

原子核与混沌问题

·吴锡真·

·卓益忠·

引言

四十年前,在讨论量子论的物理解释时,爱因斯坦在给马克斯玻恩的信中说:“上帝不掷骰子”,表明他反对量子理论的几率解释,主张寻找经典力学的更直接的对应物.这种对应物应是确定性理论,没有任何几率不确定性.现在问题清楚了,量子论的几率解释已得到普遍承认.与此同时,对经典力学体系中的混沌现象进行了愈来愈多的研究,然而与此相应的量子混沌问题却研究的很少.量子混沌和经典混沌是否有和量子力量与经典力量相似的关系呢?这是当今人们极感兴趣的问题.混沌现象是出现在确定论系统中的一种随机行为,近年来引起人们极大的关注.为了研究量子混沌,人们已经设计了一些模型,其中有名的一个称为 Sinai 台球模型.原子核是一个有几十到几百个核子的真实量子体系,它比固体粒子数少而比某些微观体系粒子数多,正好承上启下,并且在核中的平均场、集体运动、直接相互作用等明显表现规则运动,而统计谱、复合核反应、重离子深度非弹显示了混沌行为,因此用原子核作为客体来研究量子混沌将可能是一个极好的选择.

束缚态中的量子混沌

为了研究原子核中的混沌问题,让我们先来看上面提到的称为 Sinai 台球的例子(见图 1).这个问题的经典图象是让一个质点限制在正方形边与放在中心的圆盘外缘之间作完全弹性反射运动.很容易看到初始相邻的一束轨道经过几次反射之后完全散开,散布在整个组态空间.在经典上这叫作完全混沌.那末相应的量子情况如何呢?我们通过解具有相应边界条件(即在正方形边和圆盘边上波函数为 0)的自由粒子的薛定谔方程.从计算出的能级得到相邻能级间距分布和 $\bar{\lambda}$ 分布,令人吃惊的是这些分布与 GOE (高斯正交系统)产生的分布完全相同,详见图 2 和图 3.

GOE 是 E. Wigner 在 1958 年提出的无规矩阵模型的一种表示,本来只是一个数学模型,后来由于核共振数据的精确化与系统化,使得有可能从分析大量实验数据来观察它的物理意义.鉴于实验得到的相邻能级间距分布与 GOE 结果完全一致,以及许多在经典上完全混沌的体系其相应的量子谱行为符合 GOE,使 GOE 成为至今大多数人都承认的恒量子体系混沌的标准.在前面我们讨论的台球模型,其能谱性质符合 GOE 结果,这是关于量子混沌的最简单的例子.现在

让我们举出两个真实的物理体系,一个是放在强磁场 B 中的氢原子.它的哈密顿量写成(以原子单位为单位)

$$H = \frac{1}{2} p^2 - \frac{1}{r} + \frac{\gamma}{2} L_z + \frac{\gamma}{8} \times (x^2 + y^2)$$

其中 L_z 是角动量的 z 分量, γ 表示约化磁场强度 B/B_c ($B_c = 2.35 \times 10^5 T$). 当 γ 为 0 和无穷时,相应于物理上两个重要情况即库仑和朗道(类振子)问题.

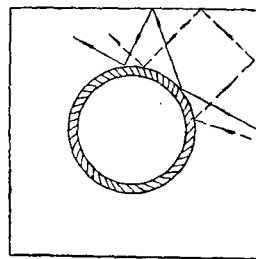


图 1 Sinai 台球的位和质点运动轨迹

如果在一定的 γ 值下求解哈密顿的本征值,发现本征值分布也符合 GOE 行为.再一个例子是研究重原子核在一定激发能 (8—10 MeV) 下的能级间距分布.通过分析综合和统一标度偶偶重原子核的中子飞行时间谱和质子共振谱,得到由 1726 个能级间距组成的“核数据集”.由此作能级间距分布图(图 4).其中直方线代表能级间距分布,实线代表 GOE 的预示.由图可见:能级间距分布是一个完好的 GOE 分布.鉴于核能级的涨落行为和 GOE 预示极好的符合,可以认为原子核能级是一个混沌系统,至少在几 MeV 激发能时它是好的混沌系统.

散射问题中的量子混沌

上面讨论了有关束缚态系统的混沌问题.混沌是按时间 $t \rightarrow \infty$ 状态来定义的.对于散射状态来说,当 $t \rightarrow \infty$ 时是自由状态,这时似乎只能是规则运动.因

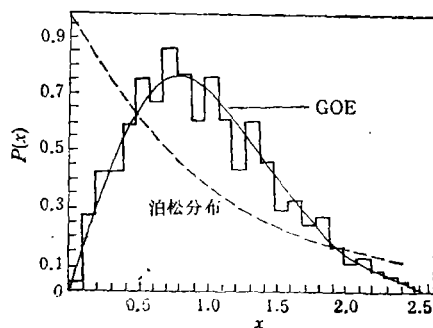


图 2 Sinai 台球模型中相邻能级间距分布直方图

此对于散射问题中的混沌必须重新进行研究。这里暂先从一个经典模型入手。考虑系统的哈密顿量

$$H = \frac{1}{2}(P_x^2 + P_y^2) + (x^2 - 3xy^2)e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$$

位能形式见图 5, 其中标“+”号的是峰, 标“-”号的是谷。研究在不同碰撞参数下, 位对粒子的散射角和粒子在位中的停留时间, 我们发现: 在某些碰撞参数下, 显示规则散射, 即粒子先沿直线运动, 然后受到位的相互作用, 改变运动路径, 经过有限时间, 粒子再重新沿直线趋向无穷。这种

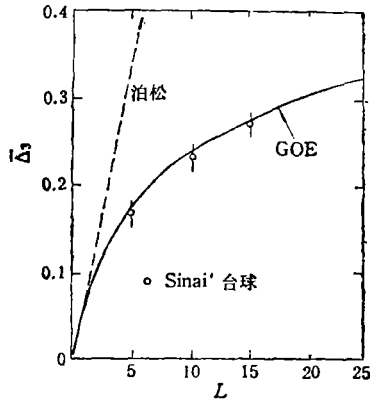


图 3 Sinai 台球模型 Δ_i 分布

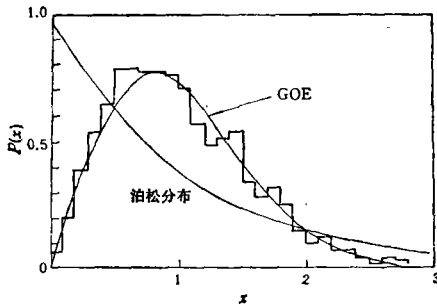


图 4 偶偶重核相邻能级间距分布直方图

规则散射的特征是散射与初始条件和碰撞参数有平滑的规则依赖关系。对另外一些碰撞参数, 入射粒子可在位阱区内反射多次, 然后才发射出来。在这种散射中, 散射角和粒子在位阱内停留时间随碰撞参数没有平滑关系, 而是涨落得非常厉害。这被看作为无规散射。因此, 对于散射问题也同样有规则散射与混沌运动两种运动形态。这是经典散射的例子。那末与此相应的量子行为是什么呢? 和束缚态情况不同, 在量子散射中的混沌问题刚开始研究。

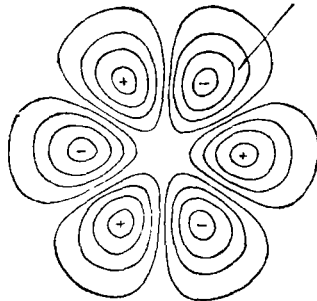


图 5

在这里通过一个例子来阐述一般情况。先写下系统哈密顿量

$$H(P, x, l, \theta) = \frac{1}{2}P^2 + \frac{1}{2}Rl^2 + V \cos \theta \sum_{m=0, \pm 1} \exp[-(x - m\xi)^2]$$

其中 p, x 是普通动量和坐标; l, θ 是角动量和角坐标, v, ξ 等为常数参数。这个哈密顿量表示了含有两个坐标自由度的不可几体系, 它沿 x 方向的运动是无限的。当 $|x| \rightarrow \infty$ 时, 体系哈密顿量仅取决于 p 和 l 。为了计算从 l 到 l' 的量子跃迁几率, 让我们先考虑相应的经典轨道: 即在 $t \rightarrow -\infty$ 时, $|x| \rightarrow \infty$, 此时令 $l_i = l, p$ 相应于初始能量, 对任一个初始角 θ_i 通过解经典运动方程, 可得 $t \rightarrow \infty$ 时, 末态 $l_f(\theta_i, l_i = 1)$ 即得到运动轨道。计算表明, 对某些初值 (θ_i, l_i) , $l_f(\theta_i, l_i)$ 涨落得很厉害, 轨道极不稳定, 显示了典型的经典不规则散射特征。为了研究上述哈密顿量的量子混沌行为, 我们以自由刚转子本征态为基矢展开相应的本征值问题并选择截断能级使包括所有的开放道。计算散射的 S 矩阵, 研究散射截面与能量的关系和截面的自关联函数等。我们发现: a) 相邻能级间距分布符合 GOE 预



图 6 规则集体运动

示; b) 在一定能量下, S 矩阵平方为泊松分布; c) 跃迁截面随能量变化呈 Ericson 涨落; d) 截面的自关联函数近似为劳伦兹型; 所有这些行为都与 GOE 的预示相一致。因而在散射问题中也揭示了量子混沌与 GOE 之间的关系。总之, 对在经典动力学上显示无规散射的体系, 其相应的量子描述必能给出与 GOE 一致的量子混沌行为。这种性质最先在核反应测量中观察到并首先被 Ericson 所解释。

核集体动力学微观理论

前面讨论了核谱与散射问题中的混沌现象。但人

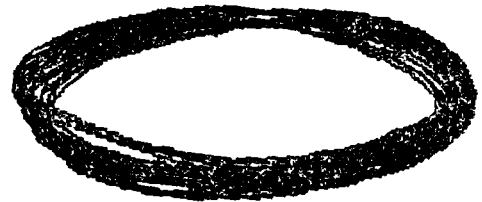


图 7 有耗散的集体运动

$F=mg$ 的联想和知识网

北京四中高三(2)物理小组

物理这门课的系统性是很强的,因而只要抓住这个体系的主线——物理概念和物理意义,并用它把一个个物理结论串起来,就能形成自己的知识链,再加以适当的联想、对比和拓宽,一个清晰的知识网就不难形成了。

例如:重力 $F = mg$,可以算是一个非常普通的概念了.它作为一种力,具有力的普遍特性:大小、方向、作用点;再考虑到它的特殊性,与其它性质的力相比较,它的产生、存在,效果有没有什么不同的地方?如果注意到 g 随海拔高度及纬度的变化,是否能够有什么解释呢?这时候,如果“勇于”打破章与章之间的界限,想到万有引力是产生重力的真正原因,就又会产生新的启示.将原来的公式拓展一下,由于

$$G \frac{M \cdot m}{R^2} = mg + m\omega^2 \cdot R$$

们更感兴趣的是从动力学角度来研究在什么情况下是规则运动与混沌以及它们之间的过渡.一般来说,由于壳结构存在,稳态核平均场运动是规则的.在核中混沌可能是由剩余相互作用引起的.由于不相容原理的存在,剩余相互作用随激发能升高而增强.因此核的运动在基态比在激发态要更为规则.在激发能为几 MeV 处的集体态和巨共振态存在实在的展布宽度,表明它已部分地失掉了它们的个性而掺杂了其它态的成分.同样的情况在转晕线上 1—2MeV 处的转动带也观察到.这都不同程度地说明混沌运动的存在.为了从核动力学角度研究规则运动与混沌以及它们之间的过渡,我们发展一个微观理论,以研究核的大振幅集体运动模式的出现、维持、形变、耗散与消失.我们的出发点是 TDHF (与时间有关的哈特里-福克) 运动方程.可以证明 TDHF 方程中的粒子空穴振幅变量可

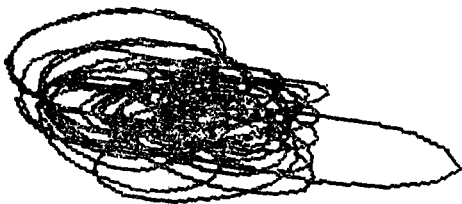


图 8 混沌运动

以变换或相应的正则变量,从而将 TDHF 方程变成等价的正则运动方程.这组正则运动方程一般是非线性的不可积的.它描述的运动轨迹称为 TDHF 轨

就有重力

$$F = mg = G \cdot \frac{Mm}{R^2} - m\omega^2 R$$

(皆为矢量式),即重力是作为物体所受万有引力中除去物体由于圆周运动需要提供的向心力,而在近地条件下,还可以有

$$mg = m \cdot \frac{G \cdot M}{R^2}$$

的近似.对重力产生了较清晰的认识,横向地比较一下,又会发现电荷在电场中所受库仑力

$$F = \frac{K \cdot Q_1 Q_2}{\epsilon \cdot r^2}$$

与重力有惊人的相似,是否可以认为重力也是一种场力呢?在电场中能量守恒,在重力场中的机械能守恒是否可以用统一的思想记忆呢?当然是可以的.那么由于重力场的引入,在物体重力变化时,浮力、压力等其它的性质的力又要怎样相应的变化?在重力场中运动的物体又具有什么特性呢?……这样,由一个概念出发,对许多问题都有了一定认识,如果对每一个概念都能有这样一番研究,引出丰富联想,收获该会有多大!

迹.从研究初始条件相似的一束 TDHF 轨迹随时间发展变化的情况可以看到轨迹的不同行为相应于物理上的不同情况:

1. 初始一束 TDHF 轨迹随时间很快散开,最后发展到整个相空间.这是典型的混沌情况.
2. 这束轨迹在一段时间内保持聚焦好的状态,表明可能存在沿平均轨迹的“大幅度集体运动”.
3. 部分轨迹散开,部分轨迹聚集相应存在有耗散的集体运动情况.

图 6、7、8 画出了计算得到的三种典型的运动情况:规则运动、有阻尼集体运动和混沌运动.

一般 TDHF 相空间的维数是很大的.为了找出人们感兴趣的集体运动,我们还需对正则变量空间再作变换,这样作的目的是从大相空间中分出一个不变子空间或近似不变子空间,其中只包括少数自由度.在这个子空间中相应的集体运动是规则的,而大空间剩余部分为非集体运动围绕相应集体运动的涨落.

通过相应的密度分布函数,借助与时间有关的投影算符方法,我们得到研究集体运动和非集体运动的耦合主方程.与现在流行的输运理论相比,我们的主方程是自洽的,无多余自由度,不需引入热浴等统计假设,可以微观地研究集体运动的耗散、混沌等,以及它们之间的过渡.

总之,原子核是量子多体系统,其中包括规则运动和混沌运动等运动形态.通过对原子核的研究来揭示量子混沌的规律性是可能的,现实的,而且这样作也可以更本质地认识原子核本身.