

不相容原理与色量子数

单 晓 云

(河北理工学院 唐山 063009)

泡利不相容原理是1925年泡利为解释原子中电子的壳层结构提出的,后来发现,这一原理可以更普遍地表述为:在费米子(即自旋为 $\hbar/2$ 的奇数倍的粒子,如电子、质子、中子等)组成的系统中,不能有两个或更多个粒子处于完全相同的状态。泡利不相容原理是微观粒子运动的基本规律之一,它不仅在原子物理的原子壳层结构、固体物理的能带结构、统计物理的费米能级、原子核物理的独立核子运动等问题中有重要应用,而且在强子物理的色量子数引入中起着重要作用。

一、泡利不相容原理与波函数的对称性

60年代中期已经建立了夸克模型,但强相互作用的机制仍像一团迷雾,拨开这团迷雾的最初线索是解决泡利不相容原理与夸克波函数对称性之间的一个矛盾。为此我们先说明泡利不相容原理与波函数对称性之间的关系。

考虑两个全同粒子,它们的波函数由 $\psi(1, 2)$ 表示。若第一个粒子处于a态,第二个粒子处于b态,因为是两个全同粒子,那么这与第二个粒子处于a态,第一个粒子处于b态是等价的。这样,把交换算符 P_{12} 作用到 $\psi(1, 2)$ 上得到的波函数 $\psi(2, 1)$ 与 $\psi(1, 2)$ 描述的量子态是一样的,最多差一常数 λ ,若用 P_{12} 再作用一次,两波函数之间最多差 λ^2 。交换算符作用两次必回到原来状态,即 $P_{12}^2 = \lambda^2 = 1$,所以有 $\lambda = \pm 1$ 。

$$\psi(2, 1) = \psi(1, 2) \quad (1)$$

$$\psi(2, 1) = -\psi(1, 2) \quad (2)$$

具有性质(1)的波函数称为对称波函数;具有性质(2)的波函数称为反对称波函数。

体系的波函数可以有两种形式:

$$\psi_I = \psi_a(1)\psi_b(2) \quad (3)$$

$$\psi_{II} = \psi_b(1)\psi_a(2) \quad (4)$$

这两种形式出现的几率是一样的,因而体系的

总波函数为 ψ_I 和 ψ_{II} 的线性叠加,结果得到一个对称性波函数

$$\psi_s(1, 2) = [\psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_a(2)\psi_b(1)]/\sqrt{2} \quad (5)$$

和一个反对称的波函数

$$\psi_A(1, 2) = [\psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_a(2)\psi_b(1)]/\sqrt{2} \quad (6)$$

实验表明,全同粒子体系的波函数的交换对称性与粒子的自旋有确定的关系。凡是自旋为零或 $\hbar$ 整数倍的玻色子组成的全同粒子体系,其波函数是对称的;凡是自旋为 $\hbar$ 的半整数倍的费米子组成的全同粒子体系,其波函数为反对称的。对称性波函数两个粒子可以同时处于相同的状态,即 $b = a$ 时, ψ_s 是存在的;对于反对称性波函数,两个全同粒子不能同时处于相同的状态,即 $b = a$ 时, $\psi_A = 0$ 。这就是泡利不相容原理:不能有两个全同的费米子处于同一个单粒子态。

二、泡利不相容原理与色量子数

按夸克模型,重子由3个夸克组成,夸克是费米子,它应服从泡利不相容原理和费米统计。假设重子中的3个夸克处于s波状态,于是总自旋等于 $\hbar/2$ 和 $3\hbar/2$,恰好可以用于描述低质量态的 $(1/2)^+$ 重子和 $(3/2)^+$ 重子。反之,如果3个夸克不处于s波态,就有许多实验上无法说明的多余状态。可是,如果3个夸克在s态中,不仅重子里的3个夸克的波函数是对称的,而且重子的总波函数也是对称的。例如: $\Delta^{++} = uuu$ (3个上夸克组成),由于它的自旋波函数和同位旋波函数都是对称的,故总波函数也是对称的,这与泡利不相容原理对波函数对称性的要求不符,即与泡利不相容原理矛盾。

人们考虑到这种矛盾可能预示着一一种隐藏着的自由度的存在,即认为每种夸克有“红”、“绿”、“蓝”3种颜色,“颜色”代表一种新量子数,称为色量子数。3种颜色也代表3种状态,称三重态。与“色”相对照,人们把夸克的上、下、奇……称为“味”,像 $\Delta^{++} = uuu$ 这样的重子都由3个同“味”不同“色”的夸克组成。这样就可以在s波态情况下组成反对称波函数,因而满足了泡利不相容原理。正是在引入色量子数的基础上,理论物理学家们建立了强相互作用的基本理论——量子色动力学。