

纽结理论简介

王薇 王德云

(首都师范大学物理系 北京 100037)

有人预言,21世纪将是一个生命科学突飞猛进发展的时代.在生命科学的基础研究中,DNA成为人们关注的热点.为了研究DNA分子的结构,首先需要将不同的DNA分子分开.在生物物理中,可把DNA微粒放入某种胶体中,再加上一个适当的平面外电场,便能发现DNA微粒在胶体中会慢慢展开,最后可以分离出不同的DNA分子.这种分离过程称为DNA的胶体电泳现象.人们发现,自然形成的DNA分子的结构常常是封闭的纽结式的聚合物.这种聚合物由大量($N > 10^3$)的小粒子(1纳米)“手拉手”排成的,又常常互相缠绕,交错重叠,形成一个高分子颗粒.这样的高分子聚合物有很大的自由度,在形态中有灵敏的相变,对外界环境能够及时地作出反应,因此生命体的基础单元的实体一般是这种高分子的聚合物.

聚合物理是物理的一个重要分支.最简单的聚合物可以是一条自缠绕的闭合的管状结构,

常高的光子简并度特点,这种高简并度使同一量子态具有非常高的光子数,可以记录生物组织的三维信息,研究微观结构的运动和瞬态变化,从而精确测定微观结构,显示正常组织与非正常组织差别,从而检测是否病变.目前常用的有:激光荧光光谱诊断法、激光多普勒测速检测法、激光散射喇曼光谱检测法、激光CT等,而激光医疗主要利用激光能量在时间、空间、波长上高度集中的特性,如:用于手术治疗的激光刀,激光理疗、激光治疗癌症等.

激光同生命科学的结合为我们提供了广阔的研究空间和思维空间,这里面不仅有实际应用价值的激光新技术研究,也有基础理论研究,如激光生物效应的作用机理等.目前该领域还有很多未知数,等待着人们去研究探索.对

我们称为纽结(knot);如果有两条或两条以上彼此互相缠绕的闭合管线结构,则称为绞链(link).在图1中画出几个纽结和绞链图.纽结理论就是研究纽结和绞链的拓扑结构及其性质的.

关于纽结人们并不陌生,生活中常常需要用绳索来打结.如中式衣服上的盘扣;航海的

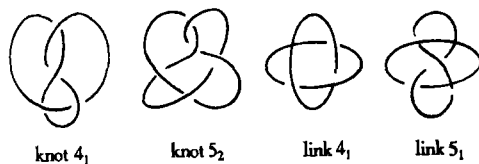


图1 几个纽结和绞链

水手们更是熟悉怎样打出结实方便的绳结,这些绳结就是纽结的实物.有关纽结理论的真正研究始于19世纪中期.当时,人们对流体理论的研究有了很大发展,已经认识到流体旋涡的规律,但对原子的微观结构还不清楚.1869年,开尔文提出了“旋涡原子论”的假设,他认为原子可能是以太的“纽结旋涡管”.他依据纽结基本结构不易发生变化的特点,能很好地解释物质在运动中或发生形变时的稳定性;另外,纽结的各种不同的类型,又可以对应于不同的原子.于是,这种观点曾一时占了上风.为了支持这种观点,开尔文的合作者泰特,曾花费了多

激光生物效应的作用机理的进一步研究,必会推动激光新技术的发展,同样,激光新技术的发展也会促进基础理论的研究深入.激光冷却原子技术的发现为激光在生命科学的医用打开了另一道大门,正如其发现者——诺贝尔物理奖获得者朱棣文所预言,用激光操纵生物分子的时期为期不远了.可以想象分子生物学的前景将无限广阔.

激光作为生命科学独特的研究工具,它使生命科学的许多领域取得了突破性进展,也为其自身的发展注入了新的活力.二者结合拓展了物理学与生物学交叉的新道路.同时这也给了我们一个启示:在新兴学科和技术不断发展的今天,经典的基础学科的重要地位不容忽视,它仍然是新兴学科发展的生命之源.

年的心血研究纽结的分类问题,他按照交点数的不同,列出了各种纽结的图表. 比如,对应三个交点,只有一种纽结图;而有5个交点时,则有2种纽结图. 但到了10个交点时,已有165个纽结图了. 随着交点数的增加,不同纽结图的数目迅速上升. 如有13个交点,纽结图已达1万多个. 虽然历史上已证明这种关于原子结构的假设是错误的,但是开尔文和泰特的工作却为现代的纽结理论奠定了基础.

到了20世纪初期,随着拓扑学的出现,科学家便开始运用拓扑的观点来研究已被放置60年的纽结问题. 其中最有影响的应为前苏联的亚历山大于1928年提出的亚历山大多项式,它是一个整系数的多项式. 不同的纽结对应着不同的多项式. 对于任一个纽结 K 都能够推导出相应的多项式. 实际上,这是一个代数型的拓扑不变量,人们可根据这个多项式对纽结进行分类. 如果两个纽结的亚历山大多项式不同,那么它们一定是两个不同类型的纽结. 虽然这种代数拓扑的思想很好,但是由于推导过程比较麻烦,因此没有引起人们的重视. 直到1970年,康威在研究和计算亚历山大多项式时发现了一个简单的递推关系式,从而使计算过程大为简化. 因而,后来人们称这种多项式为亚历山大-康威多项式. 不久,人们发现这个多项式存在一个严重的缺陷,它不能把一个纽结与它的镜像纽结区分开. 也就是说,对应一个具有相同结构的左旋纽结与右旋纽结,它们的亚历山大多项式是相同的. 为了克服这个困难,乔尼斯在1987年提出,需要建立一个新的多项式. 它不但也是拓扑不变量,而且还能够很好地区分纽结的镜像. 结果乔尼斯多项式一度被广泛研究. 后来,针对乔尼斯多项式存在的个别简并情况,人们便寻找更加完善的多项式. 这样,一系列推广的双参量的多项式应运而生,其中最具有代表性的是霍姆夫来多项式,卡夫曼多项式和归一的括号多项式.

纽结结构中最简单的为三叶结,在纽结理论中三叶结的位置相应于量子力学中的氢原子. 对于图2中的三叶结 K ,相应上述多项式的形式为:



三叶结 K

K 的镜像

图2 三叶结图

亚历山大多项式 $A_K(t) = t^2 - t + 1$

乔尼斯多项式 $J_K(t) = s + s^3 - s^4$

归一的括号多项式 $X_K(a) = a^{-4} + a^{-12} - a^{-16}$

这些多项式之间存在着某种横向关系. 例如,对于同一纽结 K ,乔尼斯多项式与归一括号多项式之间的关系为:

$$J_K(t) = X_K(t^{-\frac{1}{4}})$$

时至今日,人们虽然已经研究出近十种纽结多项式,这些多项式对于纽结的分类各有千秋. 但是似乎仍不满意,寻找纽结多项式的工作还在进行. 人们希望探索出一个更加完善的拓扑代数分类方法,对所有的纽结能够进行有效地分类.

近些年来人们认为拓扑可视为量子理论的几何描述,正像欧氏几何成功地描述了牛顿力学一样. 在量子力学中,非局域性和离散性与拓扑的研究思想刚好一致,这种观点已越来越引起理论工作者的重视. 拓扑思想和纽结理论现在已广泛地应用在统计物理,量子场论,生物物理以及引力场理论等学科领域,其中最直观的是电磁场. 以前,描述电场磁常用的是麦克斯韦方程组的微分形式,如果在电磁场中我们把电力线和磁力线看作是电磁场的基本机制,那么麦克斯韦方程组的积分形式就表示了这些电力线与磁力线的相互缠绕的拓扑结构. 从而能够反应出电磁场的整体性质.

目前有人提出,在原子内部,是不是同样存在着某些拓扑结构? 这样,上个世纪开尔文早期原子假设的观念似乎又赋予了新的涵意. 引导人们对原子微观结构开始新的探索.

纽结理论即是一个古老的话题,又是一个有着广阔前景的理论研究领域. 由于纽结理论与许多学科有着密切的联系,越来越引起物理学家的广泛兴趣.