

# 十年来国内粒子物理在场论方面的研究概况

朱重远

过去几十年中,场论研究取得了重大进展。毫无疑问,最重要的部分与我们对于规范对称性、规范群的性质的深入了解及其应用密切相关。相互作用的规范不变性作为试探建立各种相互作用动力学理论的指导原理取得了极大的成功。除掉早已知道的电磁作用的阿贝尔对称性以外,应用非阿贝尔规范对称性理论建立了弱作用及电磁作用的统一理论及强作用的量子色动力学。70年代,关于非阿贝尔规范理论的量子化及重整化问题的解决以及量子色动力学渐近自由性质的发现,赋予了以上述动力学作用为基础的“标准模型”极大的活力,使得精确地计算许多过程并与实验比较成为可能。到了80年代,理论研究的注意力在相当大的程度上转向更困难、更有试探性的方面,如规范场的大范围拓扑性质、非微扰方法(目前主要是格点规范理论)、超对称理论、超弦理论以及由此激发起来的低维场论,特别是二维共形场论的研究等。更为有趣的是,场论研究发展起来的方法甚至已经应用到数学的前沿研究之中。除此之外,在与粒子物理关系虽不太直接,但与可积模型关系直接的杨-Baxter方程及量子群领域的研究,取得了很大的进展。在所有上述各个方向上,我国的理论物理工作者做出了自己的贡献。下面我以各单位交上来的材料为基础,简单地综述一下十年来国内所做的一些工作。

## 一、规范理论及量子场论大范围性质

在规范理论中,反常的存在早已为大家所熟知。近十年内,对于反常的起源有了更深入的了解。在研究以量子色动力学为基础的介子场有效拉氏量时,Wess-Zumino, Witten等先后分析了与QCD对称性完全贴合的WZW反常项。此项具有重要的拓扑意义。它的味道规范不变形式正确地给出了流代数(包括反常)解释的许多实验现象。它的拓扑项系数与颜色数目相符。此理论中的孤子称为Skyrmion具有重子数,有可能可以用来描述重子。

国内工作:

首先得到了规范不变反常项的正确形式及存在条件,纠正了Witten的结果;独立地发现了非阿贝尔反常的拓扑起源,指出了 $2n$ 维空间中的非阿贝尔反常、 $(2n+1)$ 维空间中的陈-Simons示性类及 $(2n+2)$

维空间中阿贝尔反常之间的深刻联系,提出了非阿贝尔反常的整体形式,推广了陈-Simons示性类的概念及超度公式,对规范反常进行了规范群上调分析,独立地发现了第三上闭链标志群表示的不结合性与雅可比恒等式反常;讨论了各级上闭链性质对反常作用量、反常对易子及反常雅可比的含意。

也有一些从其他角度讨论反常的工作,如从只取非厄米算子零模贡献的正规化方案导出反常,从流算子中的点拉开距离的正规化方法推导反常以及从求Wess-Zumino条件的一般解导出任意维空间的反常的一般形式等。

在研究规范场的其他拓扑性质,如磁单极、瞬子、孤子等的拓扑荷及守恒流以及双子、磁单极子诱导电子数不守恒效应等方面做了有兴趣的工作。

## 二、格点规范理论

由于微扰QCD只适用于短距离现象,对于大距离的QCD动力学现象必须用非微扰方法,目前主要的工具是格点规范理论。研究的方法分两大类:一类是用计算机蒙特卡罗模拟,另一类是用解析方法,如平均场方法,变分法及各种改进的变分法。研究的内容包括多种非微扰现象及由非微扰效应决定的物理量。例如,对于QCD,可以严格证明,在强耦合区域它是禁闭的。由于QCD是渐近自由的,就需要研究当耦合下降时是否存在由禁闭相到不禁闭相的相变。没有看到相变意味着QCD是禁闭的。用格点规范理论计算介子质量, $f_\pi$ ,胶球,Higgs部分,手征对称破缺,以及到夸克-胶子等离子相的相变等方面都取得了进展。

国内工作:

用随机格点进行格点规范理论的研究;用集体场方法导出大 $N$ 极限下的夸克传播子和介子谱;用拉氏形式变分法计算链模型、 $SU(2)$  Wilson模型、 $SU(2)$ 混合模型,给出了大 $N$ 极限下正确的相图;提出了变分累积展开方法,对 $U(1)$ 、 $SU(2)$ 、 $SU(3)$ 、 $SU(2)$ -Higgs、 $U(1)$ -Higgs、单分量及四分量 $\phi^4$ 理论进行研究,得到了较好的近似解析结果;解析求解格点Schwinger-Dyson方程,得到了弦张力的初步结果;提出改进的格点费米子作用量,用计算机计算核子的

电磁形状因子及轴矢形状因子；改进平均场方法研究不同规范群在中间耦合区相变的不同行为；提出正则变换和变分相结合的方法，计算强子质量谱；在时空维数  $> 2$  的情形下，找到了一系列有正确连续极限并同时有可解精确基态的哈密顿量，并由此计算了  $(2+1)$  维胶球谱；对三维格点  $Z_N$ 、 $U(1)$  规范场-Higgs 耦合系统的相结构作全面系统的 Monte Carlo 模拟；研究了包含  $U(1)$  手征规范场的格点规范理论手征对称性的实现；提出了一种新的在格子上数连通图数目的新方案；提出了一种非线性作用量，在弱耦合近似下计算胶球质量，并建议将模糊数学用于格点计算。

### 三、超对称理论

超对称理论是把费米子与玻色子放在同一根基上统一研究的一种尝试。在这一理论中，场论的紫外行为比单独的费米子或玻色子理论要好，它也有可能用来解释规范等级对于辐射修正的稳定性，因此，在建立超出标准模型的各种理论尝试中，常常对于超对称性的运用给予特殊的注意。

#### 国内工作：

在超对称理论的数学方面，给出了 Gelfand 基下  $A(m, 0)$  全部不可约表示解析表达式、无简并时  $A(m, n)$  不可约表示解析表达式及有简并时的递推公式，求出了  $A(n, 0)$  全部星表示及阶化星表示，讨论了  $B(1, 1)$ 、 $B(0, 2)$  的有限维不可约表示， $D(m, n)$  系列的无限维玻色-费米表示、OSP  $(m/n)$  的玻色-费米表示及其可约但不完全可约的表示；给出了李氏三定理在超李群情形的推广；分析了线性超场的一些性质；研究了超空间黎曼曲率张量及超 Killing 方程等。

在构造超对称模型、寻找现实模型方面，进行了大量的分析和尝试。如：关于  $SO(10)$  超对称大统一模型的研究；将  $N = 1$  超对称大统一理论嵌入  $N = 8$  推广超引力的超统一模型；通过系统的分析，找到了  $N = 2$  时对应单李群及几乎所有半单李群的有限超对称杨-Mills 理论；找到了  $N = 1$  的对应所有单李群双圈有限理论以及可以容纳三代以上夸克轻子的情形；构造了一些可能是现实的模型。

### 四、弦理论、共形场论

1984—1988 年，对弦理论的研究达到了高潮，主要的动机是有希望建立一个参数少、自然地包括进引力及杨-Mills 作用的统一地描写粒子物理现象的理论。基本的弦理论有 26 维的玻色弦、10 维的超弦及杂交弦理论。但是在由高维弦理论过渡到低能有效理论时，最简单的紧致化导致了  $N = 4$  超对称模型，唯象上并不合适，更现实的模型要求包含不平凡拓扑的复杂的流形，如 Calabi-Yau 流形。因此，原来十维理论的简单性及几乎唯一性被现实的紧致化方案的复杂性及不唯一性破坏了。这是弦理论冷下来的重要原

因。但是，另一方面，弦理论又诱导起对二维共形场论研究的热潮。弦的能量动量张量形成二维共形变换的生成元，所有允许的弦真空的分类等价于有适当共形反常的么正二维共形场论的分类。二维共形场论研究的意义决不仅限于弦理论。事实上已经知道，它与统计模型有着十分直接的关系。对应于二维世界叶有  $N = 0, 1, 2$  超对称性的情形建立的离散的共形或超共形代数的不可约么正表示系列囊括了已经建立的二维统计模型，也已经发现二维场论与辫子群、量子群及三维拓扑场论有着深刻的联系。

#### 国内工作：

直接从一些物理上合理的要求出发，导出了 Polyakov 首先从共形反常角度给出的玻色弦的刘维作用量；研究了弦理论的 BRST 量子化；将开弦场论表达为 BRST 不变的算子形式并推广到闭弦及超弦的相互作用场论；完成了弦理论的 BRST 几何量子化；讨论了弦场论的规范协变方案；证明了玻色扭弦理论的单圈模不变性，提出了群流形上的扭超弦模型；应用  $K-N$  基于高亏格黎曼面上的弦理论，研究了超弦的高亏格整体算子形式，用  $Theta$  函数给出了高亏格关联函数的一般形式；用 Ward 等式推导了 Kac-Moody 及超 Kac-Moody 代数的特征标满足的微分方程，对于单边群及  $B_1$ ，解析证明了级为 1 的 Weyl-Kac 特征标公式。提出超共形几何，简化了超弦的路径积分分析；导出了高自旋  $W$ ，及  $W_\infty$  代数在环面上的 Ward 等式；给出了  $W_\infty$  代数的完整结构；研究了多极点 Virasoro- $K-N$  代数及其在亚纯微分上的实现，建立了多极点代数在黎曼球上的算子形式；讨论了拟共形变换代数及拟共形变换与二维引力的关系；研究了超弦场论的正则二次量子化，导出了超弦场的束缚态方程；研究了  $N = 2$  二维超共形代数么正表示，用自由费米子构造出所有  $C_{N-1} < 1$  的表示，导出了  $N = 2$  时的 Kac 公式。

### 五、可积模型、杨-Baxter 方程和量子群

在研究某些完全可积统计模型时，杨和 Baxter 发现了一个关键性的方程。求解了此方程，就可以用 Bethe ansatz 去得到模型的配分函数。杨-Baxter 方程反映了线的拓扑平移不变性，因此方程的解在许多物理数学问题中有广泛的应用，如二维共形场论、拓扑场论、完全可积统计模型、辫子群和环链多项式等。80 年代，苏联和日本发现了求杨-Baxter 方程群的一个有效方法，即  $q$  形变的量子群。

#### 国内工作：

系统地计算了  $U_{qsl}(2)$  的量子  $C-G$  系数、量子 Racah 系数及杨-Baxter 方程的解，对应于量子群的不同不可约表示，具体地推出带谱参数的杨-Baxter 方程的有理解和三角解以及相应的环链多项式；对表示直乘分解存在重表示这一复杂情况，以

$U_{qsl}(3)$  的八重态表示为例,进行了仔细的分析;研究了量子代数以  $q$  形变谐振子形式的实现;用几何量子化方法在经典力学系统中构造量子群的实现;提出一种非对易微分运算,推广 Wess-Zumino 提出的体系,找到了杨-Baxter 方程的新解;对具有量子群对称性的  $XXZ$  自旋链模型,用讨论对称性的方法研究模型的性质;尝试用  $q$  振子于双原子-分子系统进行唯象讨论;用不同方法找到了杨-Baxter 的新解等。

在精确解方面,对多种类型的非线性薛丁谔模型及其他一些统计模型,得到了许多好结果。

## 六、量子化方法及某些量子力学问题的研究

### 1. 随机量子化及几何量子化

国内工作:

完成了 Witten 的相互作用弦场论的随机量子化;用随机量子化方法证明了三维陈-Simons 理论与拓扑杨-Mills 理论等价;讨论了几何量子化理论中的算子次序问题;证明了对于二维空间中的全同粒子系统由于量子化线丛上平联络部分上调结构不平凡,导致了 anyon 统计;建立了 BRST 系统的几何量子化方法,并应用于弦理论及杨-Mills 理论。

### 2. 关于 Levinson 定理的推广

对于有球对称势场的薛丁谔方程,Levinson 找到了散射相移和束缚态数目之间的联系,称为 Levinson 定理。

国内工作:

用格林函数方法证明了狄拉克方程的 Levinson 定理;用杨振宁推广的 Sturm-Liouville 定理引入新的相移绝对定义约定得到了对薛丁谔方程情形下的修正的 Levinson 定理,并进一步系统地证明了在 Dirac 方程及 Klein-Gordon 方程中有切断势、 $r^{-1}$  尾巴势、库仑势、有磁单极背景场的势、非定域势等势场中的 Levinson 定理。

## 七、动力学对称破缺及低能有效拉氏量

国内提出了不用辅助场而直接计算复合场算子有效势及真空凝聚的系统方法,给出了  $1/N$  展开下计算有效势的规则,并用此方法研究了二维超对称模型中超对称和手征对称性的动力学破缺;又应用于 Gross-Neveu 模型研究四夸克凝聚的因子化问题,指出在  $1/N$  阶,因子化已不成立;研究了时空  $2 < d < 4$  维四费米理论在  $1/N$  展开中的重整化及反常量纲  $r_{\phi}$ ,指出  $1/N$  阶修正加大  $r_{\phi}$ ;研究了  $N=1$  纯超杨-Mills 理论的动力学破缺,由重整化群及能量动量迹反常的考虑导出有效拉氏量,给出了复合场算子的反常量纲;从 QCD 出发将矢量介子也积分掉,得到了  $O^+$  介子的有效拉氏量,与普通的有 Wess-Zumino 项的非线性  $\sigma$  模型相同。

在非线性  $\sigma$  模型方面也做了不少工作。

## 八、拓扑量子场论及拓扑量子引力

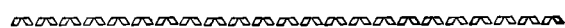
近年来,应用量子场论的方法,通过不舍度规的拓扑量子场论或虽然包含度规,但计算出来的关联函数与度规无关的理论去研究流形的拓扑性质,得到了不少有趣的数学结果。

国内工作:

讨论了拓扑共形场论的上同调性质及某些拓扑 Landau-Ginzberg 理论的聚合规则;研究了与  $k$  次多重临界模型相应的拓扑量子场论及推广的黎曼面上稳定上调调的交理论的关系;给出了一个离质壳的拓扑  $\sigma$  模型;证明了三维陈-Simons 理论与拓扑杨-Mills 理论的等价性;研究了拓扑杨-Mills 理论,部分简化了 Donaldson 关于拓扑流形上有不同光滑结构的定理的证明等。

在二维引力、有限温度场论、量子引力及宇宙学,以及与凝聚态物理交叉的领域做了一系列工作。

总之,尽管上面的综述很不全面,已经可以看出,十年来,几乎在所有场论研究的前沿领域都已做出了一批有水平的工作,有的还是国际上领先并得到承认的。不过也应当看到,我们还缺乏开创性的领导国际上一个研究方向的工作。我们应当看到成绩,承认差距,经过扎扎实实的努力,在理论物理研究上赶上国际先进水平并力求在一些领域取得国际领先地位。



## · 封面说明 · 马头星云

图中央酷似“马头”的暗黑部分,是著名的马头星云,位于猎户星座。宇宙空间到处存在着由气体和尘埃粒子等组成的星云,如果它们附近没有亮星云的衬托和对照,就很难看到和发现它们。马头星云吸收了其背后的星光,在邻近亮星云的衬托下,呈现出了独特的形状。马头星云是暗星云中人们最熟悉的例子。图中右下方两块若即若离的云状物,为《星团星云新总表》(NGC)第 2024 号星云,马头星云所在的略呈三角状的星云,编号为 IC434,即《星团星云新总表》的补编《索引星表》(IC)第 434 号星云。NGC 2024 与 IC434 之间的那颗亮星,为猎户座  $\zeta$  星,1.8 星等,距离约 1600 光年,与 IC434 的距离相当,而比马头星云远约 400 光年。(下德培)

## 书 讯

《化学原子论的创立者——道尔顿》(作者:江向东、谢治成)是一本传记体小说。书中描述了出身贫寒的道尔顿,从一个普通的山村农夫,变成一个兴趣广泛的学者,渐而变为气象学家、物理学家和化学家,最终成为举世景仰的科学泰斗的非凡经历。同时,通俗地介绍了“原子论”的孕育、创生和发展的曲折过程。该书即将出版,每本定价 2.00 元(含邮费)。本刊编辑部愿为读者代购。