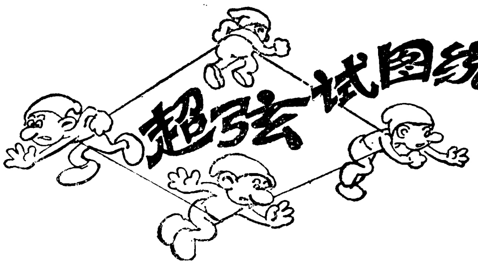
超弦试图统一所有相互作用和物质



吴 丹 迪

（上）

自1984年以来，超弦理论引起了粒子物理学家的普遍关注．许多人把超弦理论当作可以用来统一自然界的所有相互作用和所有物质的理论．半个多世纪以来，爱因斯坦等物理学家梦寐以求并为之奋斗的理想，就是希望找到一个把整个宇宙统一起来的理论．超弦理论与从前我们熟悉的一些理论有很大的不同．它假设基本粒子不是点状的，也不是球状的，而是线状的弦．超弦理论继承了相对论和量子力学的精华，并把统一引力作用与其他三种相互作用这个困难问题作为中心目标．它在一个新的高度上再次对时空的理论，包括时空的维数和拓扑性质进行研究．超弦是一个很大的理论框架，包含大量有趣的概念和方法，同时也有许多困难和问题有待解决．它吸引了众多的物理学家和数学家．

一、相对论弦是怎样振动的

过去物理学一向以质点作为基本研究对象．凝聚态是相互作用的点粒子系统．量子力学中的波函数代表质点的几率振幅的分布．近代物理学中最成功的理论之一，量子场论，也是以点粒子为基础的理论．量子场论在研究电磁作用、弱作用和强作用方面都获得了可喜的成绩，可是当尝试引力作用时，却遇到了严重的发散困难．引进玻色-费米对称的所谓超引力理论，并没有从根本上解决问题．既然量子场论的发散困难是由其点结构而来的，那么建立一个延展体的场论是否可以改变这个情况呢？早期的探索表明，要用延展体，即有限大小的形体描写微观粒子是十分困难的．举一个例子，如果想象电子是一个半径10^{-13}厘米的转动刚性球体，根据电子的自旋$1/2\hbar$和质量10^{-28}克，算出来电子的赤道线速度大得惊人，约为一万倍光速！而狭义相对论要求所有的速度小于等于光速．六十年代由南布等先生提出的相对论弦理论却别开生面，它可以用相对论的方法对一根弦线的运动作自洽的描写．

其实弦线对我们并不生疏．一根两端松弛的琴弦、一根橡皮筋，可以分别作为开弦和闭弦的形象写照．所不同的是琴弦、橡皮筋有一定粗细，而且有质量；而相对论弦理论中的开弦和闭弦是无穷细的，在不振动时质量为零．那么怎样描写相对论弦线的运动呢？原来这并不如六十年代以前所认为的那样困难．正如描写质点必须给出该质点在每一时刻τ的位置$X(\tau)$；描写弦线，就必须把弦线上每一个点在时刻τ的位置都写出来．弦线上的每个点可以用从弦线一个端点量起的这段弦的长度σ表示．适当地选择弦的长度可以让弦的另一端对应于$\sigma=\pi$．闭弦上的一点用它到弦上某个固定点的长度σ表示，当σ从0变到π时，弦上的这一点正好绕闭弦一周．所以弦线的位置是两个变量σ和τ的函数，记作$X(\sigma,\tau)$．知道了函数$X(\sigma,\tau)$，当σ从0到π改变时，弦上逐点在时刻τ的位置也就清楚了．可以看出弦线在每一时刻τ有无穷多个坐标值，因为σ从0到π变化时有无穷多个可能值．

弦既可以作整体运动，弦上各点也可以相对振动．弦线的振动与琴弦很相似．爱好音乐的人们都知道，琴弦的声音有基音和泛音；泛音频率是基音频率的整数倍，或者说泛音波长是基音波长的整数分之一．如果l是两端固定的琴弦的长度，那么第n个泛音的波长是

$$\lambda_n=2l/n$$

$n=1$对应于基音波长λ_1，$n=0$是不振动的情况，波长为无穷大（见图1）．由于端点的反射作用，这些振动在琴弦上形成驻波．驻波与行波不同．驻波里每一点（对应于一个确定的σ值）的振幅不随时间改变；而行波中振幅最大的点是随着时间朝某个方向上移动的．

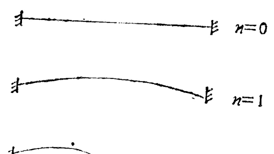


图1　琴弦的简单振动

相对论开弦的各振动模式之间的关系，同琴弦各泛音之间的关系类似；但由于开弦两个端点不固定，因此它的$n=0$模式可以写成弦线的整体运动，即匀速直线运动（因为弦没有受到外力，称为自由弦．）自由弦的两个端点也能反射弦上的波动，因此开弦只有驻波．$n=1$的模式称为元振动模式，所有其他振动模式的波长都是元振动模式波长的整数分之一，相应地，其他振动模式的频率是元振动模式频率的整数倍．闭弦上不同的模式之间也要满足

频率的倍数关系；所不同的是闭弦上没有反射点，因此可以有行波，有“左旋”的和“右旋”的两种行波.

二、振动愈激烈，质量愈大，自旋愈高

相对论弦振动的激烈程度，是用振动的能量表达的，而每一种振动模式所包含的能量正比于该模式振幅的绝对值的平方. 按照量子力学，这些振幅只能取一些特定的分立值，即量子化的数值，使得该模式所包含的能量是一个能量 E_n 的整数倍. 我们知道，根据爱因斯坦公式，$E_n = \hbar\omega_n$，这里 ω_n 是这第 n 个模式的频率. 前面讲过，第 n 个模式的频率是元振动频率的 n 倍，$\omega_n = n\omega_1$. 如果把能量为 $E_1 = \hbar\omega_1$ 的一个振动叫做元激发，那么一个 n-模的第一激发就相当于 n 个元激发所提供的能量，第 m 个 n-模激发相当于 mn 个元激发所提供的能量. 把相对论弦所有模式的等效元激发数加在一起，得到一个总的等效元激发数 N，它代表弦内部振动的激烈程度，即内能的大小. 我们知道内能是与质量联系着的，所以振动愈激烈的相对论弦质量就愈大. 严格的量子化过程给出开弦和闭弦的质量公式分别是

$$m^2_{开} = 2m_0^2(N-1).$$

$$m^2_{闭} = 4m_0^2(N-2).$$

这里 m_0^2 是弦的基本质量. 人们喜欢用元激发数-质量关系图来表达以上两个 N-m^2 的依赖关系. 无论开弦还是闭弦，N-m^2 图都是斜的直线；不过闭弦直线的斜率是开弦直线的一半（图 2）. 弦的状态只能在直线上那些分离的点上. 我们看到，开弦的 N 可以取零和正整数，而闭弦的 N 只能取零和正偶数. 这是因为在闭弦量子化时发现，左旋和右旋元激发的数目必须相等. 还可以看出，开弦和闭弦各有一个质量平方为负数的快子态. 它们给相对论弦理论造成严重的困难. 这个困难只有在引入超对称以后才好解决（见后文）.

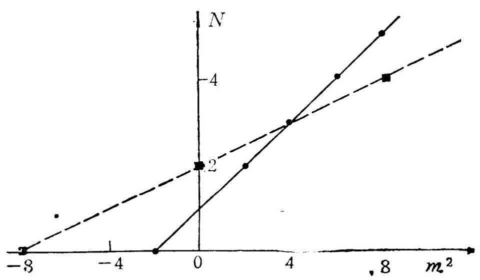


图 2　开弦（实线）和闭弦（虚线）的元激发数（N）-质量（m^2）关系图

线上的点子相应于 N 和 m^2 的可能取值.

现在不同状态的弦质量不同，所以可以用来描写不同质量的微观粒子. 这些粒子的质量之间要有按照弦理论所规定的整数关系，还有一些其他关系，其中最重要的是自旋与质量之间的线性关系. 原来，在量子化时，科学家们发现相对论弦的元激发数恰好是它的自旋数. 例如开弦 $N=1$ 的状态自旋为 1，没有质量，有两个偏振方向，很象电磁场的光子. 闭弦 $N=2$ 的状态自旋是 2，质量为零，也只有两个偏振方向，很象是引力子. 这两种零质量粒子的自旋恰好与光子和引力子吻合，是令人鼓舞的. 正如前面说过的，人们求之不得的正是引力的量子理论.

在进一步讨论微观粒子与弦的对应关系之前，让我们讨论一下相对论弦基本质量的大小. 六十年代初曾发展了一个描写强子物理的雷极轨迹理论. 按照这个理论，强子的质量（或质量平方）与自旋有几组斜率相同但截距互异的直线关系. 实验上这些关系被已知的强子近似地满足. 因此，人们在六十年代末把弦理论辨认为描写强子的工具. 在这种情况下，基本质量 m_0^2 应当是 $1\mathrm{GeV}/c^2$ 左右. 但是这样做有许多矛盾. 例如从来没有发现质量为零的强子，但人们无论怎样努力，都无法消除超弦的零质量状态. 1975 年，希瓦兹和舍克先生提议，超弦理论的基本质量应当是普朗克质量，即 $m_0 = m_p \equiv 10^{19}\mathrm{GeV}$；超弦是描写夸克、轻子、规范粒子、引力子这样一些更基本的粒子的工具，而不是描写强子的工具. 这个革命性的新见解到九年以后，1984 年，才引起了广泛的重视. 原来，超弦的夸克-轻子认同有所谓“反常”的困难，直到 1984 年，格林和希瓦兹两位先生才找到了消除反常的方法.

如果你在别的地方了解到夸克和轻子的质量，一个很自然的问题是这些质量之间既没有整数关系，也不存在雷极轨迹，何况它们的质量又比普朗克质量小得多，怎么可以把它们与超弦的状态对应起来呢？事情是这样的. 在超弦理论中，这些粒子是被当做零质量的状态来处理的；它们的很小的质量（与 m_p 比较）是在理论的对称性破缺的过程中获得的.

三、奇妙的临界维数

我们一再强调，相对论弦的坐标 X 是两个变量 σ 和 τ 的函数. 这一特点使得弦的量子理论具有一种非常特殊的性质：弦的量子化只在特定的时空维数下成立. 让我们回忆一下什么是时空的维数. 我们知道，我们生活在其中的时空是四维的；一维时间，三维空间. 狭义相对论揭示了时间与空间的不可分割性，运动的尺变短，时钟变慢. 所以，描写质点位置的坐标应当有四个，X_1，X_2，X_3 是空间性的，X_0 是时间性的，它们都是固有时 τ 的函数，在特定情况下，可以有 $X_0(\tau)=\tau$. 我们时空的四维性是一个非常重要的事实. 设想有一个生活在五维时空（一维时间，四维空间）的小精灵，它能进入第四维空间，那么对它来说进入在我们三维空间的人来看是密封的铁筒则易如反掌. 它可以从铁筒向第四维空间的张口进入铁筒. 这情形类似于一个生活在二维空间（平面）的低等动物不能出入在平面上画的圆圈而不碰圈线；可是我们（相对于低等动物的精

灵）一步就可以从圈线上迈过去. 要在一个 d 维时空中描写质点的运动,就必须给定质点的 d 个坐标: X_1, X_2, $\cdots X_{d-1}$, X_0, 其中 $d-1$ 个坐标是空间性的,一个 (X_0) 是时间性的,它们都是 τ 的函数. 在 d 维时空中描写弦线的运动,也要用 d 个坐标,不过它们都是两个变量 σ 和 τ 的函数.

迄今为止，物理学只凭经验认定我们的空间是三维的,时间是一维的,把四维时空 ($d=4$) 作为物理学的活动空间. 要问为什么我们的时空恰好是四维，而不是其他维数,谁也回答不出来. 所有的物理理论,牛顿力学,电动力学,广义相对论,量子力学和量子场论,既可以在四维时空中写出它们的公式，也可以在其他时空维数下写出它们的公式. 假如这些理论中有一个在 $d \neq 4$ 时就自相矛盾,那我们就可以说,我们至少找到一个理由说明必须取 $d=4$，因为只有在四维时空中某个现象才能有规律地发生. 但是以上列举的理论没有一个有这种性质. 现在，相对论弦理论却与众不同，它只在某些被称为临界维数的时空维数下才能量子化. 对前面讨论的玻色弦（它们只有整数自旋的状态),这临界维数是 26. 尽管 $d=26$ 与我们现实生活中的 $d=4$ 相去甚远，弦理论作为第一个对时空维数有严格限制的理论，再次激起了物理学家们的热情.

物理学家们普遍认为，只有弦的理论才会对时空维数有限制,前面列举的各种点的理论,或者可能的面的理论都没有这种性质. 我们知道点在时空中运动的轨迹是曲线,物理学上叫世界线 (World line);而弦线运动时则扫出一个曲面来，叫世界面. 世界面上的点用 σ 和 τ 两个参量来标志，也就是说这一点的坐标是两个参量的函数. 依此类推，可以讨论世界体. 世界点,面和体等等,可以用所谓的共形变换理论描写. 有趣的是，世界面(二维)的共形变换理论具有独一无二的数学结构，这正是弦理论鹤立鸡群的关键所在. 二维共形不变性的存在，给弦理论的量子化带来很大困难,这困难仅当 d 是临界维数时可以克服.

时间是一维,空间高于三维的高维时空,六十年前两位德国科学家卡鲁查和克莱因曾经研究过，所以高维时空的理论被称为卡鲁查-克莱因理论.这两位先生注意到,一个三维空间的向量 $\boldsymbol{A}$ 如果是在第三维 z 的方向上,那么在 x-y 平面这个低维空间的转动下,它是不会改变的,即保持 $A_x=A_y=0$, $A_z=\pm|\boldsymbol{A}|$ 的性质不变. 因此在 z 方向的向量虽然是一个三维空间的向量，在三维空间转动下(例如绕X轴转)它的各分量的数值一般地要改变，但在二维空间 $(x-y)$ 平面内的转动下,它象标量(或赝标量),它的分量数值不改变(或只改变符号). 然而在 x 方向和 y 方向的向量，在 $(x-y)$ 平面内的转动下仍然按向量变换. 由此得出结论，三维空间的向量(一般有三个互相垂直的分量)在二维空间里看来是一个二维空间的标量(A_z 分量)，加上一个二维空间的向量(A_x 和 A_y 两个分量). 推而广之,在高维(d 维)时空的向量,在 $(d-1)$ 维时空里看是一个 $(d-1)$ 维的标量和一个 $(d-1)$ 维的向量. 卡鲁查和克莱因先生把这个观察又进一步推广到二阶张量的情形，发现 d 维空间的二阶对称张量在 $(d-1)$ 维空间看是一个二阶张量加上一个矢量再加上一个标量. 根据这一点，他们认为爱因斯坦引力理论(用二级对称张量——度规张量来描写)和麦克斯韦的电磁理论(用矢量——电磁势来描写)可以用一个五维时空的二阶对称张量统一地描述.

由此看来，高维时空不仅是弦的量子理论自洽性所必需,还是统一各种相互作用的一个可能途径.

四、费米子与玻色子的统一

还在七十年代初,拉德曼、内维友和希瓦兹先生就发现，在相对弦上引进费米坐标以后能够同时描写整数自旋和半整数自旋的粒子.这样的弦称为超弦,“超”是指玻色子和费米子之间的超对称性. 超弦量子化以后不具有玻色弦所具有的快子状态；而且它所要求的临界维数是 $d=10$. 什么是费米坐标? 费米坐标是描写自旋 1/2 粒子的旋量,它有 $2\times8=16$ 个分量,每个分量都是 σ 和 τ 的函数. 在超弦二维世界面上的旋量有两个相互依赖的分量，十维时空的最简单的旋量有八个分量，因此在十维空间的超弦的费米坐标有 2×8 个分量，其中其实只有 8 个独立的自由度，$8=10-2$,恰好与十维空间中独立的玻色坐标数相等. 怎么计算独立的玻色坐标数目呢? 质点的独立坐标数是 $(d-1)$,因为 X_0 在特定选择下可以是 τ,在牛顿力学中就是用 $x(t)$, $y(t)$ 和 $z(t)$ 来完整地描写质点的运动的. 弦线的独立坐标数则是 $(d-2)$，这里 2 是因为弦坐标是两个参量 σ 和 τ 的函数. 费米子与玻色子自由度相等而且质量相同，是超对称的简并原理所要求的.超弦的费米坐标和玻色坐标独立坐标数目(自由度)相等,体现了简并原理. 将超对称性加到引力理论上，称为超引力理论. 超对称性和超引力理论是七十年代以来的重要发展之一.

费米坐标同玻色坐标一样，有振动频率互为整数关系的一系列振动模式；对闭弦有左旋和右旋两种行波. 量子化时,玻色坐标要满足对易关系,而费米坐标满足反对易关系. 超弦的振动状态质量为零，振状态有两种；玻色激发和费米激发. 对开超弦,玻色激发,自旋和质量都增加整数值;费米激发,自旋和质量都增加半整数值. 对闭超弦，由于右旋和左旋等效元激发必须相等，玻色和费米激发分别相应于增加偶数和奇数的自旋和质量数. 闭和开超弦的雷极轨迹分别示于图 3 和图 4. 注意图的说明中指出每一个粒子都有一个自旋相差 1/2，质量相等的伴子,这正是等自由度和简并两个超对称原理的体现. 由此推出，在闭超弦的零质量状态中有自旋 2, 3/2, 1/2 和 0 的粒子;在开超

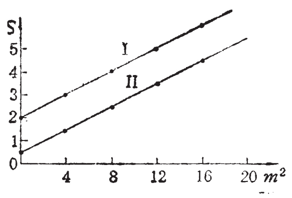


图 3 闭超弦的自旋-质量关系
I 是引力子轨迹，II 是费米子轨迹.
每一个粒子（黑点）都有相应的自旋减少 1/2 而质量相同的伴子.

弦的零质量状态中，有自旋 1 和 1/2 的粒子. 我们讲过这些粒子在对称性破缺过程中会得到不同的质量，而所有这些质量都比普朗克质量小得多，因此有可能把超弦的各种零质量粒子辨认为已经发现的轻子、夸克、规范粒子等等以及它们的超对称伴子. 这些粒子及其简单的性质列于表 1. 表中的夸克、轻子和规范粒子是标准的弱、电、强理论所要求的. 规范粒子里包括光子、胶子、W± 和 Z 中间玻色子. 引力子是引力的量子理论要求的. 而各粒子的伴子则是超对称所要求的. 黑格斯粒子是在弱电统一理论中引进的，其存在的必要性在争论中，实验上也还没有发现它.

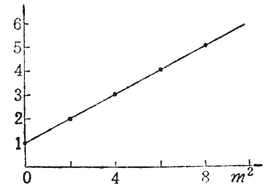


图 4 开超弦矢量粒子轨迹.
每个粒子（黑点）都有相应的自旋减少 1/2，质量相等的伴子.

现在一个自然的问题是，那些在轨迹上质量不为零的粒子起什么作用？我们知道这些粒子的质量都是普朗克质量的整倍数. 一个普朗克质量是非常可观的.

表 1 现代粒子理论中设想的粒子

粒子	自旋	质量(GeV)	发现否
夸克、轻子	1/2	0—40	✓
费米伴子	0	?	×
规范粒子	1	0—100	✓
规范伴子	1/2	?	×
引力子	2	0	×
引力伴子	3/2	?	×
黑格斯子	0	?	×

$$m_p \simeq 10^{19}\,\mathrm{GeV} \simeq 10\mu\mathrm{g}$$

这个质量足以使地面上一架灵敏的天平发生倾斜. 所有这些超重的粒子都极不稳定，它们也许只在宇宙产生的最初一瞬间(10^{-44} 秒以内)存在过，即刻就衰变成那些在超弦理论看来是零质量的粒子了. 这些粒子虽然已不复存在，可是它们在超弦理论中是不可避免和不可缺少的. 因为超弦是以延展体（弦）作为基础的，它有无穷多个自由度，因此它就有无穷多的质量和自旋状态；不象一个点粒子，只有一个质量和自旋状态. 正是这无穷多的自旋和质量状态，改善了超弦理论的收敛性. 舍克先生曾举一个例子来说明，指数函数 e^{-x^2} 对任何实的 x^2 值都是有限的. 可如果把它按级数展开

$$e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}(-x^2)^n$$

则右方求和式中除 $n=0$ 以外的各项，当 $x \to \infty$ 时都是发散的. 只有把所有各项都加到一起，才得到左边收敛的指数函数. 同样的，只有把所有质量的超弦状态的贡献加在一起，超弦理论才显出好的收敛性.

（待续）