

## ★探索者

# 电子大小的估算与测量

●赵国球

电子具有粒子性，又具有波动性，这是大家公认的。然而在电子的粒子图象和波动图象中，如何估算电子的大小？实践中，又是如何进行测量的呢？本文就有关问题进行一些论述。

### 一、经典电子论中电子大小的估算

经典电子论中，一个静止电子周围的电场  $E$  表示为：
$$E = e/4\pi\epsilon_0 r^2 \quad (1)$$

相应静电场的总能量  $W_{静}$  由下式给出：
$$W_{静} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 dV,$$
 $dV$  为电场中的体积元。积分遍及整个空间。若假设电子的电荷分布在半径为  $a$  的球面上，在电子外面电场

$E$  由 (1) 式给出。相应的能量为：
$$W_{静} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2a} \dots\dots (2).$$
若假设电子的电荷均匀地分布在半径为  $a$  的球体内，且电荷的体密度为  $\rho_e$ ，则电子的静电自具能(即电场能)为：
$$W_{静} = \frac{1}{2} \rho_e \int U dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3e^2}{5a}. \quad (2)'$$

忽略式中系数的影响，不改变 (2) 式所具有的普遍性。它表明电场的能量与电子的半径密切相关。根据相对论的质能关系，能量  $W_{静}$  必然对电子的质量  $m$  有所贡献，从质能关系式可以得到：
$$mc^2 = m_0 c^2 + W_{静},$$

于是有：
$$m = m_0 + \frac{W_{静}}{c^2} \quad (3)$$

(3) 式中  $m_0$  是电子的力学质量，它可以理解为所有非电磁起源对质量的贡献。对应于全部电子质量都是电性起源这一假设，电子的半径有个最低限，即  $m_0 = 0$  时，有：
$$m \geq \frac{e^2}{2c^2 a}, \quad \text{则 } a \geq \frac{e^2}{2mc^2}$$
通常以  $r_0, r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

因此，观测和发现中子星经常与短时标过程的研究和 X 射线、 $\gamma$  射线的研究密切相关。

从斯忒藩—玻茨曼定律已经可以看到，即使是黑体辐射，如果中子星温度比较高，比如  $10^7 \sim 10^8 \text{ K}$ ，光度与温度的四次方成正比，中子星就可以被观察到。不过，这时不在可见光，而在 X 射线波段 (1~10 千电子伏)。事实上，1962 年伽柯尼等就发现了太阳以外的宇宙 X 射线源。这个发现确也引起了一些人研究中子星的兴趣。但是，单个高温中子星会比较快地冷却，因而人们并未认真地将这些 X 射线源看作中子星。直到 1968 年休维希和贝尔等人在射电波段发现了一颗脉冲星 (PSR 1919 + 21，以其位置的赤经、赤纬冠以 PSR 表示)，才真正掀起了中子星研究的热潮。他们发现的是周期为 1.337 秒的 81.5 兆赫射电脉冲。同年，高尔德论证它是一颗转动周期为 1.337 秒的自转中子星。这是第一个确证发现的中子星。

### ⑩ 中国为两颗中子星签发了出生证

第一颗脉冲星刚被发现不久，1968 年，恩塔林和莱芬斯坦发现了蟹状星云脉冲星 (PSR 0531 + 21)。这颗脉冲星的周期为 0.033 秒。后来，人们也在光学波段、X 射线波段和  $\gamma$  射线波段观测到了这颗脉冲星。有趣的是，这颗脉冲星就在中国南宋天文学家于公元 1054 年发现的超新星爆发的位置上。根据脉冲星周期变化和蟹状星云膨胀速度估算出的年龄与诞生于 1054 年的推算相近。现已公认，PSR 0531 + 21 这颗脉冲星是 1054 年超新星爆发产生的。就是说，这是一颗由中国签发了出生证的中子星，其年龄精确已知，今年 (1993) 939 岁。长期以来，只有这颗中子星的年龄是精确已知的。

1990 年，我们曾从理论上预言过一些射电脉冲星可能也是  $\gamma$  射线脉冲星。PSR 1509-58 就是其中的一颗，美国  $\gamma$  射线卫星康普顿天文台 CGRO 最近证实它确也是一颗  $\gamma$  射线脉冲星。有趣的是，这颗脉冲星就在中国东汉天文学家于公元 185 年发现的超新星爆发的地方。根据脉冲星周期变化估算的年龄也支持它诞生于 185 年。《后汉书·天文志》记载：“中平二年(孝灵帝)十月癸亥，客星出南门中，大如半筵，五色喜怒，稍小，至后年六月消。”其中客星(此处指超新星)出现的地方“南门”和时间“中平二年十月癸亥(对应于公元 185 年 12 月 7 日)”均与脉冲星 PSR 1509-58 很接近。因此，非常可能，这是又一颗由中国签发了出生证的中子星，今年 1808 岁。银河系内，历史上有记载的超新星爆发一共只有七次，中国均有记载。公元 185 年那次超新星爆发，全世界只有中国有记载。上面所引《后汉书·天文志》的那句话就是关于那次超新星爆发的全部资料。

### ⑪ 三言两语

迄今为止，中子星已被发现了近两千颗。其中，为数最多的要算脉冲星和  $\gamma$  射线爆两大类。人们已经观测到五百多颗脉冲星和一千多个  $\gamma$  射线爆。中子星的表现多种多样，物理现象十分丰富。现在是从射电、光学、X 射线、 $\gamma$  射线各个波段来全面考察中子星的时候了。诸多内容，无法详述。这篇短文只在于提醒大家注意，在你们处理核子数小于 300 的常规原子和常规原子核时，不要忘记，在不稳定的汪洋大海以外，还有一块五彩缤纷的新大陆，这就是中子星。经过一番努力耕耘，一幅中子星的美丽图画必将展现在眼前！

$$\frac{e^2}{mc^2} = 2.818 \times 10^{-13} \text{cm}, \text{表示电子的“经典半径”。}$$

这就是把电子看做点电荷的适用程度。在经典电子论中，电子被看做具有一定半径的带电小球。

## 二、波动论中电子大小的估算

在量子力学中，每个电子都对应一个波。一个一维的自由电子，可用一个平面波来表示，其波函数为：

$$\psi(x, t) = a \exp[i(\rho x - E t)] \quad (4)$$

电子具有波性，而电子的粒子性又无可置疑，那么，电子的波动论如何描述电子的粒子性呢？薛定谔提出了电子波包的概念。波包是由无限多连续频率的平面波构成的。理论允许构成半径任意小的电子波波包。如果只用波长比  $a$  小的波，那就能使电子的半径比  $a$  还小。但是，薛定谔方程规定了“波包”的扩散现象。如果理论诠释是对的，粒子（即是个波包）在传播中会自动地扩大，这种粒子发“胖”现象，却未曾在实验中发现过。尽管薛定谔找到了一个“波包”不扩大的例子，但那只是一个特例，还不能证明他的“波包”理论的正确性。尽管薛定谔做了很多努力来克服困难，但总觉得那么牵强。因此，“波包”理论一直未曾得到比较满意的承认。

在波动论中，还有一种理解电子线度的方法，这里不再叙述了。值得指出的是，人们有时用电子的康普顿波长理解为一个静止电子的线度。即：

$$\lambda = \frac{h}{m_0 c} = 3.86 \times 10^{-11} \text{cm}$$

$$(\text{或 } \lambda = \frac{h}{m_0 c} = 2.42 \times 10^{-10} \text{cm})$$

当把电子看成微环形电流，并且用康普顿波长  $\lambda = \frac{h}{m_0 c}$  作为它的半径（也就是电子的半径）时，我们还可以从理论上推导出电子磁矩就是一个玻尔磁子。

应该说明，波动论中不可能用两个电子（能量为  $m_0 c^2$  的量级）相撞来测量静止电子的半径。因为与这个能量相应的上述康普顿波长  $\lambda = 3.86 \times 10^{-11} \text{cm}$ ，比  $r_0 = 2.818 \times 10^{-13} \text{cm}$  大得多。因此，波动论中无法把具有这样能量的电子定位到比康普顿波长  $h/m_0 c$  更准确。但这并不表明波动论的精度差。由计算可以看出，当电子的能量  $mc^2$  远远大于  $m_0 c^2$  时（ $m$  为电子的运动质量），用  $m$  代替  $m_0$ ，计算出的波长  $\lambda = h/mc$ ，与实验测得的电子的半径吻合得很好。例如，当电子的能量增加到 20 GeV 时：

$$\lambda = \frac{h}{mc} = 0.965 \times 10^{-13} (\text{cm})$$

若电子的能量增加到 60 GeV 时， $\lambda = \frac{h}{mc} = 3.2 \times 10^{-14} (\text{cm})$ 。可见，在高速情况下，用“运动”电子的“康普顿波长”作为电子的线度与实验结果是相符的。

## 三、电子半径的实验测量

由于电子、质子、中子都小得看不见，摸不着，无法直接对其大小进行有效的测定，只有采用适当的实验方法间接地测定出它们的大小。

为了介绍实验方法的原理，可以打个比喻。例如，为了测量一棵树干的粗细，我们可以站在一定的距离向树干扔球。扔出的球有些会击中树干，树干越粗，击中树干的球数也就越多。根据统计原理，将击中树干与未击中树干的球数加以比较，就可以确定树干的尺寸。测定电子、质子、中子的大小也可根据同样的原理。测定质子和中子的大小时，质子和中子相当于树，而电子则代替了扔出的球。

测量质子和中子尺寸的实验在粒子加速器上进行。电子射入直线加速器后，打在终点的薄靶片上，数出偏转的电子数目，就可以确定质子（或中子）的大小。

高速电子“击中”一个质子或中子时，就与这些粒子的电荷发生相互作用。我们所测定的是电荷分布区的大小。霍夫施塔特就是利用这种“散射”实验在斯坦福大学测定了质子和中子的尺寸，因而获得了 1961 年的诺贝尔物理学奖。霍夫施塔特的测量表明，质子的电荷分布在半径约为  $1.1 \times 10^{-15}$  米的范围内。这刚好是质子康普顿波长（ $\lambda = 1.32 \times 10^{-15}$  米）。质子的电荷区域的边界也并不象弹子球的表面那样分明，它的电荷是在一小段距离内逐渐减小的。中子的电荷等于零，谈不上电子击中。然而，霍夫施塔特的实验表明，等于零的只是中子的总电荷。中子似乎在一个大致等于质子尺寸的空间区域内（中子的康普顿波长  $\lambda = 1.31 \times 10^{-15}$  米）分布着等量的正电荷与负电荷，正电荷靠近中央，负电荷则处于外围。

理论上，测量电子的大小也可采用相同的方法。我们可以用电子去轰击电子，观察散射情况，从而测出它们的尺寸。人们在粒子加速器上进行过一些这样的实验，当能量高达 20 GeV 时测得电子的半径小于  $10^{-15} \text{cm}$ 。而能量高达 60 GeV 时，测得电子的半径小于  $10^{-16} \text{cm}$ （这刚好是高能电子的“康普顿波长”）。如果电子不是几何质点，而是在空间展布一定的范围，那么，就需要更强大的加速器才能进行电子直径测定的实验。本世纪还很难建成这样的加速器。若把康普顿波长作为粒子半径的理论值，则理论值与实验值符合得很好。

编后记：《探索者》栏目终于同大家见面了。凡是有科学依据的探索文章均可一试。本刊依据文责自负的方法选登其中部分文章，以活跃学术气氛。虽有创办《异想天地》栏目之经验，但毕竟存在许多难言之苦，希望能得到广大读者的支持和谅解，将此栏目办好。