

黑洞, GM/c^2 还是 $2GM/c^2$?

杨 大 卫

上一讲所说引力红移,即频率为 ν_0 的光子从质量为 M 、半径为 R 的天体表面发射到无穷远,频率会变为 $\nu(\nu < \nu_0)$,引力为红移:

$$Z \equiv (\nu_0 - \nu)/\nu = (1 - GM/c^2R)^{-1} - 1 \dots (1)$$

由此可知,一定质量的天体,其半径越小,周围的引力场越强,光的引力红移现象越显著。当 R 缩到 $R_g = GM/c^2 \dots (2)$ 时, ν 将变为零 ($Z \rightarrow \infty$),这意味着光子的动能 $mc^2 = h\nu_0$ 在引力场中全部耗尽 ($h\nu_0 = GMm/R$); 若 $R < R_g$, 光子的动能再也无法满足引力势能增加的需要,这时该天体的引力场就强到了连光子也不能从其表面逃逸的程度。

第五届全国中学生物理竞赛(1988年)决赛中有一题涉及到这种天体^[1]: “有一种超高密度的天体,其巨大引力使得光子也无法逃逸出来,……,这种天体叫黑洞。若某黑洞的质量等于太阳质量 M_s , 试估算该黑洞半径最多是多大?”

根据前述理论, R 应满足 $GM_s m/R > mc^2$, 所以估得 $R < GM_s/c^2 \approx 1.5 \times 10^3$ 米。

实际上,所谓“黑洞”并不是指引力塌缩后形成的超高密度天体,而是指塌缩天体所缩入的半径为 R_g 的特殊的空间区域——包括光在内的任何物体或信号都不可能脱离的区域。“黑洞”的界面叫“视界”,标志一个质量为 M 的塌缩天体要为外界“看”见,所需占据的区域最小很多大。越过这一界面,再继续向内塌缩,不仅界内向外的辐射出不去,而且来自界外的任何辐射

也不可能反射回去,当然外界就再也“看”不到那个缩入界内的天体了。至于它最后究竟缩到多小,外界也不会“看”到。

此题还有一种解法,由逃逸速度公式 $v = \sqrt{2GM/R}$, 令 $v =$ 光速 c , 解出 $R = 2GM/c^2 \dots (3)$ 。

二百年前,拉普拉斯预言:一密度如地球而直径为太阳 250 倍的发光天体,其光线将不能离开它。此预言的根据就是(3)式,我们不妨在此验算一下。

设 $M = \bar{\rho}_e \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$, $R = nR_s$, 代入(3)即可得 $n = c/(2R_s \sqrt{2\pi G \bar{\rho}_e/3}) \approx 250$ 。

那么,(2)与(3)哪个估算得更正确些,还是二者都不对呢?乍一看,拉普拉斯是把光子动能计作 $\frac{1}{2} m$

v^2 , 因而觉得(3)不大对。可是历史却和我们开了一个玩笑。广义相对论确立以后,人们了解到在强引力场中牛顿引力势能公式 ($U = -GMm/r$) 不再适用,强引力场中光的引力红移不再是(1),而是 $Z = (1 - 2GM/c^2R)^{-1/2} - 1 \dots (4)$ 。由(4)可知使 $Z \rightarrow \infty$ 的黑洞“视界”的半径应为 $R_g = 2GM/c^2 \dots (5)$ 。(5)与(3)式竟然一样,这似乎是巧合!当然,也不是说(2)式根本错了,二者的数量级还是一致的,作为一种估算方法还是很简捷的。有兴趣的同学利用幂级数展开式可以看出,(1)式是(4)式在 $GM/c^2R \ll 1$ 时很好的近似。

度达 $10^{31} \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,存在许多尚待克服的困难,上面列举的一些新型探测器和技术是可能的解决方法,有待进一步的研究发展。几个 B 介子工厂的建议书都在等待着批准,一般说来, B 介子工厂的建设周期为四年。到 B 介子工厂建成之时,相应的探测器不仅应该找到合理的方案,而且能同时建成,投入运行并进行物理研究。B 介子工厂给实验物理学家提出了众多的难题,要解决许多探测器技术和实验方法的问题,同时也给了他们新的机会。

在 B 介子工厂的研制中,中国的科学界和工业界不再是旁观者,这是因为我们已经成功地建成并且运行着自己的对撞机和探测器,尽管我国并无建造 B 介子工厂的计划。首先,对于正在向更高亮度进军的北京正负电子对撞机来说, B 介子工厂研制中的不少结果可以借鉴。例如, CESR 采用的单点对撞、Mini- β 、micro- β 和多束团对撞而获得高亮度的成功之路,就值得我们研究。BEPc 正在设计新的对撞区结构以

实现 Mini- β 方案, B 粒子工厂在永磁四极磁铁的研制、真空管道的屏蔽和减小实验本底的研究和探测器性能的改进提高等方面所取得的研究结果,都可供我们参考。而 CESR 和 TRISTAN 上所进行的束流物理实验,对于理解 BEPC 中的束流现象也具有一定的意义。同时,作为一种未来的对撞机, B 介子工厂又需从现有的对撞机汲取经验、寻求合作,而性能在 τ/π 粒子能区占领先地位的 BEPC 正是他们优先考虑的合作伙伴。日本 KEK-B 介子工厂项目负责人黑川真一教授在与我们讨论合作计划时坦率地表示, BEPC 的成功证明了中国科学和工业的高水平,中国一定能为 B 介子工厂的建造作出贡献,他希望能物理设计、束流实验、磁铁研制、真空盒制造、控制软件和探测器研制以及建成后的调束与物理分析等方面与我们进行广泛、有效的合作。我方也表示了同样的愿望,即在运行好、改进好 BEPC 的同时,积极参与国际合作,迎接 B 介子工厂的挑战。