

粗测自己到地球中心的距离

储文启

(连云港教育学院 江苏 222001)



高中学生在学完“简谐振动”与“万有引力定律”之后,不妨将两者融汇一起,粗测一下自己到地心的距离.这对培养他们的创造思维能力,发展智力,提高科学素质有益.

假设地球是一个以自己脚下到地心距离 $R_{地}$ 为半径的球体,并把现实中的单摆与弹簧振子的运动都视为理想的简谐振动,不计阻尼,则可作如下尝试:

用单摆粗测 $R_{地}$

一、原理

1. 方法一:质量为 $m_{月}$ 的月球,以月地中心之间的平均距离 $r_{月}$ 绕地球作近似的匀速圆周运动,它与地球之间的万有引力提供了它绕地球运动所需的向心力,即 $GM_{地}m_{月}/r_{月}^2 = 4\pi^2 m_{月}r_{月}/T_{月}^2$, 得

$$r_{月}^3 / T_{月}^2 = GM_{地} / (4\pi^2) \quad (1)$$

由于地面上物体受到的重力,其大小可视为它与地球之间的万有引力: $mg_{地} = GM_{地}m / R_{地}^2$, 得

$$GM_{地} = g_{地} R_{地}^2 \quad (2)$$

由(1)、(2)式获得:

$$R_{地} = \frac{2\pi r_{月}}{T_{月}} \sqrt{\frac{r_{月}}{g_{地}}} \quad (3)$$

学生从物理课本上知道, $r_{月} = 3.84 \times 10^8 \text{m}$, $T_{月} = 27.3 \times 8.64 \times 10^4 \text{s}$, (3)式中唯地面的重力加速度 $g_{地}$ 未知,而课本上正好有“用单摆测量重力加速度”的学生实验,他们做过. 因此,在课外让学生自己设计组装一个单摆再实测一下 $g_{地}$, 即可得到自己到地心的距离 $R_{地}$.

2. 方法二:根据单摆作简谐振动的周期公式: $T = 2\pi\sqrt{l/g_{地}}$, 有 $g_{地} = 4\pi^2 l / T^2$. 由(2)式得:

$$R_{地} = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{GM_{地}}{l}} \quad (4)$$

课本上已提供 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$, $M_{地} = 5.98 \times 10^{24} \text{kg}$, 因此只需量出摆长 l , 测出摆的周期 T , 即可得 $R_{地}$.

二、器材

细丝线、摆球(可自选玻璃弹子用胶带粘线作单摆)、卷尺、游标卡尺、秒表和支架等.

三、测量

1. 方法一:调整并测出摆长 l (为悬挂时摆线长与球半径之和, 如图1). 量出单摆在从平衡位置



图 1

一阈值的那部分中微子的通量. 要得到中微子的全部能谱, 就得综合利用不同阈值的多种核反应来测量, 其难度远远超出一般人的想象.

20多年来, 全世界至少有10个小组在测定太阳中微子通量, 无论是高能部分还是低能部分, 其结果都比用标准太阳模型计算出来的少许多, 有的甚至少1/2至2/3. 这就是著名的“太阳中微子失踪案”(1974年美国加州理工学院 W. A. Fowler 教授一篇文章的标题). 此案

一经披露, 科学界众说纷纭, 莫衷一是——难道现有的太阳理论模型不对, 难道实验所依据的核反应截面不对, 难道中微子本身还有一些人们尚不了解的特性, 难道…….

最近, 中国原子能科学研究院柳卫平博士利用放射性次级束流装置, 以全新的实验方法和独特思路, 证实了太阳中微子失踪现象, 为进一步回答“失踪中微子哪里去了?”提供了研究前提. 他的论文刊登在美国《物理评论快报》上.

拉开的摆角不大于 5° 时, 作 30 次全振动所用的时间 t , 得 $T = t / 30$. 注意: 要从摆球经过平衡位置时启动秒表, 并在结束时仍要在摆球从原方向经过平衡位置的瞬间终止计时. 由 $T = 2\pi\sqrt{l/g_{\text{地}}}$ 求出 $g_{\text{地}}$, 重复调整几次 l , 取得到的 $g_{\text{地}}$ 的平均值 $\bar{g}_{\text{地}}$ 代入 (3) 式, 得 $R_{\text{地}}$.

2. 方法二: 分别两次固定摆长 l , 用同样方法测量 20 次全振动所用的时间 t , 得 $T = t / 20$. 再把这两个 l 与相应的 T 值代入 (4) 式, 得到两个 $R_{\text{地}}$ 值.

把这两种方法测出的三个 $R_{\text{地}}$ 值取平均值, 得到自己到地球中心的距离.

四、实例

1. 笔者曾邀一些中学生按课本分组实验的要求, 用改变 l 测 T 的方法来做, 共测四次, 数据如表 1. 取 $g_{\text{地}} = \bar{g}_{\text{地}} = 9.83 \text{ m/s}^2$, 代入 (3) 式:

表 1

次第	$l(\text{m})$	$t(\text{s})$	$n(\text{次})$	$g_{\text{地}}(\text{m/s}^2)$
1	0.9676	59.0	30	9.87
2	0.8688	56.1	30	9.80
3	0.9983	60.1	30	9.81
4	0.9392	58.2	30	9.85

$$\bar{g}_{\text{地}} = 9.83 (\text{m/s}^2)$$

$$R_{\text{地}} = \frac{2\pi r_{\text{月}}}{T_{\text{月}}} \sqrt{\frac{r_{\text{月}}}{g_{\text{地}}}} = 6.39 \times 10^3 (\text{km})$$

2. 固定摆长 l 为 2.00m 和 1.00m, 学生分四组, 分别测量相应的单摆周期. 先测出单摆作 20 次全振动所用的时间 t , 再算出周期 $T = t / 20$. 数据如表 2. 把 l 与它相应的 T 代入 (4) 式得:

表 2

$l(\text{m})$	1.00	2.00
$t(\text{s})$	38.8	56.2
	40.2	56.9
	39.6	57.2
	40.4	57.6
$\bar{t}(\text{s})$	39.8	57.0
$T(\text{s})$	1.99	2.85

$$R_{\text{地}1} = \frac{T_1}{2\pi\sqrt{l_1}} \sqrt{\frac{GM_{\text{地}}}{l_1}} = 6.33 \times 10^3 (\text{km})$$

$$R_{\text{地}2} = \frac{T_2}{2\pi\sqrt{l_2}} \sqrt{\frac{GM_{\text{地}}}{l_2}} = 6.41 \times 10^3 (\text{km})$$

这两种方法测出三个 $R_{\text{地}}$ 值的平均值:

$$\bar{R}_{\text{地}} = \frac{1}{3} (R_{\text{地}} + R_{\text{地}1} + R_{\text{地}2}) = 6.38 \times 10^3 (\text{km}).$$

它与公认的地球平均半径 $6.37 \times 10^3 (\text{km})$ 相比已十分接近, 可见该实验可行.

用弹簧振子粗测 $R_{\text{地}}$

学生明白弹簧振子和单摆都能做简谐运动, 单摆可用来测量重力加速度, 可是弹簧振子能做什么却不清楚. 本文正是用它的一例.

一、原理

取一轻质弹簧与砝码构成弹簧振子, 让它在竖直方向作简谐振动. 设弹簧的倔强系数为 k , 若在弹簧的弹性限度内分别在弹簧下悬挂质量为 m_1 和 m_2 的砝码, 如图 2 所示, 则振动周期分别为 $T_1 = 2\pi\sqrt{m_1/k}$ 和 $T_2 = 2\pi\sqrt{m_2/k}$, 因此

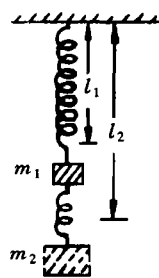


图 2

$$k = 4\pi^2 (m_2 - m_1) / (T_2^2 - T_1^2) \quad (5)$$

设弹簧原长为 l_0 , 根据胡克定律, $m_1 g_{\text{地}} = k(l_1 - l_0)$, $m_2 g_{\text{地}} = k(l_2 - l_0)$, 得 $(m_2 - m_1) g_{\text{地}} = k(l_2 - l_1)$, 由 (5) 式可得:

$$g_{\text{地}} = 4\pi^2 (l_2 - l_1) / (T_2^2 - T_1^2) \quad (6)$$

由于 $mg_{\text{地}} = GM_{\text{地}} m / R_{\text{地}}^2$, 则由 (6) 式又可得:

$$R_{\text{地}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{l_2 - l_1}} \sqrt{\frac{GM_{\text{地}} (T_2^2 - T_1^2)}{l_2 - l_1}} \quad (7)$$

由此可见, 在实验中若取两只不同的砝码挂在同一根轻质弹簧上, 分别测出它们各自出现的弹簧静态伸长 l_1 和 l_2 及相应作简谐振动的周期 T_1 和 T_2 , 则由 (7) 式便可求得脚下的地球半径.

二、器材

轻质弹簧、直尺、支架、秒表各一和钩码数只.

三、测量

1. 测弹簧挂砝码后的静态伸长

悬挂弹簧在支架上,将直尺零点对准弹簧上端并固定在弹簧一侧.在弹性限度内先挂某只砝码 m_1 在弹簧下端,记下砝码平衡时弹簧伸长位置 l'_1 ,而后逐个增加砝码 m_2, m_3, \dots, m_6 ,记下相应平衡时弹簧伸长到的位置 l'_2, l'_3, \dots, l'_6 .再逐个减少砝码,同样记下相应的弹簧下端伸长到的位置 $l''_5, l''_4, \dots, l''_1$,用 $l = (l' + l'') / 2$,求出静态伸长 l_1, l_2, \dots, l_5 和 $l_6 = l'_6$ 等六个值.

2. 测振动周期 T

使弹簧与砝码在竖直方向作简谐振动,在其通过平衡位置的瞬间启动秒表,数 30 次全振动,注意要仍在砝码按原方向通过平衡位置时终止计时,得时间 t ,因此 $T = t / 30$. 同样,一共可测出六个周期值: T_1, T_2, \dots, T_6 .

3. 计算 $R_{\text{地}}$

取实验次序中先后间隔为 3 的两个数据为一组,即次序 1 和 4; 2 和 5; 3 和 6 共成三组. 分别将 l 与其相应的 T 代入(7)式,求得 R_1, R_2 和 R_3 . 最后取其平均值 $R_{\text{地}} = (R_1 + R_2 + R_3) / 3$.

四、实例

笔者曾组织学生用一般中学都有的“螺旋

弹簧”和七只 50 克的钩码,拿木尺、铁架台及秒表,按上述方法测量 $3l$ 与 T ,得六组数据(表 3). 按上述方法代入(7)式:

表 3

次序	1	2	3	4	5	6
$m(\text{g})$	100	150	200	250	300	350
$l(\text{cm})$	20.0	21.6	23.2	24.8	26.4	28.0
$t(\text{s})$	11.4	13.4	15.5	17.2	18.9	20.1

$$R_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{GM_{\text{地}}(T_4^2 - T_1^2)}{l_4 - l_1}}} = 6.22 \times 10^3 (\text{km})$$

$$R_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{GM_{\text{地}}(T_5^2 - T_2^2)}{l_5 - l_2}}} = 6.44 \times 10^3 (\text{km})$$

$$R_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{GM_{\text{地}}(T_6^2 - T_3^2)}{l_6 - l_3}}} = 6.19 \times 10^3 (\text{km})$$

因此, $R_{\text{地}} = (R_1 + R_2 + R_3) / 3 = 6.28 \times 10^3 (\text{km})$.

由此可见,用自制的弹簧振子来测出自己到地心的距离为 $6.28 \times 10^3 \text{km}$. 它与公认的地球半径相比,相对误差仅为 1.4%,这对中学物理课外实验来说是完全可以接受的.

科苑快讯

新颖的发光材料——导 光纤维和电激发光片

据《科技日报》报道

导光纤维和电激发光片是两种不同类型的高科技型发光材料,它们都具有可任意折叠、弯曲,色彩、造型丰富,大幅度节电,使用寿命长等特点,越来越受到人们的重视.

由加拿大最新研制开发的导光纤维是一种线型导光材料,特殊的物理、化学性质使它具有超长的导光特性,其照明长度可达 100 余米,它的使用温度范围从 -40°C — 200°C ,并且具有抗紫外线及盐酸、硫酸侵蚀的特点,可以在户外长期使用,寿命达 5 年以上.

电激发光片是应用电激发光原理研制的一种超薄型(厚度小于 0.5 毫米)的片型发光材料.

它轻如纸张,每平方米重量仅为 0.2 克,由于具有高强的抗冲击力,可任意裁剪、弯曲、穿孔,且不影响发光性能.电激发光片光色种类繁多,发光均匀.它使用极为方便,驱动电压可交直流共用,使用频率为 50—2000 赫兹,耗电量低,且防水、抗高温.在国外,电激发光片除了在汽车、军事、航空等领域广泛使用外,已开始被应用于户内外的广告宣传制造业.

目前,我国的广告宣传还采用灯箱式广告,它存在着易损坏,耗电量大、笨重等诸多弊端.为了改变这种状况,北京盛阳唐风文化艺术有限责任公司引进了导光纤维、电激发光片生产技术和设备,进行了用导光纤维、电激发光片作为广告装饰材料的尝试,取得了节电、安全,省时,省力,省工等成效.

(卞吉 秦宝 编)