

中学物理中的时间对称性

姜水根

时间在动力学中不过是作为一个“几何参数”出现，达朗贝尔早已注意到这个特点。拉格朗日走得远，他甚至把动力学叫作“四维几何”，这比爱因斯坦和闵可夫斯基的工作早了一百多年。按照这种观点，将来和过去起着同样的作用。组成我们宇宙的原子或粒子所沿着运动的“世界线”，也就是它们的轨道，既可以延伸到将来，也可以追踪到过去。

这种时间对称性的世界观，虽然在涉及热力学第二定律，即熵增加的问题中是不适用的，但在处理某些高中力学问题时是成立的，这表现在这些方程

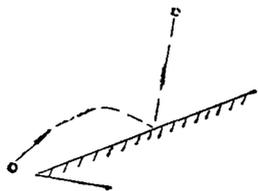


图 1

对于时间反演 $t \rightarrow -t$ 是不变的。如果我们对不涉及热力学第二定律的经典力学的物体运动拍摄电影，例如如图 1，小球从高处无摩擦阻力落下，与斜面发生弹性碰撞后又作抛体运动，电影拍成后，我们可以把电影倒过来放映，整个运动过程便反过来：作抛体运动的物体向斜面运动，与斜面发生弹性碰撞后又竖直上升（如图 2），我们在看电影时是无法鉴别电影是正放映还是倒放映的，因为牛顿定律（包括与牛顿定律相符合的动量守恒定律、机械能守恒定律）在正和倒两种不同的方法放映的影片中都是成立的。这就启示我们：在处理力学问题时，既可以正向分析，也可以

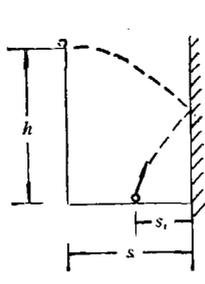


图 2

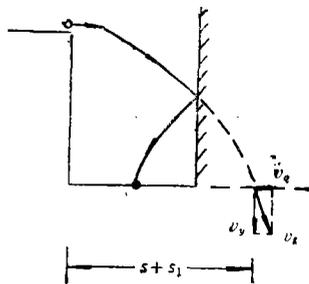


图 3

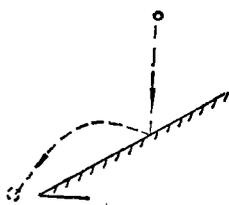


图 4

逆向分析，我们称之为力学反演规律。

例 1. 一个物体作竖直上抛运动，2 秒末的速度为向上 5 米/秒，求物体在这 2 秒内的位移。

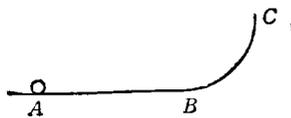


图 5

这道题通常是按上抛运动规律先求出初速度，再求出位移。但是，如果根据反演规律，可把运动过程倒过来；物体作初速为 5 米/秒的竖直下抛运动，则

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 30 \text{ 米.}$$

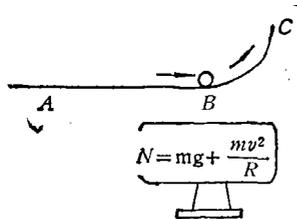


图 6

例 2. 如图 3 所示，在一堵光滑竖直墙前离墙 s_1 的地面上有一个弹性小球，问：小球应以怎样的速度从地面抛出，才能使它与墙碰撞弹开后能正好以水平速度登上平台而不发生跳跃？（已知平台离墙距离为 s ，高为 h 。）

这是一个比较复杂的斜抛运动的问题，但是根据反演规律，整个运动过程是一个平抛运动，运用镜像法，其运动轨迹如图 4。

$$\text{由 } h = \frac{1}{2} g t^2, \text{ 得 } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \text{ 则}$$

$$v_x = \frac{s + s_1}{t} = (s + s_1) \sqrt{\frac{g}{2h}},$$

$$v_y = g t = \sqrt{2gh},$$

$$\text{则: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{(s + s_1)^2 g}{2h} + 2gh},$$

$$\text{tg } \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{2h}{s_1 + s_2}.$$

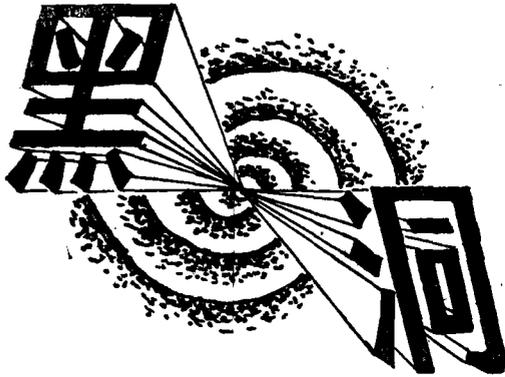
即，小球应以与水平方向成 $\text{arc tg } \frac{2h}{s + s_1}$ 的方向，大小

为 $\sqrt{\frac{(s + s_1)^2 g}{2h} + 2gh}$ 的初速抛出，经与墙弹性碰撞

后恰能水平登上平台而不发生跳跃。

力学反演规律不仅可用于解题，而且还可以用于分析论述。

例 3. 如图 5 所示，光滑的竖直轨道 ABC 由水平直轨道及半径为 R 的竖直圆弧轨道组成，B 为切点，一个质量为 m 的小球从直线轨道滑向圆弧轨道，求小球在轨道切点 B 处的加速度和对轨道的压力。



自从宇宙原初火球发生大爆炸以来,两百亿年过去了,宇宙间的万事万物,都在不停地发生着变化。而唯一不变的,就是时空的拓扑结构。在我们的时空拓扑的框架之内,大质量星体演化的最终产物之一,就是黑洞的形成。现代广义相对论理论预言,黑洞将大量地存在于我们的宇宙之中。所以,我们说黑洞不仅是天体物理学家的研究对象,而且是一些科幻小说家的热门话题。

什么是黑洞?通俗地说,任何物质,包括光都逃不出去的时空区域就称为黑洞。黑洞并非指某一星体,而是指某一时空区域。当然,在黑洞内部,一般存在着星体。黑洞的引力场是如此之强,以致于任何靠近它的粒子包括光都将被它俘获,并且再也不能逃逸出去,就象物体落进一个“无底深渊”一样。由于在这一时空区域视界内的任何信号都不能到达视界外部的观察者,所以人们把它称为“黑洞”。

经典力学中的黑洞,或称牛顿黑洞,最早是由迈克尔和拉普拉斯提出来的。设质量为 m 的粒子绕质量为 M 的星体作半径为 R 的圆运动。粒子的能量为:

$$E_R = \frac{1}{2}mv^2 - GMm/R \quad \text{式中 } G \text{ 为引力恒量。粒子}$$

许多同学看出了小球在 B 点两侧的分别运动时的加速度和力是连续变化的,而在切点 B 处是不连续的。但是,他们对小球在 B 处的加速度与力的取值却模糊不清。比如,某甲认为“必须用切点之后的曲线的曲率半径来计算”,而某乙认为应该根据小球到切点 B 的“前一段时间”进行计算,实际上这两种观点都是错误的,我们研究的是小球在直线与圆弧相切的轨道上运动(注意:这种只有一个相切点的轨道是理想化的模型),小球的速度是连续的,其加速度即速度的导函数在切点 B 是不连续的。这就是说,从加速度的变化规律来看,它在 B 点的左极限不等于右极限,则它在该点的极限不存在!既不是如某甲说的根据该点后计算,也不是如某乙说的根据该点之前计算。

m 要想逃出 M 的引力范围,就需要一定的逃逸速度。在无限远处, M 的引力消失,粒子的动、势能均为 0,即: $E_\infty = 0$ 。因引力是保守力,故 $E_R = E_\infty = 0$, 即有

$$\frac{1}{2}mv^2 - GMm/R = 0, \text{ 由此得到:}$$

$$v_{\text{逃}} = \sqrt{2GM/R}$$

设星体质量 M 很大,以致 $\sqrt{2GM/R} \geq c$ 。其中 c 为真空中的光速。如果我们承认光速 c 是一切粒子运动速度的上限,那么,在 $R \leq 2GM/c^2$ 的范围内,任何粒子,包括光都不能逃逸出去。这个范围就是黑洞。它只吸收一切信号而不能发射任何信号。

现代广义相对论中的黑洞,主要是基于爱因斯坦场方程的解。给出一个坐标条件,就可以从爱因斯坦场方程得到一个宇宙解。这些解中满足黑洞定义的,就称为黑洞。其中最著名的,有与静态球对称真空解所对应的史瓦西黑洞以及有自转的克尔黑洞等。

理论证明,大质量星体在自引力作用下,将塌缩为一个质量密度无限大的“点”($r = 0$),称为“本性奇点”。而在史瓦西半径 $r_s = 2GM/c^2$ 处,存在“坐标奇点”。对于半径为 r 的球面,一切粒子无径向速度,故在该球面内的任何物质包括光都不能逃出这个范围。因此, $r \leq r_s$ 的时空区域就是黑洞, $r = r_s$ 的球面称为黑洞的视界。

由此可见,黑洞是这样一种奇异的时空区域,它的全部质量集中在“本性奇点”附近,并且在 $r = r_s$ 处有一闭合的视界把它包围住。宇宙监督原理指出:时空中无裸露的奇点,时空奇点一定藏在黑洞内部。因而远处观察者不能“观察”到奇点。就象宇宙中有一个警察,他监督所有的时空奇点都必须穿上“衣服”(黑洞),以维持宇宙“文明”的秩序。

(吴锋)

我们还可以用反演规律来证明甲的错误,比如根据甲的观点,小球从 A 向 C 运动经过 B 处时对轨道压力是根据 B 以后来计算的。据此我们现在做一个理想实验,让小球从 A 运动到 C ,并有一个测力显示器显示任何时刻轨道的压力,把此过程拍摄成电影,那末从电影上可看到小球从 A 向 C 运动经过 B 时,测力显示器示数为 $mg + \frac{mv^2}{R}$ (如图 6),再根据力学反演规律,把刚才拍成的电影片倒过来放映,可见小球从 C 运动到 A 经过 B 时,显示器的示数仍为 $mg + \frac{mv^2}{R}$,这就与甲自己的观点矛盾,可见甲的观点是错误的。用同样的方法可证得,乙的观点也是错误的。