



量子电动力学时空观的发展

李 让, 周咸建 译

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

在试图摆脱掉量子电动力学的无穷大的艰难尝试中, 开始经历了许多失败. 然而, 沿着这条道路摸索下去, 笔者找到了许多种构造此理论的方法, 特别是作用量的路径积分方法. 一种新观点建立了, 它考察了在整个时间和空间中的相互作用, 而不是此相互作用作为时间函数的详细的特性. 对理论的这种重新表述, 是以极大热情开始后的八年, 才获得成功的.

理查德·费曼

我们在为公开发行的科学杂志撰文时, 习惯于让研究工作尽善尽美, 因而掩盖了研究工作全部过程中的曲折与艰辛, 不用担心研究会走入死胡同, 也不用叙述最初的错误思路如此等等. 因此没有一处会郑重地发表你在完成某课题的攻关过程中实际上所做的工作, 尽管人们近年来对此类事有兴趣. 因为获得诺贝尔奖是个人的事情, 我想大家会谅解我, 在这种特殊的场合下, 不以完美的方式讨论量子电动力学课题本身, 而谈谈我个人与此课题的关系. 况且, 在这儿已有三位物理诺贝尔奖获得者, 倘若大家都讲量子电动力学本身, 会令人对此腻烦. 所以, 今天我很愿意为大家讲述的是研究全过程中出现的一连串的事情, 真真实实一连串的想法, 我就是凭借这些解决尚未解决的问题, 为此我最终获得了诺贝尔奖.

我知道, 一篇真正的科学论文会有更大的价值, 然而这类论文, 我可以发表在通常的杂志上, 因此我要利用获诺贝尔奖讲演的机会做一件价值较小, 但在其他场合我做不到的事. 我再一次请求各位谅解, 我叙述了事情的细节, 这些既没有什么科学价值又不能使大家进一步明了量子力学的发展, 而仅仅是为这次讲演增添些乐趣.

我研究此课题, 大约花了八年的时间, 直到

1947年才最后发表. 最初在麻省理工学院, 那时我作为一名大学本科生正在攻读人们已知的物理学. 学习中我慢慢地了解到所有那些人们担心的事情, 并最终认识到那时物理学的基本问题是电磁的量子理论还不能令人完全满意. 我是从诸如海特勒和狄拉克的书中了解到的. 激励我的是这些书中的注释, 而不是书中作了仔细证明, 详细论证和计算的那部分, 因为我对那部分并不十分明白. 在那时年轻的我所能懂的仅仅对我们还不太明白的东西的注释, 至今我还记得狄拉克在他书中写的最后一句话: “看来这里需要全新的物理想法”. 因此我把这看作是对自己的激励和挑战, 我也觉得既然他们对于我想解决的问题没能给以令人满意的答案, 那么我就不必花大量精力去关注他们所做的事情. 然而从阅读材料中我确实找到了量子电动力学理论困难的根由. 第一是电子与其自身的相互作用的无限大能量, 而且这种困难甚至存在于经典理论中. 另一困难来自于与场的无穷多的自由度有关的某些无穷大, 如果你将场(例如某个盒子里)的谐振子进行量子化, 每一个谐振子都有大小为 $\hbar\omega/2$ 的基态能量, 随着频率的增加, 盒子里的场有着无穷多个谐振子模式, 所以场在盒子里有无穷大的能量. 就我能记得, 当时我是这样理解的, 就这么简单. 现在, 我认识到, 这并非对于核心问题的完全正确的陈述. 如果改变测量能量的起点, 就可以去掉这个无穷大能量. 无论如何, 我相信, 这种困难, 来自于电子自身相互作用与场的无穷多自由度的结合.

好了, 在我看来十分明显的是, 一个粒子作用在它自身上, 一个粒子产生的电力作用在该粒子上, 这种想法并非必要的——事实上这是一种愚蠢的想法. 就这样我假定电子不能作用

在它自身上,而只能作用在其他电子上.这就意味着根本不存在着场,你瞧,如果所有的电荷都做出贡献,去产生出单一的共同的场,如果共同的场又反过来作用在所有的电荷上,那么每个电荷一定会反作用在自身上,对,错误就出在这儿,压根儿没有场.正是当你振动某电荷,另外的电荷随后也振动了.在电荷之间有着直接的但滞后的相互作用,一个电荷运动而致使另一个电荷运动的力的定律会有某个滞后.某个电荷振动起来,其他电荷稍后也振动起来.太阳中电子振动,由于横越太空相互作用,我眼睛中的电子八分钟后也振动起来.

好了,这样做,一箭双雕,令我着迷:首先,我立即可以说:“我不让电子作用于自身,只允许它作用在另外的电子上;因此,不存在着电子的自相互作用能!”其次,由于根本不存在场,自然也就谈不上场的无穷多的自由度;倘若你坚持以场的观念来思考,那么此场总是被产生它的粒子的作用量所完全决定,你摇动这个粒子,它接着使其他粒子振动,如果你要用场的方式来思考,场将由产生它的物质所完全决定.因此场没有任何独立的自由度,这样来自它的自由度的无穷大就去掉了.事实上,当我们看到某处有光,我们总能“看”到作为光源的某物质,我们不会只见到光.(除了新近发现的某些电信号,却没有明显的物质来源).这样,你看到,我的总计划是先解决经典问题,摆脱在经典理论中的无穷大自能,然后希望当我构造经典理论的量子理论时,一切安然无恙.

“……此想法在我看来是如此明白和优美,使我深深眷恋.”

那是事情的开端,此想法在我看来是如此明白和优美,使我深深眷恋.如同迷恋上了一位女郎,只有当你对她知之不多,没有看清她的缺点时,才会如此.不久,缺点显露出来了,然而恋爱狂热到足以使你和她结为一体的时候了.就这样,尽管困难重重,我仍以年轻的热忱,深深地被此理论吸引着.

我进入研究生院后,方得知电子不与自身

相互作用的想法有错误,当你加速某个电子,它就要辐射能量,这样你必须做额外的功去补充此辐射能量.完成此功而克服的额外力称之为辐射阻尼力.在罗仑兹之后的那个年代,这个额外力,被认为来自于电子对其自身的作用力.电子对自身作用的第一项给电子以某个惯性(它并非完全满足相对论的要求),但是此惯性项,对一个点电荷却是无穷大.而级数中的第二项给出了能量的损失率,对于一个点电荷,它与你计算的辐射的能量完全一致.如果我声称一个电荷不能作用在自身上,那么为了使能量守恒所绝对必要的辐射阻尼力将会消失.就这样,当我在研究生院期间,得知了我的理论有明显的大错误,但是我依然热恋此原始理论,依然想着此理论会给出量子电动力学困难的解.因此我继续设法挽救该理论.当我加速电子时,我必须在电子上加以某个作用力,以解释辐射阻尼.但是,如果我让电子只作用在其他电子上,此作用力的唯一可能来自于世上的其他电子.有一天,我正在为惠勒教授工作,而没能够解决他给的问题时,我又思考此问题,并作如下计算,假定我有两个电荷,我摇动第一个电荷,并把它看作一个源,这使得第二个电荷振动,但是第二个电荷的摇动,反过来对第一个源电荷起作用.因此,我计算反作用有多大,希望它就是辐射阻尼力.自然,我没有得到正确答案,我来到惠勒教授面前,告诉他我的这些想法.他说道:“是的,就你刚提到的两个电荷的问题,你所得到的答案,不幸的是将依赖于第二个电荷的电量和质量,并且将依赖于两个电荷间的距离平方的倒数,而辐射阻尼不会依赖于所有这些量.”我想,肯定他已经计算过.现在当我成为一个教授后,我知道了,教授有能力看出某个研究生化费几个星期才能得到的结果.他还提出令我不安的一些事:如果我们设想的情况是,在原先的源电荷周围有着大体上密度分布均匀的许多电荷,那么 $1/R^2$ 会被体积元的 R^2 所抵消,我们得到的结果将正比于电荷层的厚度,它趋于无穷大,也就是,反作用到源电荷的力为无穷大.他最后对我说:“你还忽略

了一些事,当你加速第一个电荷,第二个电荷随后受到作用,返回到源处的反作用将更迟些。”换句话说,反作用发生在错误的时候。突然我意识到,我是多么的笨啊!因为我所描述和计算的正是通常的反射光,而不是辐射阻尼。然而,我是愚蠢的,惠勒教授同样是愚蠢的,虽然他比我聪明得多,因为后来在他的一次讲演中,仿佛早已把这一切解决了,并作好了充分的准备,但他并没有这样做过,随着讲演的继续,而着手解决问题,“首先”,他说道,“让我们假定在周围吸收体内的电荷,通过反射光的超前波和通常的滞后波,反作用在源电荷上,这使得相互作用的规律既在滞后时刻也在超前时刻起作用”。在当时我也称得上是一个物理学家了,所以不会去说:“哦,不,那怎么能行呢?”因为,如今所有的物理学家,从爱因斯坦和波尔那儿学到,有时某个想法乍看起来很荒谬,但若作了详尽的分析和对实验情况全面考虑后,其实并不荒谬。因此,使用超前波为反作用,就象惠勒教授一样,并没有使我不安,超前波是麦克斯韦方程的一个解,在物理上还没有用到过它。惠勒教授使用了超前波,从而使得在正确的时刻发生了反作用,然后,他进一步解释:如果在吸收体内有大量的电子,就会产生光的折射率 n ,这样来自源电荷的滞后波在穿过吸收体后波长会稍有改变。现若假定自吸收体返回的超前波不受折射率影响——为什么?我不知道,我们假定如此——这样,在返回的波和初始波之间会有某个渐渐变化的相位移,从而使得我们计算贡献时,只需考虑来自于第一个波带那样有限厚的吸收体的贡献(更专门化些,在这样厚的介质中波的相位移已显著不同于同样厚度真空中的相位移,此厚度正比于 $\lambda / (n-1)$)。在此波带中的电子数越少,平均贡献也减少,但此层的有效厚度却会增加,因为电子少了,折射律更接近 1。这些电子的电荷值越大,每个电子的贡献就增加,但有效层厚变薄,因为折射率变大了。当我们去估算此贡献(精确到差一个数值因子),无疑的,它将完全不依赖于在周围吸收介质中电荷的特性。此外,此贡献有着辐射阻尼所要

求的正确特性,但是我们还不能看出此贡献是否与辐射阻尼一样大。惠勒教授让我回去算一算,我们需要多大的超前波和滞后波才能得到正确的数值结果;并进一步弄清,如果你把一个检验电荷放在源电荷附近,超前波会起什么作用,因为如果所有电荷源产生超前波和滞后波,为什么检验电荷不受到源电荷的超前波的影响呢?

我发现,如果你使用一半超前波和一半滞后波(也就是人们使用麦克斯韦方程的解在时间上是对称的),就会得到正确的答案。尽管源电荷产生一个超前的场,但我们在源的附近并没有发现超前场的效应,其原因如下:设想源电荷被球形的吸收体壁所包围,壁距源 10 秒钟光传播的距离,而检验电荷处在源右边光传播一秒的距离上。这样检验电荷距壁的某些部分为光传播 11 秒的距离处,距壁的另一一些部分为光传播 9 秒的距离。源在 $t=0$ 开始振动,这导致吸收壁在 $+10$ 秒时开始振动。由此引起的超前波,最早可以在 11 秒之前,也就是 $t=-1$ 秒时达到检验电荷,这正好是从源直接来的超前波达到检验电荷的时刻,这两个效应大小相等,方向相反,从而相互抵消。而稍后 $+1$ 秒时,来自源的和来自壁的两个效应大小相等,但这时方向相同,加在一起后,使得来自源的一半的推迟效应,变为完整的推迟波强度。由此,清楚可见,存在如下可能性:假定所有的作用都是藉助于麦克斯韦方程的一半的超前解和一半的滞后解得以实现,并假定所有的源都被能把源所发射的光完全吸收的物质所包围,那么我们可以用吸收物质的电荷的超前波对源的直接相互作用来解释辐射阻尼。

接着花了许多个月,去检验所有这些论点,我所做的表明,所有这一切都不依赖于容器的形状等因素,此规律是严格成立的,超前波在各种场合下都是抵消的。我们总是试图去提高我们证明的有效性,并越来越清楚地看到了为什么结果会是这样,我不必赘述这一切的细节,以免生厌。因为我们使用了超前波,也遇到了许多看来显然荒谬之事。我们逐个地解释了它们,看清楚了事实上在此理论中不存在着逻辑上的困难,它是令人十分满意的。我们还发现,

也可以用最小作用量原理来表述此理论. 因为按我的原先计划, 直接用粒子的运动来描述所有一切, 我希望表述这个新理论时与场无关. 结果是, 我们找到了一个作用量, 它只直接涉及到电荷的运动, 对它变分时会给出这些电荷的运动方程. 此作用量 A 的表示式为

$$A = \sum_i m_i \int (\dot{x}_\mu^i \dot{x}_\mu^i)^{\frac{1}{2}} d\alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} e_i e_j \iint \delta(I_{ij}^2) \dot{X}_\mu^i(\alpha_i) \cdot \dot{x}_\mu^j(\alpha_j) d\alpha_i d\alpha_j \quad (1)$$

这里, $I_{ij}^2 = [x_\mu^i(\alpha_i) - x_\mu^j(\alpha_j)][x_\mu^i(\alpha_i) - x_\mu^j(\alpha_j)]$
 这里 $x_\mu^i(\alpha_i)$ 是第 i 个粒子的位置 4 维矢量, 它是某个参数 α_i 的函数, $\dot{x}_\mu^i(\alpha_i) = dx_\mu^i(\alpha_i) / d\alpha_i$.
 第一项对固有时间的积分, 即为质量 m_i 的自由粒子的相对论力学的通常作用量. (我们按惯例, 凡重复的指标 μ , 应对它们求和). 第二项表示电荷间的电相互作用, 求和是对每一对电荷进行 (因子 $1/2$ 使得每一对贡献一次, $i=j$ 的项不存在, 为的是避免自相互作用). 这是一个二重积分, 其中的 δ 函数的宗量是两个粒子在其径迹上两点的时-空间隔的平方, 这样只有当此间隔为零, 即沿着光锥时, 相互作用才会发生.

相互作用严格地一半超前和一半滞后这一事实使得我们可以写下这样的最小作用量原理, 而只有滞后波的相互作用不可能写成此形式. 因此, 经典电动力学的一切都被包含在这个非常简单的形式中, 它看来很好, 因此它无疑是真实的, 至少对于初学者是这样的. 它自动地给出了一半超前和一半滞后的效应, 并且没有场存在. 由于在求和中, 不对 $i=j$ 求, 我去掉了自相互作用, 不再有任何的无穷大的自相互作用能, 因此, 这是一个冀望的解决办法, 它可以避免横行于经典电动力学的无穷大困难.

自然, 如果你愿意, 你可以坚持用场的观念, 但是你必须对于每一个粒子分别地去追踪其场, 这是因为, 为了找到作用在某一给定粒子上的场时, 你必须除去该粒子自己产生的

场. 在这里所有粒子贡献的一个单一的普适场是不能用的. 这个想法更早些被弗兰克尔所提出, 因此我们称这些场为弗兰克尔场. 这个只允许粒子作用在其他粒子上的理论等价于, 使用一半超前解和一半滞后解的弗兰克尔场.

有着几种对电动力学有趣的修改方案, 我们多次讨论了这些方案. 不过我只讲其中的一个, 可以用另外的函数去代替相互作用项中的 δ 函数, 例如 $f(I_{ij}^2)$, 它不是无限地尖锐. 我们以一个狭窄的峰形函数代替 I^2 的 δ 函数, 后者描述的相互作用仅当两电荷的间隔为零时才发生. 设令 $f(Z)$ 仅当在 $Z=0$ 附近变大, 峰的宽度为 a , 大体上, 相互作用发生在当 $T-R$ 大小为 a 量级时, 这里 T 是时间差, 而 R 是电荷间的距离. 这看起来会与经验不符, 但如果 a 是某个象 10^{-13} 厘米这样小的量, 那么时间的推迟 T 将大体上为 $(R^2 \pm a^2)^{1/2}$, 或者当 R 比 a 大得多时, 近似地 $T = R \pm a^2 / (2R)$, 这意味着时间 T 与麦克斯韦情形的理想的理论时间 R (更确切为 R/c , 这里 c 为光速) 的偏离, 当电荷间的距离越来越大时, 变得越来越小. 因此, 如果 a 为 10^{-13} 厘米, 用以分析发电机, 电动马达之类产品的一切理论, 实际上在麦克斯韦时代的所有对电动力学的检验, 都会相当满意的, 如果 R 是厘米量级大小, 这时 T 的偏离只有 10^{26} 分之几. 因此, 也有可能以某种简单的方式去修改理论, 却依然与经典的电动力学的所有观察结果一致. 没有任何线索告诉我们, f 应取什么样精确的形式, 但在发展量子电动力学时应记住这种令人感兴趣的可能的修正. 我们还发现, 如果用 f 代替 δ (如上所做), 在方程 (1) 中, 就可以让求和中的 $i=j$ 的项留下来, 因为此时这项以相对论不变的形式表示电荷对自身的一个有限大小的作用. 事实上可以证明, 如果我们这样做, 此相互作用的主要效应 (如果不是太快加速的话) 表现为对质量作一修正, 事实上, 这时可以不要质量 m_i 项, 而所有的力学质量都来自电磁自相互作用. 因此, 如果你愿意的话, 你可以有更为简单的作用量 A 的另一个理论: 在表式 (1) 中只有第二项存在, 其求和扩充到对所

有 i 和 j , 并用某个函数 f 代替 δ . 这样的简单形式可以表达整个经典电动力学, 若不考虑引力, 它实际上表达了整个经典物理.

我一下就给出了几种不同的理论, 虽则似乎令人混淆, 但重要的是要注意, 目前我们想到的所有这些是种种不同的可能情形. 在解决经典动力学的困难时, 存在着几种可能解决的办法, 其中的每一种都可以作为解决量子动力学的困难的某个好的出发点. 我还想强调, 至此我已习惯于不同于传统看法的物理观点. 按传统看法, 事物作为时间的函数而被详尽的讨论. 例如, 在此刻给出某个场, 某个微分方程将给出下一时刻的场. 依此类推——我称这种方法为哈密顿方法, 时间-微商的方法. 但也有另外的观点, 例如在我们的方程 (1) 中, 描述了贯穿整个时空的某路径的特征. 以自然界事物的整个时空路径的特征来决定自然界中事物的行为. 对于象 (1) 的作用量, 通过对 $x_{\mu}^i(\alpha_i)$ 的变分得到的方程已很难变回到哈密顿形式. 如果你想只用粒子的坐标作为变量, 你能够谈论的是粒子的这些路径特征——但是在某个时刻一个粒子的路径是受到另一个粒子在不同时刻的路径所影响. 因此, 如果你试图用微分方程描述事物, 当给出了粒子的目前状况, 它将怎样影响到今后的情形呢? 你会发现, 仅仅给出粒子的目前情形, 不足以确定它们今后的情形, 因为粒子过去的情形也会影响到它的将来的情形.

所以你需要大量的记述性质的变量去追踪记述粒子在过去做了些什么, 这些变量称之为场变量. 这样除了粒子外, 你还必须给出场在现时的情形, 你才能知道随后会发生些什么. 从最小作用量原理的整体时空观来看, 消失掉的场只不过是这些记述变量, 它们在哈密顿的方法中却都是不可缺少的. 下面的例子是这同一观点的某个副产品. 有一天, 在普林斯顿的研究生院, 我接到了惠勒教授的一个电话, 他在电话中说: “费曼, 我知道了为什么所有的电子有着同样的电荷和质量了.” “为什么?” “因为它们都是同一个电子!” 然后, 他在电话里解释道, “假定我们以前常考虑的在时间与空间中——而

不只在时间中——的世界线是一个巨大的线结, 然后用某确定时刻的平面去切开这个线结, 我们会看到众多条世界线, 它们描述许多电子, 而实际上只有一个事物. 如果在某一截面里, 这是一个通常的电子的世界线, 在此截面中, 把该世界线反个方向, 从将来返回到过去, 对于固有时间——对于固有的四维速度——就会出现一个错误的符号, 这等价于改变电荷的符号, 所以这一部分路径就像是正电子行走的.” “但是, 教授,” 我说道: “自然界里没有像电子那样多的正电子!” “哦, 也许是正电子藏在质子或其他东西中间.” 我并没有重视他的关于所有电子都是同一个的想法; 但我却认真接受了他的这种看法: 即正电子可以简单地看作, 在电子世界线的一个反向段中, 电子由将来返回过去. 这个想法, 我偷下了!

总之, 当我做完这一切, 作为一个物理学家, 我获知两件事, 其一, 我知道了用许多不同的数学形式和许多不同方式去构造经典电动力学, 我知道每一种方法是如何去表达这门科学的. 其二, 我有了一种观点——总体的时空观点——这是对描述物理的哈密顿方式的不敬. 在此我想停顿一下, 作一点评注. 电动力学可以用如此多的方式来表达——麦克斯韦的微分方程, 包括场的各种最小作用量原理, 没有场的种种最小作用量原理, 所有各种不同的方式——我知道这些, 但却不理解它. 物理学的基本规律, 被发现后, 可以用多种不同形式表现出来, 这些形式初看来并非显然相同的, 但作一些数学的摆弄后, 你能够证明它们的相互联系, 这种情形在我看来总感奇怪. 例如, 量子力学中有薛定谔方程和海森堡表象, 我不知道为什么会是这样——这始终是个谜, 这是我从经验学到的. 总有着另外的方法去讲同一件事, 它完全不像你从前谈此事时所用的方法. 我不知道之所以这样的原因, 我想这关系到自然界的简单性的表达, 像平方反比规律 (例如引力、静电力), 也可以用泊松方程的来表示, 而后者看来完全不同于前者. 我不知道, 自然界选择这些奇妙的形式意味着什么, 也许这是定义简单

原子称重取代千克原器

周道其

(湘潭机电高等专科学校·湖南 411101)

从 1883 年起,保存在法国塞夫勒市国际度量衡局两个玻璃罩中的一个铂铱合金圆柱体一直被作为国际标准质量单位——千克。千克这样定义已有 100 多年,期间总共只将它从玻璃罩中取出过 3 次。迄今对米标准原器的保存仍采取不少预防性措施,但这已经成了一种传统而已。因为现在米已定义为光在 $1/3 \times 10^8$ 秒内通过的距离,而秒同样也定义为铯原子作 9192631770 次振动所需的时间。因此,已没有必要再有这些单位的实物标准原器。可以在任何一个具有相应设备的物理实验室中再现它们。

美国马萨诸塞工学院物理学家戴维·普里查特试图“推翻”千克原器。他认为,如能以很

性的一种方法。大概一件事是简单的,当你至少能用几种不同的方式去描述它,但却不能立即知道,你在描述同一件事。

“…比起能够证明的真理来说,有许许多多的真理,人们知道它们,却不能给以证明。”

现在我相信,因为我们已经解决了经典电动力学中的问题(并且完全与我自麻省理工学院以来的计划一致,只有粒子间的相互作用,没有场),所有的一切都将顺理成章。我相信,我所要做的是构造与此经典理论相类似的量子理论,所有的问题都会解决的。因此,问题是去构造一个量子理论,它的经典理论有着作用量表式(1)。是的,从经典力学构造量子力学并没有唯一的方法,虽然所有的教科书想让人相信存在着唯一的办法。这些教科书告诉你,去找到动量变量,并以 $(h/i)(\partial/\partial x)$ 代替它们;但是我不能找到动量变量,因为根本没有这样的变量。

高的精确度测量某种元素单个原子的质量,则千克就可以用该元素的某个原子数目来定义。为此,在普里查特主持下的一个科学家小组对从氢到氫 9 种元素的原子,以空前的精确度——达到小数点后面 10 位进行了称重,比现有的称重精确 20~100 倍。

物理学家们利用了带电原子(或离子)在磁场中的振动频率取决于它的原子(或离子)质量这一效应:原子越重,其振动就越缓慢。例如,硅原子每秒作 460 万次振动。美国物理学家正准备用硅原子数目作为新的千克标准。目前研制成的纯硅晶培植方法很快就能用来制备含有确定原子数目的晶体。届时千克将可以在任何一个具有良好设备的物理实验室中再现。

普里查特希望将原子称重法转向某些基础物理的试验上。例如试验表达式为 $E=mc^2$ 的质能守恒定律,以及测定精细结构常数,而精细结构常数与电子电荷和光速这些基本量值相关。

译自俄《科学与生活》1995 年第 5 期

那个时候的量子力学的特征是,用著名的哈密顿方式——即以微分方程的方式描述事件,它描述了波函数从一个时刻到另一时刻是如何变化的,这是藉助于某个算子 H 得以实现,如果经典物理可以化为某个哈密顿形式,那么一切都好了。但若作用量不只是同一时刻的位置和速度的函数,最小作用量就无法以哈密顿形式表示。如果作用量可以表示成某个称之为拉格朗日的函数的积分,此函数是同一时刻的位置和速度的函数,

$$S = \int L(\dot{x}, x) dt \quad (2)$$

那么,你可以由拉格朗日量出发,然后构造出哈密顿量,并由此差不多唯一地构成量子力学。但是,作用量(1)所涉及的关键的变量,即位置是不同时刻的,因此如何去构成这类理论的量子力学,就不是显然的了。

(待续)

(译自 Physics Today 1966 年第 8 期,原作者:费曼)