统误差

刘 浩

四十年的历程——从三组科学家到两代卫星

当 WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, 威尔金森微波各向异性探测器) 于 2003 年发布首年探测结果时, 许多人为之欢呼鼓舞, 因为精确宇宙学的时代似乎终于到来了。这是一颗耗资巨大的天文卫星, 工作在日地系统的第二拉格朗日点上, 专门用于探测宇宙微波背景辐射的各向异性。它的前辈是著名的 COBE 卫星, 提到 COBE 卫星, 我们不得不上溯到 1964 年美国科学家彭齐亚斯 (Arno Penzias) 和威尔逊 (Robert Wilson) 发现微波背景辐射的工作。当时他们在测试一套灵敏的天线系统时发现了意料之外的噪声, 这噪声非常顽固, 无论他们把天线转向何处都不会消失, 而且不分白天黑夜, 四季长存。他们想了很多办法, 但无论如何都清除不掉, 最后他们认为这只能是来自广袤空间的一种均匀分布的无线电背景信号。奇妙的是, 早在 16 年前美国科学家阿尔弗 (Ralph Alpher) 和赫尔曼 (Robert Herman) 就预言了这样一种信号的存在, 并认为它是宇宙大爆炸在多年膨胀冷却后的残留。也许是当时信息传递不如现在这么迅速广泛, 这一日后赫赫有名的预言在那时并非尽人皆知, 至少彭齐亚斯和威尔逊就没有把这个同他们的工作联系起来。但幸运的是, 在离他们不远的普林斯顿大学, 由罗伯特·迪克 (Robert Dicke) 领导的另一个小组知道这一预言, 并正在设法验证它。不过实验尚未开始, 罗伯特·迪克便了解到了彭齐亚斯和威尔逊的工作。他意识到自己已经不必再把实验做下去了, 因为彭齐亚斯和威尔逊实际上已经看到了他们企图搜寻的东西。在 1965 年, 三组科学家的工作连在了一起, 为大爆炸宇宙学提供了最强有力的证据: 微波背景辐射。

微波背景辐射具有一些鲜明的特征: 它是黑体辐射, 不随时间改变, 且在各个方向上具有几乎相同的辐射温度: 3K。建立于地面的实验可以大致地



验证这些特性, 但由于地面无处不在的无线电干扰, 要精确地验证这些特性, 我们需要把实验室搬到空间去。其中尤其重要的是尽可能精确地验证微波背景辐射很好地符合黑体谱, 这样我们就能肯定它确实是源于宇宙大爆炸, 而不是别的什么原因。COBE 卫星做到了这一点: 它在空间测量得到的微波背景辐射谱几乎完美地契合黑体谱 (图 1)。这让大爆炸宇宙学拥有了几乎不可动摇的地位。COBE 实验组由此在

2006 年继彭齐亚斯和威尔逊之后获得了该领域的第二个诺贝尔物理学奖。

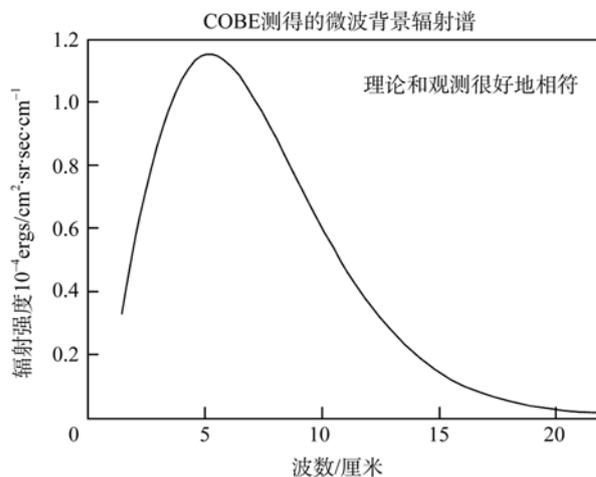


图 1 COBE 卫星测量得到的微波背景辐射黑体谱
(摘自 http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/firas_image.cfm)

实际上, 导致 COBE 获奖的还有一个重要原因, 就是它初步地验证了微波背景辐射的各向异性。微波背景辐射同宇宙早期各个区域的密度密切相关。由于大爆炸和暴涨的缘故, 宇宙早期是高度均匀的, 这使得微波背景辐射在各个方向上几乎均匀分布。但早期宇宙不可能绝对均匀, 否则就无法演化出结构, 也就不会有我们的存在。细微的不均匀性被称作各向异性, 它可以在微波背景辐射中灵敏地体现出来。通过测量微波背景辐射的细微不均匀性, 我们可以得到关于宇宙结构演化的过程和机制方面的

大量信息，这是精确宇宙学研究所必须的。虽然 COBE 基本奠定了大爆炸宇宙学的主导地位，并初步揭开了微波背景辐射各向异性的面纱，但仍无力提供足够的资料来供科学家对宇宙进行定量研究。不过 WMAP 卫星可以做到这一点。通过精密的测量系统和良好规划的测量计划，它能够以足够高的精度测量微波背景辐射的微小各向异性，这使得我们有可能补上定量研究这一块巨大的拼图，并完成宇宙学的伟业。

WMAP 的精彩工作

WMAP 取得的成果是令人瞩目的：在它之前，人们对宇宙的绝大部分信息知道得都非常模糊，比方说宇宙年龄，各种推算结果相差几乎能达到百亿年；人们也不知道宇宙在几何上究竟是平坦还是闭合；至于宇宙密度、成分、膨胀速度等参数，百分之几百的测量差异并不罕见；各种各样的宇宙学模型更是层出不穷。这些模糊不清的情况在 WMAP 数据发布后几乎被一扫而空：宇宙年龄被确定为 137 亿年，误差不到 2 亿年；宇宙被发现是几何上高度平坦的；各种重要参数的测量精度普遍被提高到了 10% 以内；宇宙学模型被限定在了一个小得多的范围里，等等。这些重要成果的取得和 WMAP 的规划设计有密不可分的联系。WMAP 卫星首先选择了日地系统的第二拉格朗日点为工作地点。这里到地球的距离是月球到地球距离的 4 倍左右，远离来自地球的无线电干扰，而且由于引力同离心力平衡的缘故，卫星能比较容易地保持稳定。卫星还采用了两套高度对称的天线，分别测量来自两个方向的微波背景辐射，然后仅记录二者之差。这是很聪明的做法，因为可以抵消掉均匀分布的微波背景辐射以及相当一部分系统误差，只保留各向异性成分，从而起到了相对放大的作用。卫星还会针对太阳、地球、月球和各大行星留下相应记录，以尽可能排除来自这些强源的干扰。

尽管有一系列设计以增进结果的可靠性，大量的干扰仍是难以避免的，而且不幸的是，干扰信号都远远强于有用的信号。假定有用的信号幅度为 1，那么干扰信号包括 20~100 的噪声、20~1000 的银河系前景辐射、60 左右的多普勒信号，以及数不清的系统误差。在如此多和如此强的干扰下 WMAP 居然还能测得非常漂亮的微波背景辐射各向异性结果，这是令人惊叹（图 2），但也是令人怀疑的——

这很自然，一切重大的成果都需要接受质疑才能令人信服。

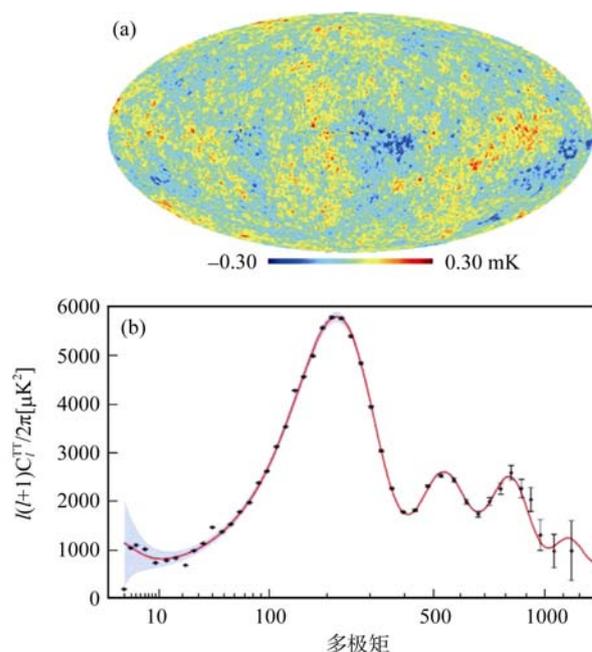


图 2 WMAP 测得的微波背景辐射各向异性温度图 (a) 和角功率谱 (b)。(b) 图黑点为实测值，曲线为宇宙学模型拟合值，灰色区域为宇宙方差 (Cosmic Variance) 所致的不确定性。从 (b) 图来看，在如此多而强的干扰下，仍能测得和模型基本符合的结果，这是令人惊叹的

精益求精——对 WMAP 的质疑

实际上，在 WMAP 组于 2003 年发布首批结果后不久，人们就对它提出了许多质疑，其中最重要的质疑集中在 WMAP 测得的微波背景辐射大尺度功率谱上。这里所说的尺度，我们可以把它同正弦波的频率类比一下：频率越高，尺度越小，同一距离里的波峰和波谷就会越多，而每个完整的波就越短，尺度大则相反。同正弦波略有不同的是，微波背景辐射是在二维球面上测量的，尺度越大，整个球面上的波峰和波谷就越少，而起伏的距离则越长。完整的微波背景辐射可以视为不同尺度成分的叠加，这一点和一维的傅里叶分解十分相似。不同的尺度成分具有不同的物理意义，大致来说，大尺度结构和宇宙早期、极早期的问题密切相关。WMAP 在大尺度方面存在的问题主要包括两方面：大尺度功率谱数值远远低于宇宙学理论的预期和大尺度各向异性之间存在异常的趋同取向。以前者来说，宇宙学理论给出的四极矩成分在 $1000 \mu\text{K}^2$ 左右 (K 为开氏温度， $1 \mu\text{K}=10^{-6}\text{K}$)，而实测值仅有约 $100 \mu\text{K}^2$ ，

相差近 10 倍，相当于人们本以为海面会波涛汹涌，但它实际上却风平浪静，人们自然要质疑到底是什么东西压制住了宇宙的波涛；后者则说的是几个大尺度成分在空间取向上十分贴近，但实际上不同尺度的结构本应是随机的，没有任何理论告诉我们它们应该如此默契：这是违背宇宙学基本原理的。

假如 WMAP 的测量真的出了问题的话，那后果将是严重的。人们好不容易通过 WMAP 的结果建立起精确宇宙学的基石，但旋即发现这块基石并不牢固，那么后面的高楼大厦又将如何搭建呢？但问题的出现从来都伴随着机遇。越大尺度的结构对应于宇宙越早期的性质。理论和实验的差异恰好出现在最大的尺度上，这是耐人寻味的。如果这一差异不能归结于实验问题或偶然因素，那就意味着宇宙学理论在宇宙极早期这一块需要明显的修改。而宇宙极早期正是各种极端物理条件的舞台，也是人类了解甚少的领域。在这里出现问题，给人感觉更像是机遇多于挑战。

当理论和实验出现冲突时，要么理论需要突破，要么实验需要修正，要么一切纯属偶然。虽然 WMAP 的结果受到重要的质疑，但在很长一段时间里这些质疑仍多被搁置。这一方面因为 WMAP 的确取得了多方面的巨大成功，使得人们更愿意相信它是正确的；另一方面是因为无论理论方面还是实验方面都还没有令人满意的突破，我们或者需要有趣的新理论来自然地解释超低的大尺度功率谱，或者需要清晰的证据表明实验的确存在问题。如果两者都欠缺，那么虽然可能性很小，但暂时来说，多数人还是情愿相信理论和实验的冲突不过是偶然而已。这也正是 WMAP 组的态度：他们倾向于和稀泥，认为二者都没有什么问题。如果事实真是如此，那么一切看上去将简单而美好。

但事与愿违，我们在工作中连续发现 WMAP 结果中的可疑之处：我们在前面提到过 WMAP 有两套天线系统，它们之间的夹角为 141 度。很明显这是一个人为设定的数值，而微波背景辐射温度图应当是“纯天然”的，所以我们不应该在温度图上看到人为的“141 度”的痕迹。但我们却发现 WMAP 给出的各向异性温度天图上相距 141 度的两端点存在明显的温度反关联：当一端温度很高时，141 度处的另一端温度就会明显地偏低，这是奇怪的，但还有一种可能性是这种反关联并不罕见：假如在

90, 100, 110 度等各种不同角距离下我们都能在温度图上看到差不多强的反相关的话，那么在 141 度处看到的反关联也就显得不足怪了。为了检查这一点，我们取一系列假定的“夹角”，于是对天图上的每个点我们都可以得到相应角距离的一个环。接下来我们计算中心点和对应环上平均温度的相关性，并以相关系数为纵坐标，人为假定的角度为横坐标画出一幅图（图 3），就会发现，恰好在 141 度，也就是 WMAP 两天线的真实夹角附近，二者的反相关达到最强，这就的确令人怀疑了。

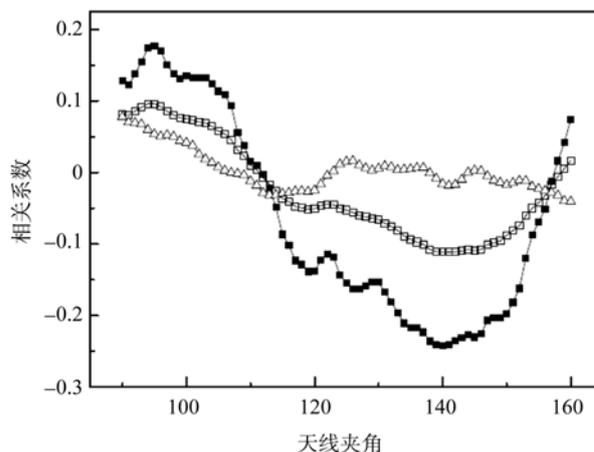


图 3 高温点和距其 x 度(横轴)的环上的点的平均温度的相关。可以明显看到在 141 度附近负相关达到最强。实心方块：针对高温点做计算；空心方块：对所有点计算；空心三角：仅对非高温点计算。可以看到，该效应对高温点来说是最明显的

另一方面，我们还发现 WMAP 发布的微波各向异性温度图中的温度和观测次数间存在明显的相关。这是奇怪的：在一般的物理实验中，随着观测次数的增加，实测值会越来越接近真实值，但始终是在真实值附近上下浮动，而不会和观测次数出现相关。既然出现相关，那么最大可能意味着实验出了某些问题。

这两个可疑之处的共同特点是与宇宙学理论没什么关系。无论 141 度夹角还是同观测次数的相关都只能归纳到实验方面。所以它们比前面提到的那些冲突要简单不少：要么这纯属偶然，要么就意味着实验出了毛病。由于纯属偶然的概率明显非常低，而且问题的存在并非个别特例，我们倾向于认为实验出了某些问题。

海底捞针——艰难的检验

但是要检验这些问题是不容易的。问题出现于 WMAP 发布的终端结果中，那么寻找问题的源头就

必须向上回溯到其原始数据上。WMAP 有数百吉的原始数据，而且还在以每年近百吉的速度递增（目前 WMAP 卫星已经结束工作，但最后一批数据尚未发布），如此大量的数据是难于处理的。而更大的麻烦在于：从原始数据到温度图的转换是一个非常精细的过程，包含许多道处理步骤，而任何一道步骤都有可能导导致结果发生改变。所以即使我们去尝试重复这些步骤，要准确地搞清问题究竟出在哪也如海底捞针般困难。一个办法就是先从原始数据出发，做出和 WMAP 组一致的结果，然后再逐一排查数据处理流程的各个方面，以准确地找出真正的问题所在。这个办法比较笨，但在这里却是我们唯一的选择。其行得通的前提是我们真的能先做到和 WMAP 一致，而这显然不是一件简单的事。

工作的整个过程是冗长无聊的。唯一的波澜是时不时发现一点 WMAP 数据处理过程中的“小毛病”。但这些小惊喜几乎无一例外地被我们迅速证明为自己的错误。这种情况一再重复，除了反复证明 WMAP 组在数据处理上的确做得非常优秀之外，唯一的作用就是一再打击我们的信心。但一个曲折的转机终于还是来临了。它开始得和往常一样：我们发现可以从原始数据出发得到大尺度功率谱比 WMAP 高得多的微波背景辐射温度图，这将和宇宙学理论符合得更好，所以显然会很受欢迎。但不出意料之外，没过两天我们就发现我们又错了。与往常不同的是，在改正这个错误后，我们居然得到了比 WMAP 更低，几乎为 0 的四极矩大尺度功率谱。我们以为我们一定又错了，但这回的发现比我们想的要长寿得多——越来越多的证据表明这次我们可能是对的。

WMAP 原始数据处理简介

在进一步深入之前，我们不得不先简单介绍一下 WMAP 的原始数据处理。WMAP 卫星以两套天线系统记录两个方向微波背景辐射的黑体温度之差。这个过程可以用一个矩阵来描述： $D=AT$ ，其中 T 是一个 1 列， N_{pix} 行的矩阵， N_{pix} 为全天被划分成的像素数目，一般在百万量级； A 是一个 N_{pix} 列， N_{obs} 行的扫描矩阵， N_{obs} 为总的观测次数，一般在十亿量级以上。 A, T 做矩阵乘法的结果是一个 1 列， N_{obs} 行的矩阵，即 D 。简单来说， $D=AT$ 的每一行就是 $D_j=T_j^A-T_j^B$ ，每个 D_j 就代表一个原始数据， T 为信号的等效黑体温度，而 A 和 B 则分别代表两套天

线系统。

把原始数据的记录过程写成矩阵形式是为了方便讨论制图，即从原始数据得到温度图的过程。形式地讲，对 $D=AT$ 进行解方程就可以得到我们想要的温度图 T ，但 A 不是方阵，无法求解。不过我们可以在两边同时乘上 A 的转置矩阵来得到一个方阵： $(A^T A) T = A^T D$ ，其中 $(A^T A)$ 就是一个方阵。一旦有了方阵，我们便能形式地得到一个解： $T = (A^T A)^{-1} A^T D$ 。这看上去很美好，但却是行不通的，因为容易证明 $(A^T A)$ 是一个奇异矩阵，其逆矩阵不存在。实际上，即使 $(A^T A)$ 的逆矩阵存在，我们也不太可能去对一个数百万行的方阵求逆。不过这个问题早已得到解决：人们已经证明，如下 $N_{\text{pix}} \times N_{\text{pix}}$ 的方阵 N^{-1} 非常接近 $(A^T A)$ 的逆矩阵：

$$N^{-1} = \begin{pmatrix} 1/N_1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1/N_2 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

(N_1, N_2 等代表编号为 1, 2, ... 的点的对应观测次数)。这听起来有些矛盾： $(A^T A)$ 不是没有逆矩阵吗？实际上它的意思是说， N^{-1} 乘上 $(A^T A)$ 的结果虽然不是严格的单位矩阵，但也很接近了。

有了一个近似的“逆矩阵”，我们就可以在这个基础上应用一套迭代方法来完善制图过程：首先我们取一幅全天为 0 的温度图作为初始假设，然后根据 $D_j=T_j^A-T_j^B$ 用每个观测值 D_j 计算出两个新的温度值，如此重复完所有观测，此时全天每点都有了若干个新温度估算值（到这里我们实际上等于是完成了 $A^T D$ ，感兴趣的读者可以尝试证明这一点），接下来取每个点的所有温度估算值的平均为该点的新一轮初始假设（这就相当于乘上了 N^{-1} ）。如此重复迭代 50~80 轮，得到的温度图就将很好地收敛。当然，这一点是难以严格证明的，但通过模拟我们可以证明该方法有足够好的表现。无论是 WMAP 组还是我们在这方面都做了相关验证。这堪称用不完美的办法来比较完善地解决问题的范例。

打个比方，以上的制图过程是将原料变成产品，但在此之前还需要对原料进行预处理。在 WMAP 数据处理中，这意味着需要预先从原始数据中剔除掉不需要的成分，主要是多普勒偶极信号。卫星系统会和太阳系一起以每秒约 300 千米的速度在宇宙中飞行，从而导致迎面而来的微波背景辐射信号看上去温度略高，而自后方追来的微波背景辐射信号

看上去温度略低。这就构成了一个额外的偶极信号，称为多普勒偶极信号。只要知道了卫星在宇宙中的飞行速度和天线指向，我们就能计算出该信号在每一次观测中的大小：

$$d = \frac{T_0}{c} \mathbf{V} \cdot (\mathbf{n}_A - \mathbf{n}_B)。$$

其中 T_0 为微波背景辐射的平均黑体温度，约等于 2.73 K， c 为光速， \mathbf{V} 为卫星的飞行速度， \mathbf{n}_A 和 \mathbf{n}_B 是卫星天线的单位方向矢量。至此我们已经粗略地了解了原始数据处理的梗概：先从原始数据中扣除偶极信号，然后通过迭代制得全天温度图。

问题的发现，乱象和脉络的建立

在得到和 WMAP 不同，几乎为零的四极矩大尺度功率谱后，我们花了很多时间来寻找差异出现的原因。大量的努力最后取得了成功：在美国卡耐基梅隆大学弗里曼 (Freeman) 教授的帮助下，我们最终发现，导致我们结果和 WMAP 出现差异的主要原因出在天线指向确定上。当我们把程序中的天线指向模块调整到和 WMAP 一致后，我们就可以得到和他们十分一致的结果，而当我们把天线指向模块改回原状时，四极矩大尺度功率谱立刻消失。如前所述，这确切地表明天线指向正是问题的症结。

天线指向看上去是一个很单纯的问题，应该很容易确定孰是孰非。实际上 WMAP 组在了解到我们的发现后就迅速做了一个测试，并根据测试结果认为我们错了。但在进一步研究后，我们发现事情没有这么简单。天线指向问题是卫星系统最基本的问题之一，它不光有多种来源，而且将贯穿观测和数据处理的所有方面。例如，在制图过程中我们需要知道每次观测对应的天球位置，而这就直接取决于天线指向；我们前面给出了从原始数据中排除多普勒偶极信号的计算公式，从公式来看，多普勒偶极信号同样决定于天线指向；甚至在对数据做最初的系统校准时也会多次涉及天线指向的问题，而校准过程这又会直接影响到校准好的原始数据，从而带来一系列连锁反应。总而言之，与天线指向相关的种种复杂效应使得我们面前出现了一片乱象。在理清脉络之前轻言结论，将很容易失之偏颇。

为了梳理清楚问题的脉络，我们选择了一条简单的逻辑线：如果存在天线指向误差，它必定有相应的诱因，且产生一系列后果，如下所示：

多重诱因 → 天线指向误差 → 多重后果

首先我们需要尽可能多地找出天线指向方面的问题，然后逐一分清其究竟属于诱因还是后果，最后，由于任何诱因都将导致同样的天线指向误差并相应产生各种后果，每个诱因和每个后果实际上都可以组合起来构成一种独立的系统误差效应。通过不同的验证手段，某些组合可以被排除，某些组合可能得到支持，从而让我们能够清晰地看到每一项验证工作的实际效果和有效范围。

我们先后总结或发现了三种将导致天线指向出现误差的诱因和四种后果。三种诱因依次是：天线安装和定位误差、卫星计时误差、天线旁瓣响应的不确定性。四种后果依次是校准过程中对多普勒偶极信号的影响、校准过程中对制图的影响、校准后对多普勒信号的影响、校准后对制图的影响。易见，诱因和后果的组合一共有十二种，简单起见，下面用数字来表示不同的组合，例如，1×1 代表诱因 1 和后果 1 的组合。

支持和反对的证据

前面提到过 WMAP 组在了解到我们的发现后迅速做了一个测试，并认为我们是错的。这个测试是把温度图上的点源位置同其他实验对比，结果表明 WMAP 结果中的点源位置同别的实验符合得更好一些。他们据此认为我们是错误的。这个测试本身没什么问题，但实际上点源位置仅取决于 $(1, 2) \times 4$ 的组合，所以这样一个证据并不能完全排除天线指向问题的存在。后来另一位科学家 Roukema 利用图像锐利度作了类似的检测，也得到了支持 WMAP 的结论，但他的测试同样只能排除 $(1, 2) \times 4$ 的两个组合。

接下来，我们在 WMAP 的原始数据的时间记录中有所发现：他们的卫星姿态和科学数据的时间记录之间存在 25.6 ms 的时间差，由于 WMAP 卫星在不停地自转，要确定天线指向就必须把时间记录得非常准确。时间差的存在将导致天线指向出现相应的误差，且这个误差正好可以支持我们的结果。也就是说， $2 \times (1, 2, 3, 4)$ 的组合效应都有可能实际存在。

接下来罗克曼 (Roukema) 通过检查温度图上的温度扰动性质，得到了有利于我们的结论，这一性质受 $(1, 2, 3) \times (1, 2, 3)$ 的组合的影响，换句话说，这 9 种组合中至少应该有一种是实际存在的。值得注意的是，正如刚才我们提到的，此前得

到了有利于 WMAP 组的证据的也正是罗克曼本人，这种公正的态度使得他的结果更具价值。在这个结果出现后不久，我们通过 TOD 盲拟合的方法也得到了与他相同的结论。

支持我们结果的最重要的证据来自四极矩大尺度结构方面。如果我们回顾多普勒偶极信号的计算公式，我们会发现它虽受天线指向误差的影响，但却与微波背景辐射信号完全无关。所以我们可以无视微波背景辐射信号，而是根据多普勒偶极信号的可能误差直接推算最终结果的相应误差。结果如图 4 (a) 这样推算出来的系统误差显然和微波背景辐射没有任何关联，但令人难以置信的是，它居然和 WMAP 组发布的微波背景辐射四极矩大尺度结构成分从幅度到空间结构都高度一致。相当于说我们不需要观测就可以知道微波背景辐射的大尺度结构，这无疑是荒谬的。这一结果已经被包括 WMAP 在内的至少 3 个实验组独立地重复了出来。对此最合理的解释就是这个所谓的“四极矩大尺度结构”实际上就是纯粹的系统误差。

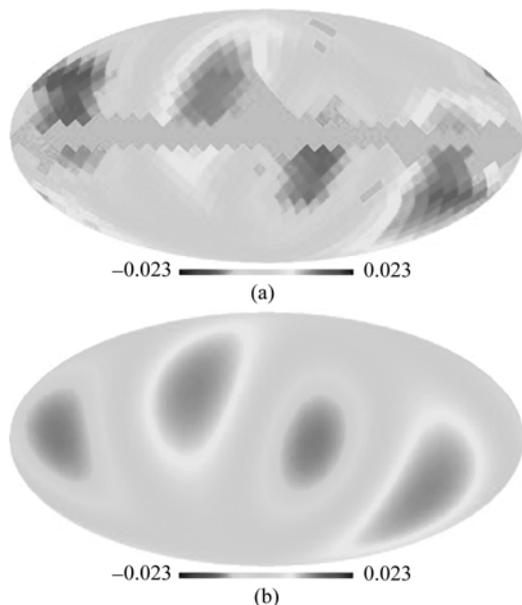


图 4 不使用微波背景辐射信号，直接推算得到的最终天图上的误差 (a) 和 WMAP 发布的微波背景辐射四极矩 (b) 的对比。

可以看到它们几乎完全一致

至此我们已经有了不少各种证据，或支持我们，或反对我们。总体来说，在已知的 12 种可能生效的组合里，两种被否定(1, 2×4)，一种尚不确定(3×4)，剩下 9 种 (1, 2, 3) × (1, 2, 3) 至少应当有一种是实际存在的。这虽然尚不足以完全肯定我们的工

作，但已经足够让我们对 WMAP 提出严肃的质疑。

仅仅是 WMAP 吗？

WMAP 的前辈 COBE 卫星由于先天设计的不足，未能提供足够好的微波背景辐射各向异性测量结果，可以暂时不论。但下一代的微波背景辐射探测卫星 Planck 已经发射升空。Planck 将有明显高于 WMAP 的测量精度和分辨率，这使得人们对 Planck 的结果充满期待。特别是多数人都相信，由于 Planck 和 WMAP 有显著不同的设计和探测方式，它们将不会有相同的系统误差。换句话说，它将不会犯 WMAP 犯过的错误。可事实真是如此吗？

我们已经提过，导致天线指向出现误差的因素包括旁瓣响应的不确定性。所谓旁瓣响应指的是无线电天线不仅对视线方向的信号有很强的响应，还对很大一个立体角范围内的信号有相对较弱的响应。这种响应是很难被准确测量的。以 WMAP 为例，在地面测得的旁瓣响应和空间测得的旁瓣响应竟有平均 60% 的差异，而这还未计入响应的上下起伏。他们不得不取二者的平均值，从而认为不确定度大概是 30%。但这显然是非常粗糙和偏低的估计。我们已经证明旁瓣响应的不确定性会在数据处理过程中造成一个等效的天线指向误差，且只需要 7% 的不确定度就足以产生同 WMAP 声称的四极矩相当的伪信号。就更不用说 30% 了。

更加有意义的是，旁瓣响应的不确定性是所有无线电天线的通病。至少在现有技术水平下是很难避免的。我们模拟了 Planck 卫星的扫描模式，并成功证明它的旁瓣响应不确定性也能够产生同 WMAP 非常类似的伪信号。这打破了人们对新卫星的过度信心，但同时也对新卫星是有益的，因为它还没有发布任何微波背景辐射数据，还有足够的时间来仔细检查一切。

尾声：妨碍还是帮助？

在我们一直以来的工作中，我们也曾自问：我们是否在哗众取宠，故意找一些与众不同的东西来吸引眼球？我们是否在妨碍 WMAP 甚至是 Planck 项目的进展？反思的结果是：否！只要我们一如既往地保持坦诚公开的科研态度，那么无论最终结果如何，我们的工作都必将是有意义的。因为如果我们被证明是错的，那么将能从反面印证这些实验的严谨与正确。如果我们被证明是正确的，那我们实际上是帮助这些实验找到了不足之处，在改进之后它

静电场中电场力做功

与路径无关推导方法的商榷

刘景世



1. 问题的提出

现行大学物理教材（吴百诗，《大学物理基础》；张三慧，《大学物理基础学》，以下均简称教材）在证明“静电场中电场力做功与路径无关”的结论时，思路是从库仑定律和叠加原理出发来证明电场力做功与路径无关，即先证明点电荷产生的电场中电场力对试验电荷做功（以下简称电场力做功）与路径无关，然后再证明任意带电体产生的电场中电场力做功与路径无关。在证明任意带电体产生的电场中电场力做功与路径无关时，教材认为任意带电体可分割为无数多个电荷元，每个电荷元可看成点电荷，根据叠加原理和点电荷产生的电场中电场力做功与路径无关的结论，任意带电体产生的电场中电场力做功与路径无关。这种推导方法的言下之意是，每个电荷元产生的场强 $d\mathbf{E}$ 均可表达为 $\frac{1}{r^2}$ 的函数，而点电荷的电场中电场力做功与路径无关的结论通过简单的数学推导可以证明，因此，任意带电体的电场亦有此结论。

笔者在大学物理教学中体会到这种推导方法是不全面的，在逻辑上不够严密，既难以使人信服，又可能在教学中对学生造成误导。

们必将更加成功。

我们认为，一个重大的科学项目不仅需要被尊重，更需要被质疑。质疑之声才是让科学研究保持健康的良药。而这一切的基础则是公开和坦诚。我们一直以来保持着和国际同行的交流和联系，并及时公开自己的数据处理源程序和结果以接受一切必要的检验。坦诚的态度既带来了严格的质问，也换来了公正的支持，我们相信所有这些对真正的科学进步都是非常有益的。

（中国科学院高能物理所 100049）

23 卷第 5 期 (总 137 期)

2. 问题的分析

点电荷产生的电场中“电场力做功与路径无关”的结论是根据点电荷 q 在真空中任意一点产生的电场强度的数学表达式是 $\mathbf{E} = \frac{q\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ ，电场力做功

$$A_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \quad (\text{与路径无关})$$

得出来的。然而任意带电体虽可分割成无数多个电荷元，每个电荷元可以看作点电荷，但任意带电体的电场中电场力做功的表达式

$$\begin{aligned} A_{ab} &= \int_{r_a}^{r_b} q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_{r_a}^{r_b} q_0 \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} + \int_{r_a}^{r_b} q_0 \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l} + \dots + \int_{r_a}^{r_b} q_0 \mathbf{E}_n \cdot d\mathbf{l} \end{aligned}$$

中可能有无穷多项，虽然每一项都有确定的数值，但其和并不一定就有确定的数值（这就像高等数学中发散数列的每一项都有确定的数值，但其和并没有确定的数值一样），若无确定的数值，直接说电场力做功与路径无关也就有些牵强了。另外教材的做法有可能使学生误以为电荷元的场强 $d\mathbf{E}$ 能表达为 $\frac{1}{r^2}$ 的函数，而任意带电体可以分割成无数多个电荷元，每个电荷元可以看作点电荷，那么叠加后的总场强

作者简介

刘浩，男，1980 年生，2003 年本科毕业于中国科技大学，2008 年于中国科学院高能物理研究所获博士学位，现为副研究员。长期从事 WMAP 卫星数据处理研究，在该方面的工作具有一定国际知名度和影响。

