

孤立子简介



颜家壬

早在 1834 年 8 月, 26 岁的英国科学家、造船工程师约翰·斯各脱·罗素在勘探连接爱丁堡和格拉斯哥的运河河道中偶然发现了一种十分奇妙的自然现象。1844 年, 他在《英国科学促进会第 14 届会议报告》上发表了“论波动”一文, 对这一现象作了极为生动的描述: “1834 年秋, 我观察过一条船被两匹马拉着沿狭窄的运河迅速前进。突然, 船停了下来。然而被船所推动的一大团水却不停止, 它们积聚在船头周围激烈地扰动着, 然后水波中突然涌现出一个滚圆、光滑而又轮廓分明的巨大孤立波峰, 它快速地滚动而离开船头, 在前进中它的形状和速度并无明显的变化。我骑在马上紧随着进行观察, 它保持着长约 30 英尺、高约 1—1.5 英尺的原始形状, 以每小时八、九英里的高速滚滚向前, 当我跟踪 1—2 英里后, 其高度渐渐下降, 最后终于消失在蜿蜒的河道之中。”在罗素逝世后一百周年, 即 1982 年, 人们就在这条运河边树立了一座罗素纪念碑, 以纪念 148 年前他的不寻常的发现。

值得指出的是, 罗素当时就以优秀科技工作者所特有的锐利眼光注意到这决不是通常的水波, 因为它始终全部地位于水面之上。而通常的水波在前进时, 总是一半高于水面, 另一半低于水面。又因它具有圆润光滑的波形, 所以也决不是激波。他已经意识到了这是一种完全新型的水波, 并称它为大孤立波 (great solitary wave)。后来命名为移动的波 (wave of translation)。罗素集中了他后半生的精力, 从事孤波实验和理论研究。他模拟运河的条件制成狭长的水槽, 在适当的外界推动下果然成功地重现了他当年所发现的孤立波。他曾指责过数学家们未能从流体力学的基本规律预言出孤波的存在, 并且自己力图为孤波作出理论上的解释。但由于当时数学水平的限制, 这

一良好的愿望始终未能实现。直到 1882 年他去世时也未能使物理学家们信服他的论断。关于孤波存在与否就一直成为学术界广泛争论而又悬而未决的问题。

1895 年, 两名年青的荷兰学者柯特维格和德佛累斯在研究浅水中的小振幅长波运动时, 终于导出了著名的 KdV 方程:

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0 \quad (1)$$

式中 $u(x, t)$ 代表水面偏离静止位置的位移, 方程 (1) 具有如下特解

$$u(x, t) = 2a^2 \operatorname{sech}^2[a(x - 4a^2t)] \quad (2)$$

(2) 式的波形如图 1 所示, 与罗素当年所观察到的孤波形状一致, 至此孤波的存在才算得到了人们的公认。

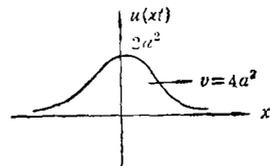


图 1

(2) 式中唯一的参数 a 由初始条件确定。它决定了孤波的高度 ($2a^2$)、宽度 ($1/a$)、和速度 ($4a^2$)。由此看来, 较高、较窄 (即波形较尖锐) 的孤波前进速度较快, 它必然会赶上和超过前面的较矮、较慢的孤波, 因此将不可避免地发生两孤波的重迭或“碰撞”。大家所关心的是这种“碰撞”的后果如何? 但当时人们仅仅知道线性波由于可以迭加, 故“碰撞” (即迭加) 过后就相互分离互不影响。而 KdV 方程是非线性的 ($6uu_x$ 为非线性项), 故孤波为非线性波, 而非线性波的重迭却不像线性波那样简单地意味着位移相加, 于是人们想当然地认为孤波在“碰撞” (即重迭) 后将不再保持其原有的形状和特性, 甚至可能被“碰”得四分五裂, 支离破碎。因而当时人们普遍认为, 孤波即使存在也将是不稳定的, 在物理上并无多大的应用价值。所以孤立波仍然受到人们的忽视和冷遇。

直到本世纪六十年代, 由于牵涉到等离子体中的波一类问题, 从而促进了求解非线性方程孤波解的各种数学方法相继问世, 才使人们对孤波之间的相互作用有了比较深入的了解, 认识到上述想当然的猜想看似合理实际上是错误的, 多数类型的孤波在碰撞后将继续保持其波形和速度不变, 仅仅有相移和位置发生微小的变化。孤立波在碰撞过程中也是稳定的, 由于和弹性粒子之间的碰撞过程十分相似, 人们就称这种具有粒子特性的孤立波为孤立子 (或孤子)。图 2 表示两个 KdV 孤子 ($a=1$ 和 $a=2$) 相互作用的过程。

孤子在碰撞过程中所表现出来的高度稳定性使人

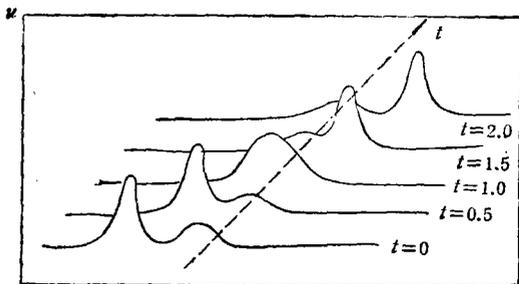


图 2

们对它刮目相看。于是，激起了人们对它的研究兴趣和热情。以致近廿多年来对它的研究得到飞速发展，在物理学的各个领域陆续发现了一系列非线性方程。（如 KdV 方程、非线性薛定谔方程、正弦戈登方程等）并求出了它们的孤子解。当然，不同类型的非线性方程其孤子解的波形与特性也是各不相同的。例如罗素所发现的 kdV 孤子是属于钟型的。此外还有涡旋型（反钟型）、扭结型（kink）、反扭结型（anti-kink）、包络型孤子（envelop soliton）等等。其外形如图 3 所示

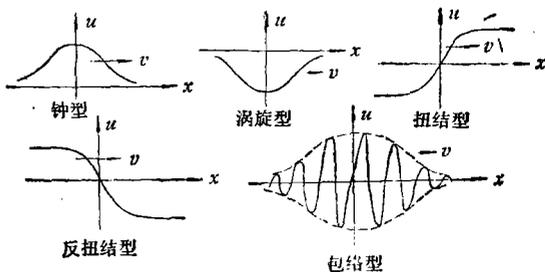


图 3

本文不打算介绍孤子的数学理论，但试图分析一下产生孤子的物理根源，即指出孤子是色散效应与非线性效应达到平衡的产物。这对我们理解孤子的本质也许是有帮助的。我们知道，具有行波解的最简单的波动方程是

$$u_t \pm u_x = 0 \quad (3)$$

它是既无色散也不含非线性项的线性波动方程。其通解为 $f(x \mp t)$ 。这是绝对稳定的行波，无论波形如何，在传播过程中都将永远保持形状不变，现以 KdV 方程为例，分别讨论色散项与非线性项对波形的影响。为此，我们在方程 (3) 中加入色散项 u_{xxx} ，得如下线性方程

$$u_t + u_x + u_{xxx} = 0 \quad (4)$$

它的解可以表为一系列平面波 $e^{i(kx - \omega t)}$ 的迭加。将平面波代入 (4)，就得到如下色散关系

$$\omega = k - k^3 \quad (5)$$

显然，相速 $c = \omega/k = 1 - k^2$ 是依赖于 k 的。也就是说，不同波长的平面波传播速度不同。这种现象称为

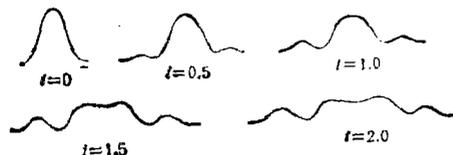


图 4

色散，色散使波包的形状发生变化。它使波包逐渐展平、变宽，能量逐渐弥散，最后导致波包的消失。因此波包是不稳定的，它随时间的变化如图 4 所示。

为考察非线性对波包的影响，在方程 (3) 中加入非线性项 uu_x ，得

$$u_t + (u + 1)u_x = 0 \quad (6)$$

如果 u_x 前的系数为常数 $(u_0 + 1)$ ，显然 (6) 具有稳定的行波解 $u = f[x - (u_0 + 1)t]$ 。令人十分感兴趣的是即使系数 $(u + 1)$ 为 x 和 t 的函数，方程 (6) 的“解”仍可表为

$$u = f[x - (u + 1)t] \quad (7)$$

只不过非线性波 (7) 的传播速度 $(u + 1)$ 依赖于 x ， t 罢了。显然，位移 $u(x, t)$ 愈大的点传播得愈快。这种传播速度的不一致必将导致波形的变化。为简单计，我们假定初始时刻 ($t = 0$) 的波形为一等腰三角形，则以后各时刻的波形变化如图 5 所示

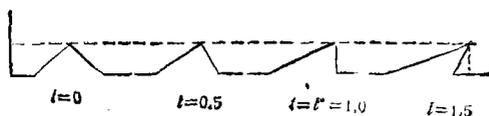


图 5

从图 5 看出，非线性效应使波形变得更加尖锐，且其前沿不断变陡。如果是表面水波，则当 $t = t^*$ (图 5) 时达到临界状态，当 $t > t^*$ 后波形开始破碎。我们在大海表面经常见到的白帽浪不断破碎的现象，就是由于这个原因。

由此看来，色散与非线性都是促使波形变化的原因，但两者的作用刚好相反。前者使波形展开，后者使波形变尖。只有当波包具有特定的形状和速度时，这两者才刚好达到平衡，我们才能获得稳定的波包，这就是孤立波。所以说孤立波是色散效应与非线性效应达到平衡时的产物。当然，达到完全的平衡这一要求是十分苛刻的，是很不容易实现的。这正是自然界中不容易观察到孤立波的原因。

如同物理学的其他领域一样，我国学者在孤子的实验和理论研究中做出了贡献，取得了一系列可喜的成果。1984 年，我国学者吴君汝与美国同行 R. Keo-

漫谈表面物理学

王 迅

表面研究的重要性很早就为科学家所认识。在本世纪二十年代,美国物理学家吉布斯就提出了表面相的概念,并且奠定了表面热力学的基础。但从现代科学的意义上说的表面物理学则是从六十年代初才开始发展起来的。这是由于超高真空技术的实用化和各种电子能谱技术的发明,人们便能够从原子的线度上来研究表面的性质以及在其上面所发生的物理和化学过程,从而奠定了现代表面物理学的基础。

表面物理学是一门综合性的学科,它不仅是凝聚态物理中的一个前沿,而且对许多学科和重要技术都有很大的影响。我们可以用示意图 1 来表示以表面物理和表面化学为核心的表面科学同其他一些学科或研究领域的联系。从微电子学的发展来说,电子器件的微型化意味着器件中的有效原子以更高的比例处于表面或界面。而自然界中相当大一部分的现象和过程是通过环境与物质表面的相互作用进行的。例如腐蚀、催化、摩擦和腐蚀、润滑、粘附与粘合等等。在自然界

的演化和人类生活中,具有大的表面-体积比的系统起了很重要的作用。例如树叶的光合作用,人体的皮肤和胃壁等。人与猩猩智力发展的差别,不仅在于人脑的体积比猩猩大七倍,更重要的是人脑的表面积是猩猩的十倍。

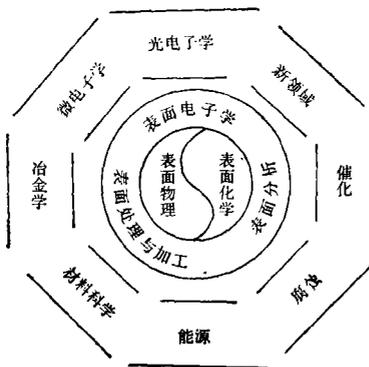


图 1

国家中,已经有了很多个表面研究中心,但新的表面研究实验室还在不断涌现。

lian 和 I. Rudnick 共同发现了一种所谓的非传播孤子,即在矩形槽中,非传播孤子在纵向(槽长方向)呈

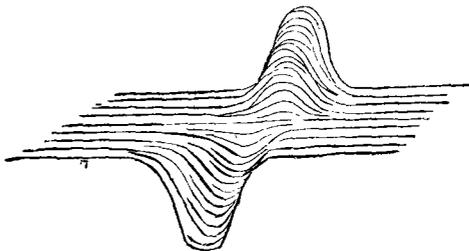


图 6

钟形并可静止不动而在横向作比较剧烈的简谐振荡。其波形如图 6 所示。他们还在环形槽中观察到了类似的孤波,并发现了一系列饶有兴趣的现象,如异相孤子互相排斥、同相孤子互相吸引并往返穿行等等。

我国著名声学家魏荣爵教授领导下的南京大学声学所对吴氏孤子进行了深入细致的研究工作。在国内外均有一定的影响。他们制作的一套实验录相片非常生动、直观地表现了孤立子产生、排斥、吸引、往返穿行的情况。

综上所述,我们对孤立子的概念已经有了如下的基本了解:(1) 孤子是某些非线性演化方程的特定的波动解。由于色散效应与非线性效应达到平衡,在传播过程中它的形状保持不变,其能量始终集中在狭小的空间范围而永不弥散,(2) 孤子在相互碰撞时保持稳定,与弹性粒子间的碰撞过程十分类似。不仅如此,深入的研究表明孤子还具有能量、动量、质量这些鲜明的粒子属性,而且它们在外力作用下的运动服从牛顿第二定律。因此我们说孤子具有波动和粒子的双重属性。这种奇妙的特性决不是偶然的,应该有其深刻的物理根源,应能反映出非线性过程中鲜为人知的物理本质。正是这一点吸引了广大的物理学家和数学家。孤子理论异军突起已成了应用数学一颗光彩夺目的明珠,孤子作为粒子或准粒子已广泛应用于物理学的各个领域,成功地解释了一系列过去所不能解释的物理现象,当然,它毕竟还是一门发展中的年青学科,现在还不够成熟与完善,许多方面(如高维孤子的数学理论,孤子的量子理论等等)还处于发展初期。许多问题有待人们去研究解决,其发展前途与应用前景是不可估量的。